ВИДАВНИЧИЙ ДІМ ОСВІТА

Н. А. ТАРАСЕНКОВА,
И. Н. БОГАТЫРЁВА, О. П. БОЧКО,
О. Н. КОЛОМИЕЦ, З. А. СЕРДЮК

МАТЕМАТИКА

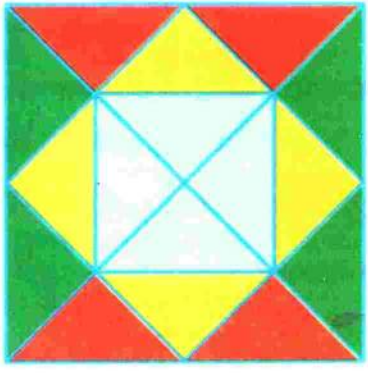
5



Н. А. Тарасенкова,
И. Н. Богатырёва, О. П. Бочко,
О. Н. Коломиец, З. А. Сердюк

МАТЕМАТИКА

**Учебник для 5 класса
общеобразовательных учебных заведений
с обучением на русском языке**



*Рекомендовано Министерством образования
и науки, молодёжи и спорта Украины*

**КИЕВ
Видавничий дім «ОСВІТА»
2013**

ДОРОГИЕ УЧЕНИКИ!

Вы уже четыре года изучали математику и узнали много интересного и познавательного. А ещё больше нового вас ожидает впереди.

Математические знания люди используют и на работе, и в повседневной жизни. В наше время невозможно представить специалиста любой отрасли без математических знаний.

Чтобы освоить математику, необходимы умения считать, логически мыслить, сравнивать, делать выводы, задавать вопросы и отвечать на них, решать задачи и обосновывать свои рассуждения. Все эти умения вы сможете развить, если будете настойчиво и ответственно работать на уроках и дома. А учебник вам в этом поможет.

Как изучать математику по этому учебнику? Весь материал разделён на 8 разделов, а разделы — на параграфы. В каждом параграфе содержится теоретический материал и задачи. Изучая теорию, особое внимание обращайте на текст в рамке. Это самые важные формулировки, которые нужно понять, запомнить и уметь применять при решении задач. Курсивом выделены термины (научные названия математических понятий).

Проверить, как вы усвоили материал параграфа, и повторить его помогут вопросы из рубрики «Вспомните главное», приведённые после каждого параграфа. А после каждого раздела помещены контрольные вопросы и тестовые задания, по которым можно проверить, как вы усвоили тему.

Задачи учебника имеют четыре уровня сложности. Номера задач начального уровня сложности обозначены штрихом (′). Это подготовительные упражнения для тех, кто не уверен, что хорошо усвоил теоретический материал. Номера с кружочками (°) обозначают задачи среднего уровня сложности. Их надо уметь решать всем для дальнейшего изучения математики. Номера задач достаточного уровня сложности не имеют отметок у номера. Научившись решать их, вы сможете уверенно демонстрировать достаточный уровень знаний. Звёздочками (*) обозначены задачи высокого уровня сложности. Если не сможете решить их сразу, не расстраивайтесь — проявите терпение и настойчивость. Радость от решения сложной задачи будет вам наградой.

Воспользовавшись рубрикой «Узнайте больше», вы можете углубить свои знания.

В учебнике используются специальные значки (пиктограммы). Они помогут вам лучше сориентироваться в учебном материале.

Желаем вам успехов в познании нового
и удовольствия от изучения математики!

ГЛАВА

1 СЧЁТ, ИЗМЕРЕНИЯ И ЧИСЛА

Вы узнаете:

- какие числа называются натуральными;
- как пользоваться десятичной системой счисления;
- что такое координатный луч и как с его помощью сравнивать натуральные числа;
- что такое прямая, луч, отрезок, угол;
- как измерять отрезки и углы;
- чем отличаются числовое выражение и равенство;
- как применять изученный материал на практике



§ 1. ПРЕДМЕТЫ И ЕДИНИЦЫ СЧЁТА

Посмотрите на рисунки 1—3. Вы видите стопку книг (рис. 1), яблоки в корзине (рис. 2), несколько копеек (рис. 3). Отвечая на вопрос «Сколько?», вы посчитаете книги, яблоки или монетки и выразите их количество каким-то числом.



Рис. 1



Рис. 2



Рис. 3

Запомните!

Числа, используемые для счёта, называются *натуральными*.

Вы знаете, что единице счёта соответствует натуральное число 1. Двум единицам счёта — натуральное число 2 и т. д. Каждому количеству предметов счёта соответствует некоторое натуральное число. Отсутствие предметов счёта выражают числом 0. Поскольку считать предметы никогда не начинают с 0, то число 0 не относят к натуральным. Понятно, что наименьшим натуральным числом является число 1.

? Существует ли наибольшее натуральное число? Нет. Каким бы большим не было такое число, всегда можно прибавить к нему 1 и записать следующее натуральное число.

Запишем несколько первых последовательных натуральных чисел и поставим многоточие. Оно означает, что дальше запись можно продолжать бесконечно:

1; 2; 3; 4; 5; 6;...

Получили запись *натурального ряда* чисел.

Обратите внимание:

1) наименьшим натуральным числом является число 1;
2) наибольшего натурального числа не существует;
3) каждое число натурального ряда, начиная со второго, на 1 больше предыдущего;
4) число 0 не является натуральным числом.

Посмотрите на рисунки 4—6. Вы видите 105 штук монет (рис. 4), 1 пару перчаток (рис. 5), 7 половин орехов (рис. 6). Считать можно отдельные предметы, группы предметов или части предметов. При этом используют единицы счёта с наименованием того, что считают: штука, пара, пяток, десяток, половина, треть, четверть и другие.



105 штук
Рис. 4



1 пара
Рис. 5



7 половин
Рис. 6

При счёте людей название «штука» заменяют словом «лицо» или «человек». Например, о количестве учеников в классе говорят: «30 человек» или «30 учеников».

Записи «105 штук», «1 пара», «7 половин», «30 человек» называют *именованными числами*.

Для счёта пользуются названиями чисел, а для записи чисел — особыми знаками для их изображения. Определённые знаки образуют числовой алфавит и называются *цифрами*. Мы пользуемся числовым алфавитом, содержащим десять цифр:

0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9.

Этот числовой алфавит попал в Европу из арабских стран, поэтому его цифры называют *арабскими*. Однако

известно, что их гораздо раньше использовали в Индии, и именно оттуда они попали в арабские страны.

Правила, по которым образуют числа, называют *системой счисления*, или *нумерацией*. Вы уже знаете, что в используемой нами системе счисления десять предметов счёта образуют десяток. Десять десятков составляют сотню, десять сотен составляют тысячу и т. д. Поэтому эту систему счисления называют *десятичной*.

Десятичная система является *позиционной*. Если изменить место (позицию) цифры в записи числа, то число изменится. Например, если в числе 251 поменять позицию цифры 5, то получим или 521, или 215. А это уже другие числа.

В записи числа есть *классы*, а в каждом классе — по три *разряда*: единицы этого класса, его десятки и сотни. Некоторые классы вы уже знаете — это класс единиц, класс тысяч и класс миллионов. После класса миллионов идёт класс миллиардов, за ним — класс триллионов, потом класс квадриллионов, класс квинтиллионов, класс секстиллионов и т. д. Количество классов можно увеличивать и дальше. Но на практике достаточно знать первые четыре класса.

В таблице 1 записано число сто двадцать три миллиарда четыреста пять миллионов шестьсот семьдесят восемь тысяч девятьсот восемьдесят семь. Вы видите, что у данного числа отсутствуют десятки миллионов, поэтому в разряде десятков класса миллионов стоит цифра 0.

Таблица 1

Класс	Миллиарды			Миллионы			Тысячи			Единицы		
Разряд	Сотни	Десятки	Единицы	Сотни	Десятки	Единицы	Сотни	Десятки	Единицы	Сотни	Десятки	Единицы
Число	1	2	3	4	0	5	6	7	8	9	8	7

Задача. Прочитайте число 3 492 503 072.

Решение.

1. Разобьём запись числа на классы, двигаясь справа налево: 3 492 503 072.
2. Назовём классы, имеющиеся в записи числа, начиная с класса единиц: единицы, тысячи, миллионы, миллиарды.
3. Назовём число, содержащееся в каждом классе, начиная с класса единиц:
   в классе единиц — 72;
   в классе тысяч — 503;
   в классе миллионов — 492;
   в классе миллиардов — 3.
4. Прочитаем данное число, начиная с самого старшего класса: три миллиарда четыреста девяносто два миллиона пятьсот три тысячи семьдесят два.

Обратите внимание:

чтобы прочитать многозначное число:

1) разбейте запись числа справа налево на классы;
2) назовите имеющиеся классы, начиная с класса единиц;
3) начиная с самого старшего класса, прочитайте числа, содержащиеся в каждом классе, вместе с названием класса (кроме названия класса единиц).

В десятичной системе счисления каждое натуральное число можно записать в виде суммы разрядных слагаемых. Например, число 5248 состоит из 5 тысяч, 2 сотен, 4 десятков и 8 единиц, поэтому:

$$5248 = 5000 + 200 + 40 + 8 =$$
$$= 5 \cdot 1000 + 2 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 8 \cdot 1.$$

Узнайте больше

1. Название натуральных чисел происходит от латинского слова *natura*, в переводе означающее «природа».
2. Происхождение десятичной системы счисления связано с количеством пальцев на двух руках человека.

3. Кроме десятичной системы счисления в наше время используют ещё одну — римскую, изобретённую древними римлянами. Для записи чисел в этой системе используют римские цифры.

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

В этой системе натуральные числа записывают с помощью повторения римских цифр. Например, 3 — III, 20 — XX.

Чаще всего римские цифры используют для обозначения порядковых чисел. Чтобы не писать 1-й, 2-й, 3-й, пишут I, II, III и читают «первый», «второй», «третий».

4. Мы пользуемся остатками и других систем счисления — двенадцатиричной и шестидесятиричной. Например, год мы разделяем на 12 месяцев, столовые приборы считаем дюжинами, полудюжинами. А дюжина — это 12 штук. Час содержит 60 минут, минута — 60 секунд и т. д.

ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ

1. Какие числа называются натуральными?
2. Объясните различия между цифрой и числом.
3. Назовите наименьшее натуральное число. Существует ли наибольшее натуральное число?
4. Какие числа называют именованными?
5. Почему нашу систему счисления называют десятичной?
6. В чём суть позиционной записи чисел?
7. Назовите в порядке возрастания четыре класса в записи натуральных чисел.
8. Сколько разрядов в классе:
   1) единиц; 2) тысяч; 3) миллионов; 4) миллиардов? Назовите их.

РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

1°. Сколько страниц в вашем: 1) дневнике, 2) учебнике по математике? Какие числа вы использовали во время счёта?

2°. Считают ли нуль натуральным числом? Ответ объясните.

3°. Верно ли, что в натуральном ряде чисел есть:

1) наименьшее число, 2) наибольшее число?

4°. Для каждого ли натурального числа можно назвать:
1) предыдущее число; 2) последующее число?

5°. С помощью именованных чисел запишите количество: 1) парт в вашем классе; 2) пар учеников, сидящих за партами в вашем классе; 3) пятиклассников в вашей школе; 4) страниц в вашем учебнике по математике.

6°. Назовите первые десять чисел натурального ряда.

7°. Можно ли считать натуральным рядом данный ряд чисел:
1) 1; 2; 3; 5; 6;...;
2) 0; 1; 2; 3; 4; 5;...;
3) 3; 4; 5; 6; 7;...;
4) 1; 2; 3; 4; 5;...?
Ответ объясните.

8°. Верно ли записано число в виде суммы разрядных слагаемых:
1) $451 = 4 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 1 \cdot 1$;
2) $302 = 3 \cdot 100 + 2 \cdot 10$;
3) $8195 = 8 \cdot 1000 + 1 \cdot 100 + 9 \cdot 10 + 5 \cdot 1$?

9°. Прочитайте число:
1) 34 902;
2) 102 091;
3) 56 123 098;
4) 55 000 555;
5) 4 523 475 234;
6) 10 000 000 000.
Сколько цифр использовано в записи числа? Сколько различных цифр использовано в записи числа? Объясните, почему ответы в первом и втором случаях отличаются.

10°. Какую позицию занимает цифра 7 в записи числа:
1) 1178; 2) 1718; 3) 1187; 4) 7118?

11°. Прочитайте число:
1) 15;
2) 438;
3) 6549;
4) 29 899;
5) 899 999;
6) 2 841 500 000.
Какое натуральное число следует за данным числом?

12°. Прочитайте число:
1) 30;
2) 169;
3) 4261;
4) 80 000;
5) 762 809;
6) 4 000 100;
7) 1 725 999;
8) 499 569 110.
Какое натуральное число предшествует данному числу?

13°. Сколько чисел натурального ряда размещено между числами:
1) 10 и 19; 2) 99 и 110; 3) 451 и 471; 4) 1000 и 1025?
По какому правилу можно определить количество чисел?

14°. Сколько чисел натурального ряда размещено:
1) от 10 до 23;
2) от 57 до 68;
3) от 245 до 251;
4) от 1231 до 1245?
По какому правилу можно определить количество чисел?

15 . Выпишите наименьшее и наибольшее числа из:
1) однозначных натуральных чисел;
2) двузначных натуральных чисел;
3) трёхзначных натуральных чисел;
4) пятизначных натуральных чисел.

16 . Сколько в натуральном ряде:
1) однозначных чисел;
2) двузначных чисел;
3) трёхзначных чисел;
4) четырёхзначных чисел?

17 . Запишите число, в котором:
1) 52 тысячи 435;
2) 4 миллиона 410 тысяч 561;
3) 16 миллионов 28 тысяч 238;
4) 700 миллионов 70 тысяч 7;
5) 12 миллиардов 12 тысяч 12;
6) 52 миллиона 52 тысячи.

18 . Запишите число, в котором:
1) 216 тысяч 290;
2) 48 миллионов 534 тысячи 308;
3) 32 миллиарда 17 миллионов 34 тысячи 109;
4) 46 миллиардов 46 миллионов 46 тысяч 46.

19 . Запишите цифрами число:
1) пятьсот двадцать три;
2) две тысячи четыреста восемьдесят один;
3) сорок три тысячи шестьдесят восемь;
4) сто двадцать тысяч двадцать;
5) четырнадцать миллионов две тысячи двадцать пять;
6) сто семьдесят два миллиона семьдесят две тысячи.

20 . Запишите цифрами число:
1) восемьсот сорок пять;
2) шестьдесят три тысячи восемьсот два;
3) семнадцать миллиардов семнадцать тысяч семнадцать;
4) двадцать один миллион двести десять тысяч двадцать один.

21 . Запишите четыре раза подряд число: 1) 28; 2) 409. Прочитайте полученное число.

22 . Запишите число в виде суммы разрядных слагаемых:
1) 543;
2) 207;
3) 7019;
4) 4 754 002;
5) 48 012 514;
6) 3 003 030 300.

23 . Запишите число в виде суммы разрядных слагаемых:
1) 712;
2) 470;
3) 2105;
4) 678 021;
5) 904 520 451;
6) 1 900 190 019 109.

24 . Среди десятизначных чисел, в записи каждого из которых все цифры разные, укажите наибольшее и наименьшее.

25. В 5-А классе учатся 30 учеников. Сколько парт надо поставить в классной комнате, если за партой сидят два ученика?

26. На руках 10 пальцев. Сколько пальцев на 10 руках?

27. Бабушка решила угостить трёх внуков орехами поровну. Сколько орехов получит каждый внук, если у бабушки 15 орехов?

28. Запишите цифрами числа, встречающиеся в тексте: «Днепр — третья по длине река Европы после Волги и Дуная, имеет самое длинное русло в пределах Украины. Длина Днепра в естественном состоянии составляла две тысячи двести восемьдесят пять километров. После постройки каскада водохранилищ, когда во многих местах выпрямили фарватер, его длина стала две тысячи двести один километр. А в пределах Украины — девятьсот восемьдесят один километр. Русло Днепра делится на три части: длина верхнего течения (от истока до Киева) составляет тысячу триста двадцать километров, длина средней части (от Киева до Запорожья) — пятьсот пятьдесят километров, а длина нижней части (от Запорожья до устья) — триста двадцать шесть километров».

29. По данным таблицы 2 найдите неизвестные числа.

Таблица 2

a	15	101				
$a+1$			54	235		
$a-1$					64	419

30. Для натурального числа a запишите последующие четыре натуральных числа.

31. Посчитайте, сколько раз встречается цифра 1 в записях всех натуральных чисел от 1 до 100.

32. Посчитайте, сколько раз встречается цифра 9 в записях всех натуральных чисел от 1 до 100.

33. Посчитайте, какая цифра в записи всех натуральных чисел от 1 до 100 встречается чаще всего, а какая — реже всего.

34. В доме 160 квартир. Сколько раз на дверях квартир встречается цифра: 1) 5; 2) 7?

35. Сколько существует двузначных чисел, составленных из цифр 1, 2, 3, 4, у которых цифры записаны в порядке возрастания?

36. Запишите все четырёхзначные числа, состоящие из цифр 1, 2, 3, 4. Сколько чисел вы получили? Запишите все четырёх-

значные числа, состоящие из цифр 0, 1, 2, 3. Сколько чисел вы получили? Объясните, почему ответы в первом и втором случаях отличаются.

37*. Восьмизначное натуральное число записано двумя единицами, двумя двойками, двумя тройками и двумя четвёрками. Между единицами стоит одна цифра, между двойками — две, между тройками — три, между четвёрками — четыре. Найдите это число. Сколько таких чисел можно записать?

38*. Для нумерации страниц книги «Занимательная математика» понадобилось 324 цифры. Сколько страниц в этой книге?

39*. В книге 825 страниц. Сколько цифр понадобилось для нумерации всех её страниц?

40*. Найдите закономерность и запишите два последующих числа:

1) 1, 3, 5, 7, ...;
2) 2, 4, 6, 8, ...;
3) 5, 12, 19, 26, ...;
4) 800, 400, 200, 100, ...

41*. В числе 111 171 111 вычеркните три цифры так, чтобы полученное число было: 1) наибольшим; 2) наименьшим.

ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

42. Запишите подряд число, месяц и год своего рождения. Какое число вы получили? Прочитайте его.

43. Учебный год начинается 1 сентября, а зимние каникулы, как правило, — 25 декабря. Есть ещё неделя каникул осенью. Посчитайте, сколько учебных дней в первом семестре.

ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

44. Вычислите устно:

1) $(24 : 8 + 14) \cdot 2 - 15$;
2) $(45 + 5) : 10 \cdot 4 - 12$.

45. Вычислите:

1) $(542 - 128) : 18 + 24 \cdot 15$;
2) $(32 \cdot 16 + 38) : 11 - 25$.

46. На праздничную линейку по случаю 1 сентября пришли 28 учеников 5-А класса, 27 учеников 5-Б класса и 32 ученика 5-В класса. Сколько пятиклассников было на праздничной линейке?

47. В летнем лагере «Мечта» в первую смену отдохнуло 85 детей, во вторую — на 15 детей больше, чем в первую смену, а в третью — на 20 детей меньше, чем во вторую смену. Сколько детей отдохнуло в лагере «Мечта» этим летом?

§ 2. ПРЯМАЯ, ЛУЧ, ОТРЕЗОК. ИЗМЕРЕНИЕ ОТРЕЗКОВ

На рисунке 7 вы видите линию высоковольтной электропередачи, а на рисунке 8 — автомагистраль. Они вытянуты, как струна, и ни начала, ни конца их не видно. Схематично каждую из них можно изобразить прямой линией (рис. 9).

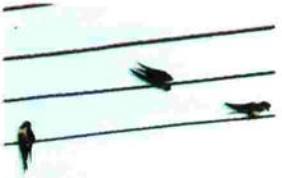


Рис. 7



Рис. 8

Рис. 9

Геометрическая фигура *прямая* — бесконечна. Понятно, что на бумаге можно изобразить лишь какую-то часть прямой. Чтобы провести прямую, пользуются линейкой (рис. 10).

Обозначают прямую маленькой буквой латинского алфавита, например a, и записывают: прямая a. На рисунке 11 вы видите прямые a, b и c.

Каждая прямая состоит из точек (рис. 12).

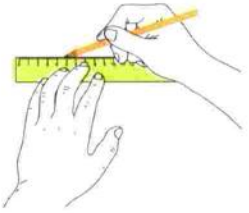


Рис. 10

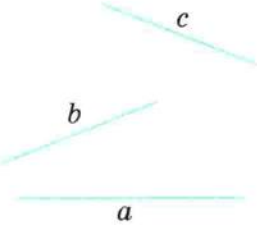


Рис. 11

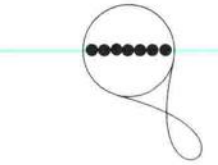


Рис. 12

Точка — основная геометрическая фигура. Чтобы изобразить точку, достаточно лишь прикоснуться карандашом к бумаге (рис. 13).



Рис. 13

Обозначают точки большими буквами латинского алфавита, например A, и записывают: точка A. На рисунке 14 вы видите точки A, B и C.

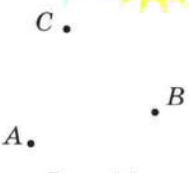
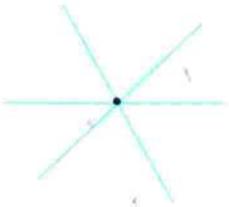


Рис. 14

Посмотрите на рисунки 15 и 16. Вы видите, что через одну точку можно провести сколько угодно прямых (рис. 15), но через две точки — только одну прямую (рис. 16).


Рис. 15

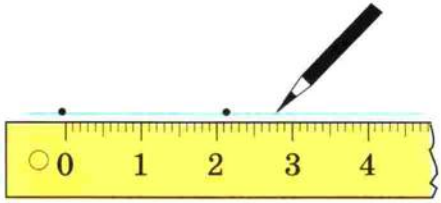


Рис. 16

Запомните!

Через две точки можно провести только одну прямую.

Благодаря такому свойству прямую можно обозначать двумя большими буквами — названиями любых двух точек этой прямой. На рисунке 17 вы видите прямую AB.

Кратко говорят и записывают: прямая AB.

Проведем часть прямой по одну сторону от точки (рис. 18). Получили геометрическую фигуру *луч*. Данная точка называется *началом луча*.

Луч обозначают двумя буквами — названием начала и названием любой другой его точки. На рисунке 19 вы видите луч BC.



прямая AB

Рис. 17

луч

Рис. 18



луч BC

Рис. 19

Кратко говорят и записывают: луч BC.



отрезок

Рис. 20



отрезок CD

Рис. 21



Рис. 22

? Можно ли лучу на рисунке 19 дать название CB? Нет, т. к. точка C не является началом этого луча.

Проведём часть прямой, соединяющую две точки (рис. 20). Получили геометрическую фигуру *отрезок*. Данные точки называются *концами отрезка*.

Отрезок обозначают двумя буквами — названиями его концов. На рисунке 21 вы видите отрезок CD.

Кратко говорят и записывают: отрезок CD.

Обратите внимание:

луч и отрезок — это части прямой.

Проведём прямую AB и обозначим на ней две точки: R и S (рис. 22). Получим три части прямой AB — два луча RA и SB и отрезок RS.

В отличие от прямой и луча, отрезок характеризует его *длина*. Для измерения отрезков пользуются линейкой с делениями. На рисунке 23 вы видите отрезок MN *длиной* 4 см, или 40 мм.

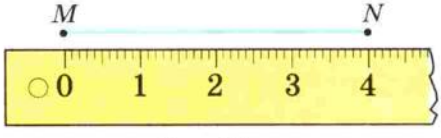


Рис. 23

Кратко записывают: $MN = 4$ см или $MN = 40$ мм, и говорят: «Отрезок MN равен четырём сантиметрам» или «Отрезок MN равен сорока миллиметрам».

? Верно ли, что 4 см = 40 мм? Верно, т. к. это — длина одного и того же отрезка, выраженная с помощью различных единиц измерения длины.

В используемой нами метрической системе мер длину измеряют миллиметрами (мм), сантиметрами (см), метрами (м), километрами (км) и т. д. При этом:

1 см = 10 мм; 1 м = 100 см; 1 км = 1000 м.

Задача. Точка K делит отрезок AB на два отрезка — AK и KB (рис. 24). $AK = 20$ мм, $KB = 3$ см. Какова длина отрезка AB в сантиметрах? А в миллиметрах?



Рис. 24

Решение.

20 мм = 2 см.

$AB = AK + KB = 2 + 3 = 5$ (см).

5 см = 50 мм.

Ответ: $AB = 5$ см или $AB = 50$ мм.

Обратите внимание:

1) длина отрезка равна сумме длин его частей;
2) длину отрезка выражают именованным числом;
3) чтобы найти длину отрезка, надо свести длины его частей к одной единице измерения и полученные значения сложить.

На практике приходится не только измерять отрезки, но и определять расстояние между двумя точками. Понятно, что на местности дорога из пункта A в пункт B может и не пролегать по прямой. Но в математике расстояние между двумя точками всегда определяют как длину отрезка с концами в этих точках.

Запомните!

Расстоянием между двумя точками **называется длина отрезка с концами в этих точках.**

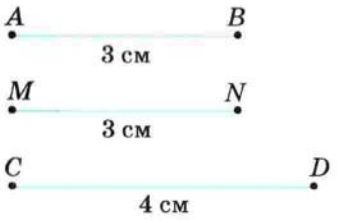


Рис. 25

Для сравнения отрезков пользуются их длинами.

На рисунке 25 вы видите, что $AB = 3$ см и $MN = 3$ см, поэтому отрезки AB и MN — равны. Отрезок $CD = 4$ см, поэтому он больше отрезка AB. Соответственно, отрезок AB меньше отрезка CD.

Коротко записывают: $AB = MN$, $CD > AB$, $AB < CD$.

На практике для сравнения отрезков часто пользуются *способом наложения* (рис. 26).



Рис. 26

Запомните!

1. **Равные отрезки имеют равные длины.**
2. **Из двух отрезков больше тот, длина которого больше.**



Узнайте больше

1. **Геометрия** — наука, изучающая формы, размеры и взаимное расположение геометрических фигур. Она возникла и развивалась в связи с потребностями практической деятельности человека. Считают, что геометрия возникла в Египте, а оттуда попала в Грецию.
2. **Точка** — основное понятие геометрии. Слово «точка» является переводом латинского слова «*pungo*», что означает «тыкаю», «прикасаюсь». Слово «линия» происходит от латинского слова «*linea*», что означает «лён», «льняная нить». Иногда это слово трактуется как «прямая линия». Отсюда название устройства для черчения прямых линий — «линейка».

3. За единицу измерения можно принять отрезок любой длины. На рисунках вы видите примеры некоторых единиц измерения, используемых и сейчас в других странах, например, дюйм в Великобритании и США (рис. 27), цунь в Китае (рис. 28). В старину славянские народы использовали, например, такие единицы длины, как ноготь, локоть и другие.



Рис. 27

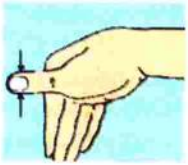


Рис. 28

ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ

1. Что такое прямая? Точка? Луч? Отрезок? Как их изобразить?
2. Сколько прямых можно провести через две точки?
3. Что называется лучом? Началом луча?
4. Что называется отрезком? Концами отрезка?
5. Что означает найти длину отрезка?
6. Как найти длину отрезка, если известны длины его частей?
7. Как сравнивают два отрезка?
8. Какими способами можно сравнить отрезки?

РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

48 . Сколько прямых можно провести через:
1) точки A и B; 2) точку C?

49 . Назовите все лучи, изображённые на рисунке 29.

Рис. 29

50 . Таня объясняла, как получить отрезок: «Если точки A и B соединить линией, получим отрезок AB». Достаточно ли такого объяснения?

51 . На прямой CD обозначили точки M, N и P (рис. 30). Сколько отрезков получили? Назовите эти отрезки.



Рис. 30

52°. Сравните длины отрезков, изображённых на рисунке 31:
1) AB и CD; 2) AB и MN; 3) CD и PK; 4) MN и PK.
Назовите самый длинный отрезок.

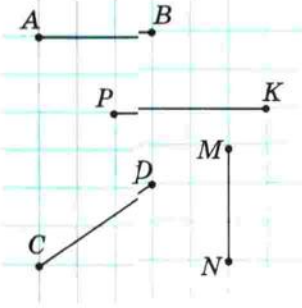


Рис. 31

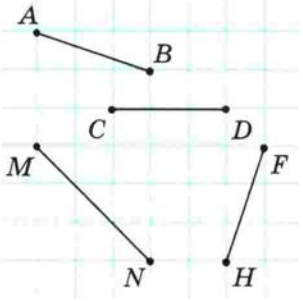


Рис. 32

53°. Сравните длины отрезков, изображённых на рисунке 32:
1) AB и CD; 2) AB и FH; 3) CD и MN; 4) FH и MN.
Назовите самый короткий отрезок.

54°. Найдите длину x на рисунках 33—36.

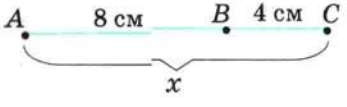


Рис. 33

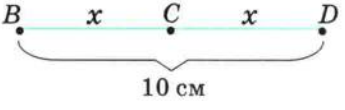


Рис. 34

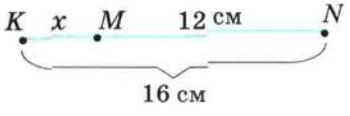


Рис. 35

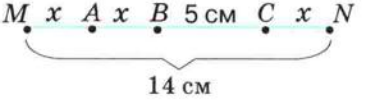


Рис. 36

55°. С помощью линейки постройте отрезок длиной:
1) 5 см; 2) 7 см 5 мм; 3) 35 мм; 4) 1 дм.

56°. С помощью линейки постройте отрезок длиной:
1) 4 см; 2) 2 см 5 мм; 3) 1 дм 8 мм.

57°. Точка C обозначена на отрезке AB. По данным таблицы 3 найдите неизвестные величины.

Таблица 3

AB	25 см	47 мм		a	c	
AC	12 см		1 см	b		m
CB		3 см	38 мм		d	n

58°. Постройте отрезок AB длиной 4 см и отрезок CD, который длиннее отрезка AB на 2 см 5 мм.

59°. Постройте отрезок CD длиной 6 см и отрезок MN длиной 2 см. Постройте: 1) отрезок AB, длина которого равна сумме длин отрезков CD и MN; 2) отрезок KP, длина которого равна разности длин отрезков CD и MN.

60°. Постройте отрезок CD длиной 9 см и отрезок MN, который короче отрезка CD в 3 раза.

61°. Проведите все возможные отрезки с концами в точках A, B, C и D (рис. 37). Запишите полученные отрезки.

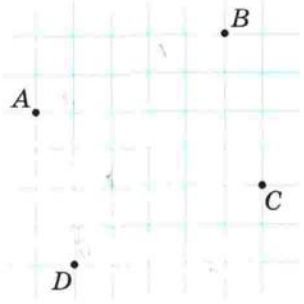


Рис. 37

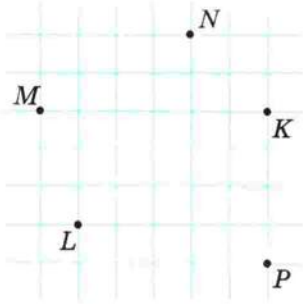


Рис. 38

62°. Проведите все возможные отрезки с концами в точках M, N, K, P и L (рис. 38). Запишите полученные отрезки.

63. На прямой от точки A отложили отрезки AB и AC так, что точки B и C находятся на данной прямой по разные стороны от точки A. AB = 24 см, AC = 3 дм. Найдите длину отрезка BC.

64. На прямой от точки O сначала отложили отрезок OA длиной 15 см, а потом отрезок AB длиной 12 см. Найдите длину отрезка OB. Сколько решений имеет задача?

65. На прямой даны три точки: M, N и K. MN = 64 см, NK = = 4 дм. Найдите длину отрезка MK. Рассмотрите два случая.

66. На рисунке 39 AD = 36 см, AB = 18 см, CD = 10 см. Найдите длины отрезков BC, AC и BD.

67. На рисунке 40 CD = 48 см, CM = 32 см, KD = 24 см. Найдите длины отрезков CK, MD и KM.

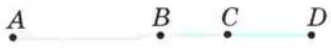


Рис. 39



Рис. 40

68. Таня разложила на столе 5 пуговиц по прямой на расстоянии 3 см друг от друга. На каком расстоянии находится первая пуговица от последней? Размерами пуговиц пренебречь.

69. Вдоль беговой дорожки равномерно расставлены столбики. Старт был дан от первого столбика. Через 12 мин Серёжа находился возле четвёртого столбика. Через сколько минут от начала забега Серёжа будет около седьмого столбика, если его скорость постоянна?

70*. Саша и Коля измерили расстояние между точками A, B и C. После этого Саша сказал: «$AB = 1$, $BC = 3$», а Николай: «$AB = 8$, $BC = 24$». Оба мальчика утверждали, что они провели измерения правильно. Может ли такое быть?

71*. Петя начертил 3 прямые и обозначил на них 6 точек. Оказалось, что на каждой прямой он обозначил 3 точки. Нарисуйте, как он это сделал.

72*. У Тани есть два карандаша длиной 7 см и 17 см. Как с их помощью отмерить 1 см, если карандаши ломать нельзя?

ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

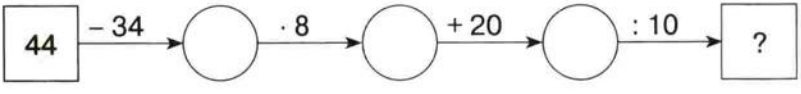
73. Измерьте длину и ширину:
1) тетради; 2) парты.

74. Дедушка решил построить забор длиной 20 м. Помогите ему вычислить, сколько столбиков для этого понадобится, если ставить их нужно на расстоянии 2 м друг от друга. Размерами столбиков пренебречь.

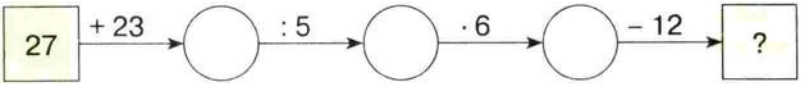
75. Кусок проволоки длиной 102 см нужно разрезать на части длиной 15 см и 12 см, но так, чтобы обрезков не было. Как это сделать? Сколько решений имеет задача?

ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

76. Вычислите устно, какое число нужно вписать в последнюю клеточку цепочки:
1)



2)



77. Вычислите:
1) (251 + 149) : 50 – 96 : 12; 2) 124 + 26 · (1071 : 51 – 14).

78. За три одинаковых журнала заплатили 25 грн 50 к. Сколько стоят 5 таких журналов?

79. Бабушка купила внукам 2 порции мороженого, заплатив по 3 грн 50 к. за каждую. Сколько сдачи она получила с 10 грн?

§ 3. КООРДИНАТНЫЙ ЛУЧ

Запишем натуральный ряд чисел:

1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; ...

Числу 1 поставим в соответствие отрезок любой длины (рис. 41). Примем этот отрезок за *единичный отрезок*. Его длина равна 1 ед. Тогда числу 2 соответствует отрезок, вдвое больший, чем единичный отрезок, числу 3 — втрое больший, чем единичный отрезок и т. д. Итак, **каждому натуральному числу n будет соответствовать отрезок, в n раз больший, чем единичный отрезок.**

На луче OX от его начала O последовательно отложим единичный отрезок (рис. 42), потом отрезок, соответствующий числу 2, числу 3 и т. д.

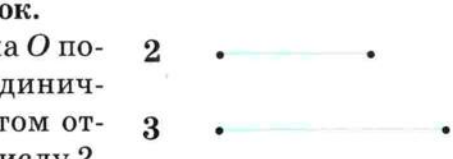


Рис. 41



Рис. 42

? Можно ли на луче отложить самый длинный отрезок, соответствующий натуральному числу? Нет.

Разместим натуральный ряд чисел возле точек на луче OX так, как показано на рисунке 43. В конце его изображения поставим стрелку. Она, так же, как и три точки в записи натурального ряда, показывает, что в этом направлении натуральные числа возрастают бесконечно. Считают, что стрелка указывает *направление отсчёта*, а началу луча O соответствует число 0.

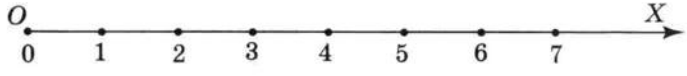


Рис. 43

Посмотрите на рисунок 43. Вы видите, что любые две соседние точки на луче OX являются концами отрезка, равного единичному отрезку. Действительно: $2 - 1 = 1$ (ед.),..., $7 - 6 = 1$ (ед.), ... Это означает, что на луче OX *введена шкала*, то есть **указано *начало отсчёта, направление отсчёта* и *деление*.** *Цена деления* составляет 1 ед. и равна длине выбранного единичного отрезка. Для удобства концы делений на такой шкале изображают чёрточками (рис. 44).

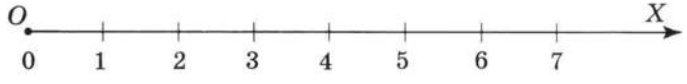


Рис. 44

Запомните!

Луч, на котором введена шкала, называется *координатным лучом*.

Координатный луч является примером бесконечной шкалы.

На рисунке 45 точке D соответствует число 5 на координатном луче OX. Это число называют *координатой точки D*.

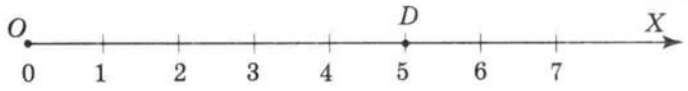


Рис. 45

Кратко записывают: $D\,(5)$. Читают: «Точка D с координатой 5».

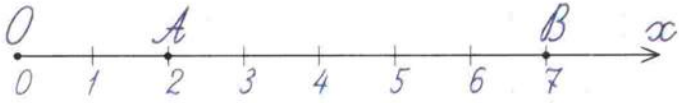
? Что показывает координата точки D на координатном луче OX? Количество единичных отрезков, содержащихся в отрезке OD, или *расстояние* от точки D до начала O координатного луча OX.

Обратите внимание:

1) каждой точке на координатном луче соответствует единственная координата;
2) чем больше координата точки, тем больше расстояние от неё до начала координатного луча.

Задача. Найдите расстояние между точками $A\,(2)$ и $B\,(7)$.

Решение.



$OA = 2$ ед. $OB = 7$ ед.

$AB = OB - OA = 7 - 2 = 5$ (ед.)

Ответ: $AB = 5$ ед.

Обратите внимание:

чтобы найти расстояние между двумя точками по их координатам, нужно от большей координаты отнять меньшую координату.

Таким способом часто пользуются на практике. На рисунке 46 вы видите, как находят длину ключа с помощью линейки с отломанными краями.



Рис. 46

? Можно ли линейку с делениями считать координатным лучом? Нет, потому что она имеет ограниченную длину и на ней нельзя разместить натуральный ряд чисел.

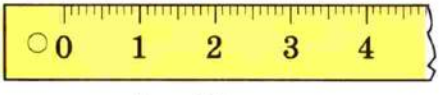


Рис. 47



Рис. 48

Линейка с делениями из ваших принадлежностей (рис. 47) является примером конечной шкалы. На ней цена большого деления равна 1 см, а малого — 1 мм.

Вам приходилось встречать и другие шкалы: термометр для измерения температуры воздуха (рис. 48); спидометр, показывающий скорость автомобиля (рис. 49); часы со стрелками (рис. 50).



Рис. 49



Рис. 50



Рис. 51

? Являются ли часы на рисунке 51 примером шкалы? Нет. На них нет делений.

Узнайте больше

1. Слово «шкала» происходит от итальянского *scala*, что означает «ступеньки» или «линейка».
2. Одной из первых шкал считают солнечные часы (рис. 52). Это расположенный на ровной поверхности циферблат, на контуре которого размещается 12 штрихов (по количеству знаков зодиака), а в центре — вертикальный стержень. Вслед за Солнцем, движущимся по небосводу, перемещалась и тень от стержня, показывая время. Основным недостатком солнечных часов было то, что они «работали» только днём и только в солнечную погоду.



Рис. 52

ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ

1. Какой отрезок называется единичным?
2. Какой луч называется координатным?
3. Как построить координатный луч?
4. Что показывает координата точки на координатном луче?
5. Как найти положение точки на координатном луче по её координате?
6. Как найти расстояние между двумя точками по их координатам?
7. Что такое шкала? Приведите примеры.

РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

80°. На рисунке 53 назовите:
1) начало координатного луча;
2) отрезок, соответствующий единичному отрезку;
3) координаты точек B, C, D.

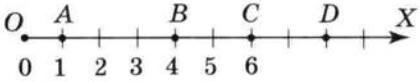


Рис. 53

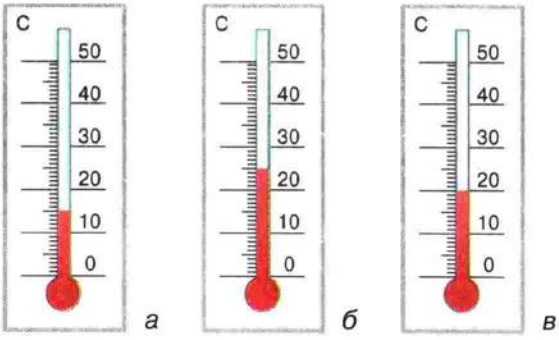


Рис. 54

81°. По показателям термометра для измерения температуры воздуха на рисунке 54, *а—в* определите, какой была температура воздуха в течение дня.

82°. Назовите координаты трёх точек, расположенных на координатном луче правее точки $A(5)$, и координаты трёх точек, лежащих левее этой точки.

83°. По показателям спидометра на рисунке 55, *а—в* определите, с какой скоростью двигался автомобиль.

84°. Начертите координатный луч. За единичный отрезок примите одну клеточку тетради. Отметьте на этом луче точки $A(0)$, $B(2)$, $C(5)$, $D(8)$, $K(9)$, $E(12)$. Назовите все полученные отрезки и найдите их длины.

85°. Начертите координатный луч. За единичный отрезок примите одну клеточку тетради. Отметьте на этом луче точки $M(1)$, $N(4)$, $F(6)$, $K(7)$, $L(10)$, $P(11)$. Назовите все полученные отрезки и найдите их длины.

86°. Начертите координатный луч, единичный отрезок которого равен трём клеточкам тетради. Отметьте на этом луче точки $M(1)$, $N(3)$, $K(4)$, $L(5)$.

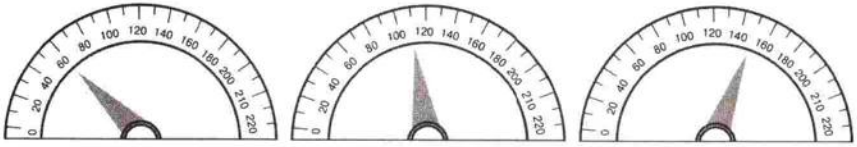


Рис. 55

87°. Начертите координатный луч, единичный отрезок которого равен 1 см. Отметьте на этом луче точки $A(0)$, $B(2)$, $C(3)$, $D(5)$.

88°. Определите координаты точек, изображённых на рисунке 56.

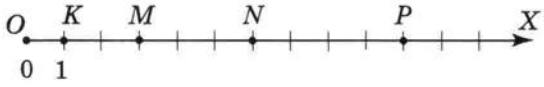


Рис. 56

89°. Определите координаты точек, изображённых на рисунке 57.

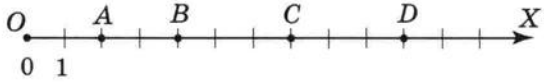


Рис. 57

90°. Обозначьте единичный отрезок и определите координаты точек, изображенных на рисунке 58.

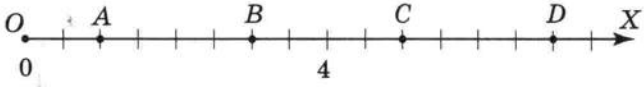


Рис. 58

91°. Обозначьте единичный отрезок и определите координаты точек, изображенных на на рисунке 59.

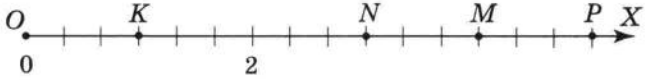


Рис. 59

92. Запишите координаты точек, расположенных на расстоянии:

1) 2 ед. от точки $A(6)$;
2) 4 ед. от точки $B(9)$;
3) 3 ед. от точки $C(2)$;
4) 5 ед. от точки $N(12)$.

93. Запишите координаты точек, расположенных на расстоянии:

1) 1 ед. от точки $M(7)$;
2) 8 ед. от точки $K(8)$.

94. Найдите расстояние между точками:

1) $A(4)$ и $B(9)$;
2) $C(2)$ и $D(12)$;
3) $M(23)$ и $N(45)$.

95. Найдите расстояние между точками:

1) $A(6)$ и $N(11)$;
2) $B(14)$ и $M(20)$;
3) $C(34)$ и $K(52)$.

96. Начертите в тетради отрезок длиной 14 см. Под одним из его концов поставьте число 0, а под другим — 14. Разделите отрезок на 7 равных частей и обозначьте их точками. Укажите числа, соответствующие этим точкам.

97*. На координатном луче (рис. 60) обозначены числа 1 и a. Перенесите рисунок в тетрадь и с помощью циркуля обозначьте на этом луче точки, соответствующие числам $a + 1$; $a - 1$; $a + 2$; $2a$.

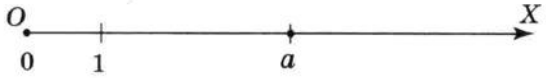


Рис. 60

98*. Кузнечик скачет вдоль координатного луча попеременно: на 6 ед. вправо и на 4 ед. влево. Сможет ли он за несколько прыжков из точки с координатой 2 попасть в точку: 1) с координатой 10; 2) с координатой 11? Ответ объясните.

99*. Улитка за день поднимается на 4 м вверх, а за ночь спускается на 2 м вниз. За сколько дней она поднимется на верхушку дерева, высотой 10 м?

ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

100. Конечные пункты автобусного маршрута — A и $Б$. Если ехать от A до $Б$, то остановка «Школа» — четвёртая, а если ехать от $Б$ до A, то остановка «Школа» — девятая. Сколько всего остановок на автобусном маршруте?

101. На полке 15 книг. Если считать слева направо, то учебник по математике стоит на десятом месте. Каким будет по порядку этот учебник, если книги считать справа налево?

ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

102. Вычислите устно:

1) $18 + 17$;	2) $25 - 12$;	3) $9 \cdot 9$;	4) $30 : 2$;
$16 + 9$;	$81 - 41$;	$7 \cdot 11$;	$44 : 4$.

103. Вычислите:

1) $950 : 25 + 960 : 60$; 2) $(4528 - 4239) : 17 - 12$.

104. Найдите два числа на циферблате часов, если:

1) числа размещены напротив друг друга и их сумма равна 12;

2) числа размещены рядом друг с другом и их сумма равна 9.

105. Составьте задачу по такому выражению: $2 \cdot 150 + 3 \cdot 475$.

§ 4. ЧИСЛОВЫЕ ВЫРАЖЕНИЯ, РАВЕНСТВА, НЕРАВЕНСТВА. СРАВНЕНИЕ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Вы уже знаете четыре арифметических действия над числами — сложение, вычитание, умножение и деление. Для записи таких действий над числами используют числовые выражения. Например, $24 + 2$, $24 - 2$, $24 \cdot 2$, $24 : 2$ — числовые выражения.

Запомните!

Запись, в которой используют только числа, знаки арифметических действий и скобки, называется *числовым выражением.*

Числовое выражение показывает, какое арифметическое действие нужно выполнить над числами, но не показывает результат этого действия.

Выражение $24 + 2$ называется *суммой* чисел 24 и 2.

Выражение $24 - 2$ называется *разностью* чисел 24 и 2.

Выражение $24 \cdot 2$ называется *произведением* чисел 24 и 2.

Выражение $24 : 2$ называется *частным* чисел 24 и 2.

Числа 24 и 2 в каждом из этих числовых выражений называются *компонентами выражения*.

Обратите внимание:

- чтобы прочитать числовое выражение, сначала прочтите его название, а затем его компоненты.

Число, полученное в результате выполнения арифметического действия в выражении, называется *значением числового выражения*. Например, значением суммы чисел 24 и 2 является число 26, а значением произведения чисел 24 и 2 — число 48.

Если числовое выражение соединить с его значением знаком равенства «=», то получим *числовое равенство*. Например, $24 + 2 = 26$, $24 \cdot 2 = 48$ — числовые равенства.

Два числовых выражения с равными значениями можно *приравнять*. Для этого соединим их знаком равенства. Полученная запись также является числовым равенством. Например, $24 + 2 = 13 \cdot 2$ и $24 - 2 = 44 : 2$.

Запомните!

Запись, в которой два числа, или два числовых выражения, или числовое выражение и число соединены знаком равенства, называется *числовым равенством*.

? Можно ли приравнять числовые выражения $24 + 2$ и $24 \cdot 2$? Нет, т. к. их значения не равны между собой.

Кратко записывают: $24 + 2 \neq 24 \cdot 2$. Знак «$\neq$» означает «не равно».

Обратите внимание:

1) числовое равенство показывает результат сравнения — два числа равны друг другу;
2) запись, содержащая знак «$\neq$», не является числовым равенством.

Из двух различных натуральных чисел одно число всегда является большим, а второе меньшим. Например, 9 больше 4, соответственно 4 меньше 9.

Кратко записывают: $9 > 4$ или $4 < 9$. Знаки «$>$» и «$<$» означают соответственно «больше» и «меньше». Такие знаки называются *знаками неравенства*.

Знаком неравенства можно соединять не только два числа, но и два числовых выражения, если их значения не равны друг другу и известно, какое из них является большим, а какое — меньшим. Например, $4 + 2 < 4 \cdot 2$. Аналогично, знаком неравенства можно соединить числовое выражение и число. Например, $4 + 2 > 5$.

Запомните!

Запись, в которой два числа, или два числовых выражения, или числовое выражение и число соединены знаком неравенства, называется *числовым неравенством*.

? Является ли числовым неравенством запись $4 + 2 \neq 4 \cdot 2$? Нет, так как из такой записи не ясно, какое числовое выражение имеет большее значение, а какое — меньшее.

Обратите внимание:

1) числовое неравенство показывает результат сравнения — какое из чисел больше, а какое — меньше;
2) запись, содержащая знак «$\neq$», не является числовым неравенством.

Числа можно сравнивать при помощи координатного луча. Из двух чисел больше то число, которое на координатном луче размещено дальше от его начала. На рисунке 61 координатный луч изображён горизонтально. Поэтому о размещении двух чисел на нём можно сказать: одно число размещается «правее» или «левее» от другого. Вы видите, что число 10 находится правее числа 7, поэтому $10 > 7$ или $7 < 10$.

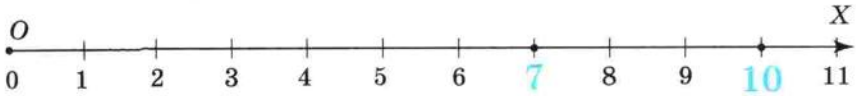


Рис. 61

Посмотрите на рисунок 62. На координатном луче число 6 размещается между числами 3 и 8. Понятно, что $6 > 3$ и $6 < 8$. Вместе это можно записать в виде *двойного неравенства*: $3 < 6 < 8$. Числа 3 и 8 называются *крайними членами двойного неравенства*, а число 6 — *средним членом двойного неравенства*.

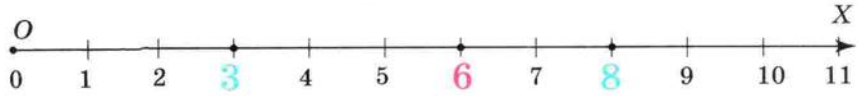


Рис. 62

Двойное неравенство $3 < 6 < 8$ читают, начиная со среднего члена: «Число 6 больше 3 и меньше 8».

На рисунке 62 вы видите, что между числами 3 и 8, кроме числа 6, размещаются и другие натуральные чис-

ла. Это числа 4, 5 и 7. Поэтому для крайних членов 3 и 8 верными являются и такие двойные неравенства:

$$3 < 4 < 8; \qquad 3 < 5 < 8; \qquad 3 < 7 < 8.$$

Для сравнения многозначных чисел пользуются специальными правилами. Рассмотрим примеры.



Задача. Сравните числа:
1) 96 и 830; 2) 3574 и 3547.

Решение. 1. Число 96 — двузначное, а число 830 — трёхзначное, поэтому $96 < 830$.

2. В записях чисел 3574 и 3547 одинаковое количество цифр. Поэтому их лучше сравнивать поразрядно. Для этого запишем данные числа одно под другим:

3574
3547

Каждое из чисел имеет 3 тысячи и 5 сотен. Но в первом числе есть 7 десятков, а во втором — только 4 десятка. Поэтому первое число больше второго: $3574 > 3547$.

Запомните!

Правила сравнения многозначных чисел.

1. **Из двух натуральных чисел больше то число, в записи которого цифр больше.**
2. **Если в записи двух натуральных чисел одинаковое количество цифр, то числа сравнивают поразрядно, начиная с самого старшего разряда.**



Узнайте больше

1. Знак равенства «=» ввёл английский учёный Роберт Рекорд в 1557 году. По его мнению, ничто не может показать равенство так, как два параллельных отрезка одинаковой длины. До него в математике пользовались другими знаками равенства. Так, древнегреческий математик Диофант знак равенства обозначал буквой «ι», являющейся первой буквой греческого слова «ισοζ» — равный. Индийские и арабские математики, а также большинство европейских чаще всего равенство обозначали словесно «*est egale*». Р. Бомбелли (1572 г.) отмечал равенство буквой «a», — первой в латинском слове «*aequalis*» — равный.

2. Знаки «>» и «<» ввёл Томас Герриот в своей работе «Применение аналитического искусства к решению уравнений», изданной посмертно в 1631 году. До него писали словами: больше, меньше.

ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ

1. Что называется числовым выражением? Приведите примеры.
2. Что называется значением числового выражения?
3. Что называется числовым равенством? Приведите примеры.
4. Что показывает числовое равенство?
5. Что называется числовым неравенством? Приведите примеры.
6. Какие знаки называют знаками неравенства?
7. Что показывает числовое неравенство?
8. Объясните, как сравнить два числа с помощью координатного луча.
9. Как записывают двойное неравенство? Что называют его крайними членами? Средним членом?
10. Как сравнить многозначные натуральные числа?

РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

106 Прочитайте числовые выражения, используя термины «сумма», «разность», «произведение» и «частное»:

1) $435 + 340$; 3) $45 \cdot 32$;
2) $127 - 102$; 4) $2460 : 12$.

107 Можно ли приравнять числовые выражения:

1) $25 + 4$ и $25 \cdot 4$; 3) $30 - 15$ и $30 + 15$; 5) $14 + 0$ и $14 - 0$;
2) $2 + 2$ и $2 \cdot 2$; 4) $2 - 1$ и $2 : 1$; 6) $28 \cdot 1$ и $28 : 1$?

Ответ объясните.

108 Прочитайте числовые неравенства:

1) $345 < 405$; 2) $172 > 100$; 3) $296 < 504$.

109 Назовите два натуральных числа, которые лежат на координатном луче:

1) правее числа 36; 2) левее числа 36.

Сравните названные числа с числом 36.

110 Прочитайте двойные числовые неравенства:

1) $64 < 80 < 91$; 3) $254 < 255 < 256$;
2) $304 < 381 < 392$; 4) $99 < 100 < 101$.

Назовите крайние и средний члены неравенства.

111°. Назовите наибольшее и наименьшее трёхзначные числа, большие числа 342. Назовите наибольшее и наименьшее трёхзначные числа, меньшие данного числа.

112°. Запишите числовое выражение и вычислите его значение:
1) сумма числа 152 и произведения чисел 45 и 21;
2) разность суммы чисел 245 и 197 и числа 45;
3) произведение суммы чисел 452 и 148 и числа 12;
4) частное числа 625 и разности чисел 100 и 75.

113°. Запишите числовое выражение и вычислите его значение:
1) сумма произведения чисел 28 и 15 и числа 120;
2) произведение числа 35 и разности чисел 506 и 468.

114°. Составьте числовое выражение для решения задачи и найдите его значение.

Длина отрезка AB равна 15 см. Длина отрезка CD в 3 раза меньше длины отрезка AB. Найдите длину отрезка MN, если она равна разности длин отрезков AB и CD.

115°. Составьте числовое выражение для решения задачи и найдите его значение.

Длина отрезка AB равна 5 см. Длина отрезка CD в 2 раза больше длины отрезка AB. Найдите длину отрезка MN, если она равна сумме длин отрезков AB и CD.

116°. Запишите числовое неравенство:
1) 25 меньше 72;
2) 56 больше 43;
3) 38 больше 12, но меньше 60.
Как расположены данные числа на координатном луче?

117°. Запишите числовое неравенство:
1) 30 меньше 53;
2) 124 больше 95;
3) 201 больше 200 и меньше 202;
4) 67 больше 45, но меньше 102.
Как расположены данные числа на координатном луче?

118°. На координатном луче (рис. 63) назовите число, лежащее: 1) на 5 единиц левее числа 5; 2) на 4 единицы правее числа 5; 3) между числами 5 и 12. Запишите соответствующие числовые неравенства.

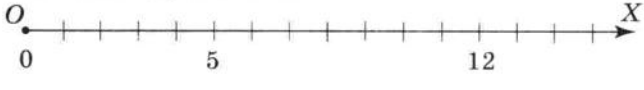


Рис. 63

119. На координатном луче (рис. 64) назовите число, лежащее:
1) на 4 единицы правее числа 6;
2) между числами 6 и 11.
Запишите соответствующие числовые неравенства.

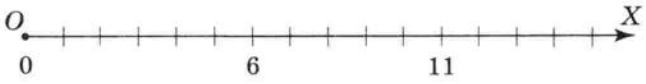


Рис. 64

120. Сравните:
1) 20 см и 25 см;
2) 50 см и 50 мм;
3) 1 м и 100 см;
4) 12 дм и 24 см.

121. Сравните:
1) 45 мин и 15 мин;
2) 15 мин и 15 с;
3) 60 мин и 1 час;
4) 75 мин и 1 час.

122. Сравните числа:
1) 345 и 2354;
2) 2456 и 2465;
3) 120 980 и 128 900;
4) 15 999 и 16 001.

123. Сравните числа:
1) 2390 и 987;
2) 25 756 и 25 134;
3) 178 099 и 200 000;
4) 5 000 000 и 3 111 111.

124. Разместите в порядке возрастания числа:
346, 10 087, 34, 99 456, 43, 10 098, 200 000.

125. Разместите в порядке убывания числа:
1256, 88, 167, 40 256, 809, 340 340, 560 000.

126. Составьте и запишите три числовых выражения, имеющие одинаковые значения, равные 25.

127. Запишите любое числовое выражение, для вычисления значения которого необходимо последовательно выполнить действия:
1) сложение, умножение и вычитание;
2) умножение, сложение, деление и вычитание.

128. Какое наибольшее натуральное число можно поставить вместо звёздочки, чтобы получить верное числовое неравенство:
1) $* < 17$;
2) $* < 14$?
Как расположены данные числа на координатном луче?

129. Какое наименьшее натуральное число можно поставить вместо звёздочки, чтобы получить верное числовое неравенство:
1) $* < 75$;
2) $* > 56$?
Как расположены данные числа на координатном луче?

130. Запишите все натуральные числа, которые можно поставить вместо звёздочки, чтобы получилось верное числовое неравенство:

1) $238 < * < 241$; 2) $19\,090 < * < 19\,100$.

131*. Можно ли сравнить следующие числа, если одна звёздочка заменяет одну цифру в записи числа:

1) 37** и 39**; 3) *5** и *9**;

2) 1*** и 9**; 4) 292** и 2*099?

Ответ объясните.

132*. Аня купила 2 порции мороженого и 1 пирожное, заплатив 4 грн 50 к. Если бы она купила 1 мороженое и 2 пирожных, то заплатила бы 6 грн. Сколько стоит мороженое и сколько стоит пирожное?

133*. *Старинная задача.* Продавец продал одному покупателю 10 яблок, 5 груш и 3 лимона на 1 рубль 10 копеек, второму покупателю по той же цене он продал 10 яблок, 3 груши и 1 лимон за 78 копеек, а третьему — 2 груши и 1 лимон за 22 копейки. Сколько стоят отдельно яблоко, груша и лимон?

ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

134. Дима старше Васи, но моложе Серёжи. Саша старше всех. Назовите имена мальчиков по старшинству.

135. Сравните:

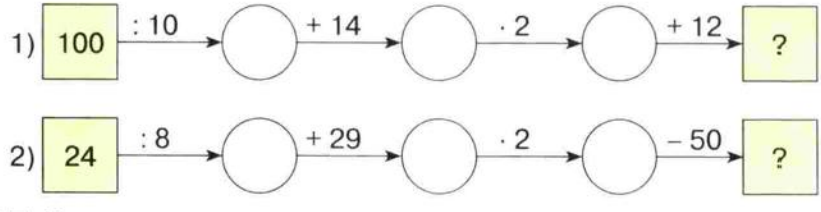
1) что сложнее: пробежать 1 км или 1000 м;

2) что тяжелее: поднять 5 кг или 500 г;

3) что дольше: ждать 2 часа или 100 мин?

ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

136. Вычислите устно, какое число нужно вписать в последнюю клеточку цепочки:



137. Вычислите:

1) $10\,486 : (455 - 357) + 49 \cdot 12$; 2) $(52 \cdot 15 + 120) - 840 : 12$.

138. У Тани 14 конфет, у Марины — на 4 конфеты меньше, чем у Тани, а у Сони — в 2 раза больше, чем у Марины. Сколько всего конфет у девочек?

139. Туристы за 3 дня преодолели 48 км. В первый день они прошли 8 км, во второй день проехали на автобусе расстояние, в 3 раза большее, чем в первый день. Сколько километров прошли туристы в третий день?

§ 5. УГЛЫ И ИХ ИЗМЕРЕНИЕ

Посмотрите на рисунок 65. Вы видите две прямолинейные тропинки, идущие от одного пня. Тропинки напоминают лучи, а пенёк — точку, являющуюся общим началом этих лучей. Этот пример даёт представление о геометрической фигуре *угол* (рис. 66).



Рис. 65

Рис. 66

Запомните!

***Углом* называется геометрическая фигура, образованная двумя лучами с общим началом.**

Лучи называются *сторонами угла*, а их общее начало — *вершиной угла* (рис. 67).

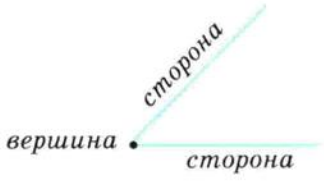


Рис. 67

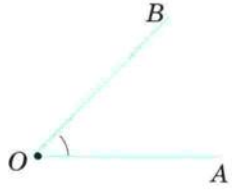


Рис. 68

На рисунке 68 изображён угол с вершиной O и сторонами OA и OB.

Кратко записывают: $\angle AOB$ ($\angle BOA$). Знак $\angle$ заменяет слово «угол». Данный угол можно обозначить только названием его вершины, например $\angle O$.

Обратите внимание:

если угол обозначен тремя буквами, то средняя буква в названии соответствует вершине угла.

Посмотрите на рисунок 69. На прямой DC обозначена точка O. Образовались два луча — OC и OD. Эти лучи выходят из общего начала O, поэтому тоже образуют угол — $\angle DOC$. Такой угол называется *развёрнутым*.

развёрнутый угол



Рис. 69

Вы знаете, что отрезок характеризует его длина. Аналогично, угол характеризует его *мера*. Чтобы измерить угол, нужно выбрать единицу измерения — *единичный угол*. Чаще всего делают это так. Развёрнутый угол разделяют на 180 равных частей (рис. 70) и одну из них принимают за единичный угол. Его меру называют *градусом*.

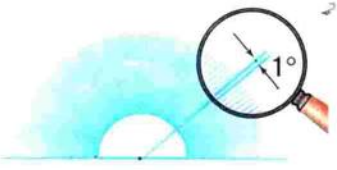


Рис. 70

Именованное число «1 градус» кратко записывают так: 1°.

Для каждого угла можно определить его *градусную меру*.

? Какова градусная мера развернутого угла? 180°, поскольку $180 \cdot 1^\circ = 180^\circ$.

Углы измеряют *транспортиром* (рис. 71, 72). Вы видите, что на транспортире нанесены две шкалы — вну-

тренняя и внешняя. На одной шкале числа возрастают против часовой стрелки, а на другой — по часовой стрелке. На рисунках 71 и 72 показано, как измерять угол AOB в зависимости от расположения его сторон. Вы видите, что в обоих случаях градусная мера угла AOB равна $120°$.

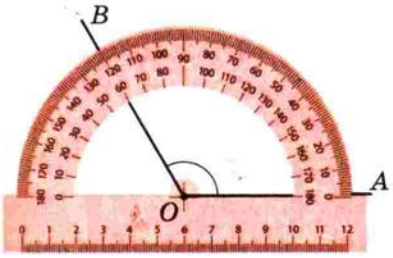


Рис. 71

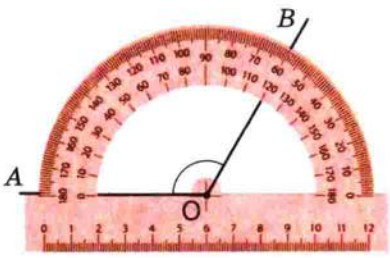


Рис. 72

Кратко говорят: «Угол AOB равен $120°$» и записывают: $\angle AOB = 120°$.

Задача 1. С помощью транспортира и линейки постройте угол BCD, равный $65°$.

Решение. Обозначим точку C — вершину угла (рис. 73). Проведём луч CB (рис. 74). С помощью транспортира определим расположение точки D, через которую будет проходить сторона CD искомого угла с градусной мерой $65°$ (рис. 75). Проведём луч CD (рис. 76).



Рис. 73



Рис. 74

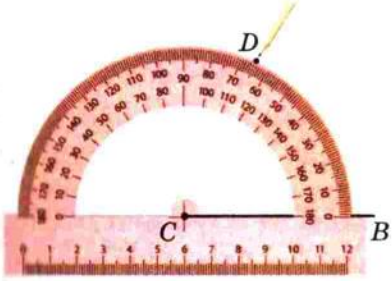


Рис. 75

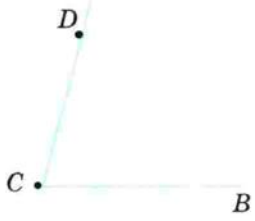


Рис. 76

Для сравнения углов пользуются их градусными мерами. На рисунке 77 вы видите, что $\angle AOB = 60°$ и $\angle LMN = 60°$, поэтому углы AOB и LMN — равны. Угол CDE равен 80°, поэтому он больше $\angle AOB$. Соответственно, $\angle AOB$ меньше $\angle CDE$.

Кратко записывают: $\angle AOB = \angle LMN$, $\angle CDE > \angle AOB$, $\angle AOB < \angle CDE$. На рисунке равные углы обозначают одинаковым количеством дуг (рис. 77).

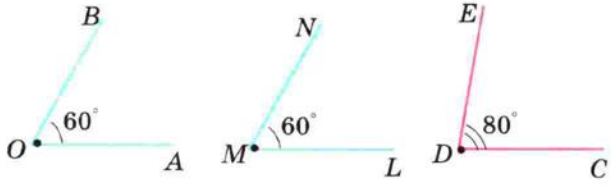


Рис. 77

На практике для сравнения углов, как и отрезков, можно воспользоваться *способом наложения*.

Запомните!

1. **Равные углы имеют равные градусные меры.**
2. **Из двух углов больше тот, градусная мера которого больше.**

Углы, меньшие развёрнутого, можно разделить на три вида — прямые, острые или тупые. Угол, равный 90°, называют *прямым* (рис. 78). Угол, меньший 90°, называют *острым* (рис. 79), а больший 90° — *тупым* (рис. 80).

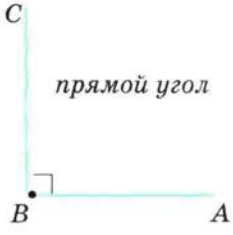


Рис. 78

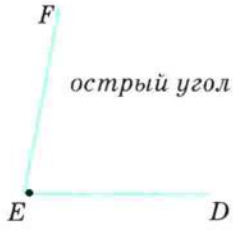


Рис. 79

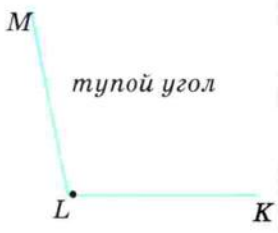


Рис. 80

На рисунке прямой угол обозначают значком «⌝».

Прямой угол можно строить с помощью угольника (рис. 81).

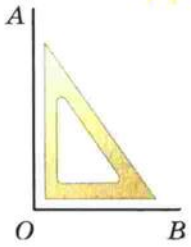


Рис. 81

На отдельном листе изобразим любой угол, а потом согнём лист так, чтобы стороны угла совместились. Линия сгиба наметит такой *внутренний луч угла*, который делит данный угол пополам. Этот луч называют *биссектрисой угла*. На рисунке 82 вы видите угол AOB и его биссектрису — луч OC. Для углов AOC и COB, образованных биссектрисой OC со сторонами угла AOB, выполняется равенство:

$$\angle AOC = \angle COB.$$

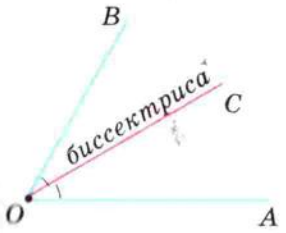


Рис. 82

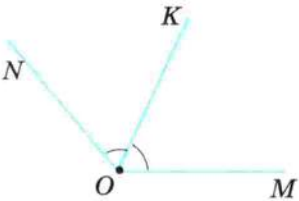


Рис. 83

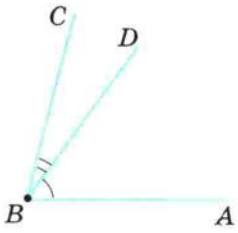


Рис. 84

Задача 2. $\angle MON = 130°$. Луч OK — его биссектриса (рис. 83). Определите градусную меру угла MOK.

Решение. Поскольку OK — биссектриса угла MON, то $\angle MOK = \angle KON = \angle MON : 2 = 130° : 2 = 65°$.

Из вершины B угла ABC проведём произвольный внутренний луч BD (рис. 84). Он разбивает угол ABC на два угла ABD и DBC. Эти углы меньше угла ABC, но их сумма равна углу ABC. Следовательно, $\angle ABC = \angle ABD + \angle DBC$. Углы ABD и DBC — это *части угла* ABC.

Задача 3. Луч OP — внутренний луч угла MON (рис. 85). Определите градусную меру угла PON, если $\angle MON = 145°$ и $\angle MOP = 60°$.

Решение.

Поскольку $\angle MON = \angle MOP + \angle PON$, то $\angle PON = \angle MON - \angle MOP$. Отсюда $\angle PON = 145° - 60° = 85°$.

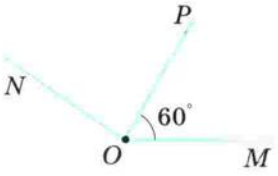


Рис. 85

Обратите внимание:

1) градусная мера угла равна сумме градусных мер его частей;
2) биссектриса угла делит его пополам.



Узнайте больше

1. Знак угла «∠» ввёл французский математик П. Эригон в XVII в.
2. Название «градус» происходит от латинского слова *gradus*, что означает «шаг» или «ступенька». Понятие градуса впервые применил древнегреческий учёный Птолемей (около 178—100 г. до н.э.). Для этого он делил окружность на 360 частей. Современное обозначение градуса «°» ввёл французский медик и математик Жак Пелетье дю Ман в 1558 году.

ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ

1. Что называется углом? Вершиной угла? Стороной угла?
2. Как обозначают углы?
3. В каких единицах измеряют углы? Как получить угол в 1°?
4. Для чего служит транспортир? Объясните, как измерить угол с помощью транспортира.
5. Как построить угол заданной градусной меры?
6. Какова градусная мера развёрнутого угла? Прямого угла?
7. Что такое острый угол? Тупой угол?
8. Какие углы называются равными?
9. Что такое биссектриса угла?
10. Как найти градусную меру угла, если известны градусные меры его частей?



РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

140 Назовите каждый из углов на рисунке 86. Какой из этих углов: 1) развёрнутый, 2) прямой; 3) острый, 4) тупой?



Рис. 86

141 Назовите равные углы на рисунке 87.

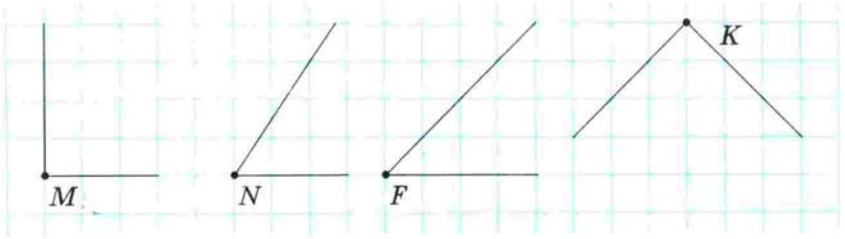


Рис. 87

142 Алёна дала определение углу: «Фигуру, образованную двумя лучами, называют углом». Получит ли она хорошую оценку?

143 Сколько углов изображено на рисунке 88? Определите градусную меру этих углов. Сделайте соответствующие записи.

144 Сколько углов изображено на рисунке 89? Определите градусную меру этих углов. Сделайте соответствующие записи.

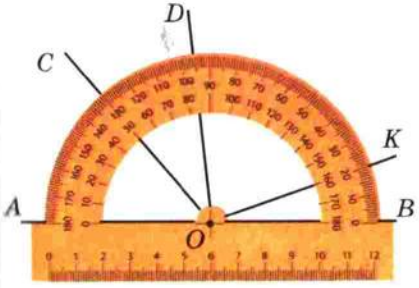


Рис. 88

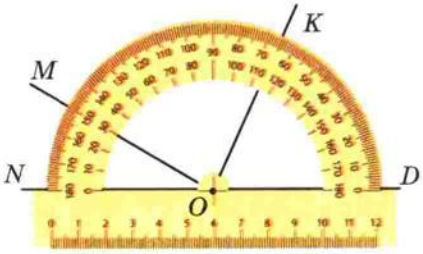


Рис. 89

145 Определите градусную меру углов, изображённых на рисунке 90, если $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \angle DOA$:
1) $\angle AOB$; 2) $\angle AOK$; 3) $\angle NOD$; 4) $\angle KON$.

146 Определите градусную меру углов, изображённых на рисунке 91, если $\angle COD = \angle DOM = \angle MON = \angle NOC$:
1) $\angle KOD$; 2) $\angle KOM$; 3) $\angle MOP$; 4) $\angle COP$.

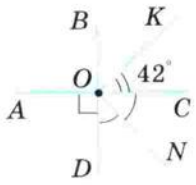


Рис. 90

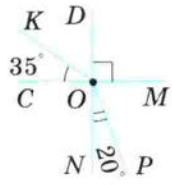


Рис. 91

147. Изобразите угол с градусной мерой:
1) 25°; 2) 120°; 3) 40°; 4) 90°.

148. Изобразите угол с градусной мерой:
1) 30°; 2) 150°; 3) 65°; 4) 170°.

149. На какой угол повернётся минутная стрелка часов на рисунке 92 за:
1) 5 мин; 2) 15 мин; 3) 20 мин; 4) 30 мин?



Рис. 92

150. Какой угол образуют часовая и минутная стрелки часов в:
1) 2 ч 00 мин; 2) 3 ч 00 мин; 3) 5 ч 00 мин; 4) 6 ч 00 мин?

151. Проведите биссектрису угла, градусная мера которого равна:
1) 70°; 2) 160°; 3) 90°.

152. Проведите биссектрису угла, градусная мера которого равна:
1) 50°; 2) 120°; 3) 150°.

153. Проведите луч OM. С помощью транспортира по одну сторону от луча OM постройте угол MON с градусной мерой 45°, а по другую — угол MOK, градусная мера которого — 65°. Чему равна градусная мера угла NOK?

154. Начертите два угла с общей стороной, которые:
1) образуют развёрнутый угол;
2) не образуют развёрнутый угол.
Может ли градусная мера этих углов быть одинаковой? Ответ объясните.

155. Как, сгибая лист бумаги, можно получить угол, равный 45°? Ответ объясните.

156. Луч BD — биссектриса $\angle ABC$. Найдите градусную меру:
1) $\angle DBC$, если $\angle ABC = 150°$; 2) $\angle ABC$, если $\angle ABD = 28°$.

157. Луч OK — биссектриса $\angle AOB$. Найдите градусную меру:
1) $\angle AOK$, если $\angle AOB = 70°$; 2) $\angle AOB$, если $\angle KOB = 55°$.

158. Луч OB — внутренний луч угла AOC. Найдите градусную меру:
1) $\angle AOC$, если $\angle AOB = 38°$ и $\angle BOC = 44°$;
2) $\angle AOB$, если $\angle AOC = 124°$ и $\angle BOC = 33°$;
3) $\angle BOC$, если $\angle AOC = 62°$ и $\angle AOB = 20°$.

159. Луч ON — внутренний луч угла MOK. Найдите градусную меру:
1) $\angle MOK$, если $\angle MON = 71°$ и $\angle NOK = 56°$;
2) $\angle NOK$, если $\angle MOK = 94°$ и $\angle MON = 57°$.

160. Прямой угол разделили внутренними лучами на равные углы. Найдите градусную меру этих углов, если получилось:
1) 2 угла; 2) 3 угла; 3) 5 углов.

161. Развёрнутый угол разделили внутренними лучами на равные углы. Найдите градусную меру этих углов, если получилось:
1) 2 угла; 2) 4 угла; 3) 6 углов.

162. Углы, равные 20° и 60°, имеют общую сторону. Какой угол образует биссектриса большего угла с общей стороной этих углов? Рассмотрите два случая.

163*. В развёрнутом угле AOD проведены внутренние лучи OB и OC. Найдите градусную меру угла AOB, если $\angle BOC = 90°$ и $\angle AOB = \angle COD$.

164*. У Серёжи дома часы с боем, отбивающие каждый час. Когда Серёжа пришёл из школы, угол между стрелками был тупым. Ровно через полчаса часы пробили. В этот момент угол между стрелками стал прямым. В котором часу Серёжа пришёл из школы?

ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

165. Приведите примеры прямых и развёрнутых углов, которые можно увидеть в классной комнате.

166. Определите угол между направлениями (рис. 93):
1) юг и восток;
2) юг и север;
3) юг и запад;
4) север и юго-запад;
5) запад и северо-запад;
6) восток и север;
7) восток и северо-запад;
8) северо-запад и юго-восток.

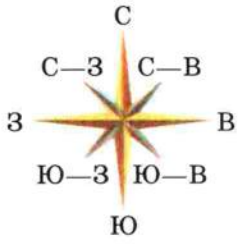


Рис. 93

ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

167. Вычислите устно:
1) $(404 - 104) : 3 + 12 \cdot 1$; 2) $(146 + 54) : 100 \cdot 9 - 18$.

168. Вычислите:
1) $20 + 1035 : 23 - 595 : 35$; 2) $125 \cdot 8 - 36 \cdot 25 + 40 \cdot 15$.

169. Составьте задачу по выражению: $650 - (150 + 150 \cdot 2)$.

ПРОВЕРЬТЕ, КАК УСВОИЛИ МАТЕРИАЛ

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какие числа называются натуральными?
2. Назовите наименьшее натуральное число. Существует ли наибольшее натуральное число?
3. Объясните различие между цифрой и числом.
4. Почему нашу систему счисления называют десятичной?
5. В чём суть позиционной записи чисел?
6. Назовите в порядке возрастания четыре класса в записи натуральных чисел.
7. Что называется лучом? Началом луча?
8. Что называется отрезком? Концами отрезка?
9. Что значит найти длину отрезка?
10. Как найти длину отрезка, если известны длины его частей?
11. Как сравнивают два отрезка? Какие отрезки называются равными?
12. Какой луч называется координатным? Как построить координатный луч?
13. Как найти размещение точки на координатном луче по её координате?
14. Что называется числовым выражением? Что называется значением числового выражения?
15. Что называется числовым равенством? Что показывает числовое равенство?
16. Что называется числовым неравенством? Как записывают двойное неравенство?
17. Объясните, как сравнить два числа с помощью координатного луча.
18. Как сравнить многозначные натуральные числа?
19. Что называется углом? Как обозначают углы? В каких единицах измеряют углы?
20. Для чего служит транспортир? Объясните, как измерить угол с помощью транспортира.
21. Как построить угол заданной градусной меры?
22. Какие углы вы знаете? Назовите их градусную меру.
23. Какие углы называются равными?
24. Что такое биссектриса угла?
25. Как найти градусную меру угла, если известны градусные меры его частей?

ПРОВЕРЬТЕ, КАК УСВОИЛИ МАТЕРИАЛ

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

Внимательно прочитайте задачи и найдите среди предложенных ответов верный. Для выполнения тестового задания потребуется 10—15 мин.

1°. Выберите правильную запись числа восемь миллионов пятьдесят шесть тысяч.

А. 8 000 056. **Б.** 800 056. **В.** 8 056 000. **Г.** 8 560 000.

2°. Даны точки $A(2)$, $B(8)$ и $C(10)$. На каком рисунке точки A, B и C обозначены верно?

А.



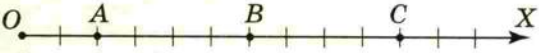
Б.



В.



Г.



3°. Укажите верное числовое неравенство:

А. $101 < 99$. **В.** $235\,550 < 235\,509$.

Б. $3478 > 3487$. **Г.** $4\,215\,100 > 4\,215\,099$.

4. Точка K делит отрезок MN на два отрезка — MK и KN. MN = 40 мм, KN = 3 см. Какова длина отрезка MK в сантиметрах?

А. 7 см. **Б.** 10 см. **В.** 1 см. **Г.** 43 см.

5*. $\angle AOB = 140°$. Луч OC — биссектриса $\angle AOB$, а луч OK — биссектриса $\angle AOC$. Какова градусная мера $\angle KOB$?

А. 35°. **Б.** 70°. **В.** 95°. **Г.** 105°.

ПРОВЕРЬТЕ, КАК УСВОИЛИ МАТЕРИАЛ

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какие числа называются натуральными?
2. Назовите наименьшее натуральное число. Существует ли наибольшее натуральное число?
3. Объясните различие между цифрой и числом.
4. Почему нашу систему счисления называют десятичной?
5. В чём суть позиционной записи чисел?
6. Назовите в порядке возрастания четыре класса в записи натуральных чисел.
7. Что называется лучом? Началом луча?
8. Что называется отрезком? Концами отрезка?
9. Что значит найти длину отрезка?
10. Как найти длину отрезка, если известны длины его частей?
11. Как сравнивают два отрезка? Какие отрезки называются равными?
12. Какой луч называется координатным? Как построить координатный луч?
13. Как найти размещение точки на координатном луче по её координате?
14. Что называется числовым выражением? Что называется значением числового выражения?
15. Что называется числовым равенством? Что показывает числовое равенство?
16. Что называется числовым неравенством? Как записывают двойное неравенство?
17. Объясните, как сравнить два числа с помощью координатного луча.
18. Как сравнить многозначные натуральные числа?
19. Что называется углом? Как обозначают углы? В каких единицах измеряют углы?
20. Для чего служит транспортир? Объясните, как измерить угол с помощью транспортира.
21. Как построить угол заданной градусной меры?
22. Какие углы вы знаете? Назовите их градусную меру.
23. Какие углы называются равными?
24. Что такое биссектриса угла?
25. Как найти градусную меру угла, если известны градусные меры его частей?

ПРОВЕРЬТЕ, КАК УСВОИЛИ МАТЕРИАЛ

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

Внимательно прочитайте задачи и найдите среди предложенных ответов верный. Для выполнения тестового задания потребуется 10—15 мин.

1°. Выберите правильную запись числа восемь миллионов пятьдесят шесть тысяч.

А. 8 000 056. **Б.** 800 056. **В.** 8 056 000. **Г.** 8 560 000.

2°. Даны точки $A(2)$, $B(8)$ и $C(10)$. На каком рисунке точки A, B и C обозначены верно?

А.



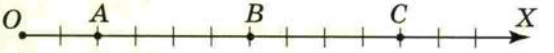
Б.



В.



Г.



3°. Укажите верное числовое неравенство:

А. $101 < 99$. **В.** $235\,550 < 235\,509$.

Б. $3478 > 3487$. **Г.** $4\,215\,100 > 4\,215\,099$.

4. Точка K делит отрезок MN на два отрезка — MK и KN. MN = 40 мм, KN = 3 см. Какова длина отрезка MK в сантиметрах?

А. 7 см. **Б.** 10 см. **В.** 1 см. **Г.** 43 см.

5*. $\angle AOB = 140°$. Луч OC — биссектриса $\angle AOB$, а луч OK — биссектриса $\angle AOC$. Какова градусная мера $\angle KOB$?

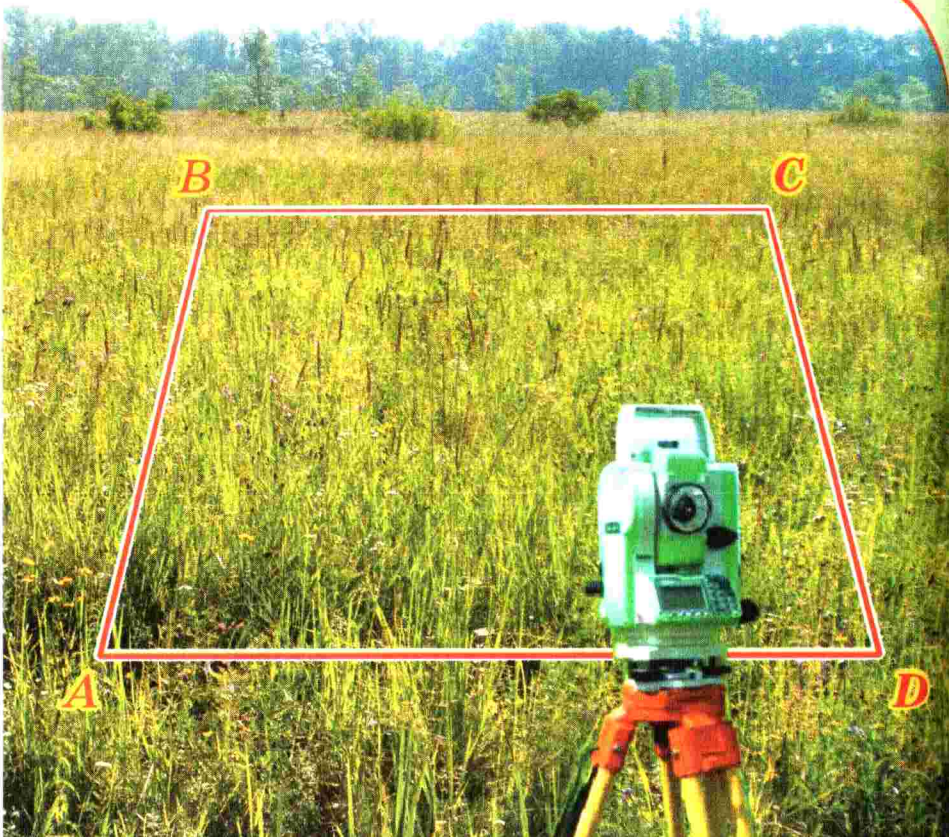
А. 35°. **Б.** 70°. **В.** 95°. **Г.** 105°.

ГЛАВА 2

ДЕЙСТВИЯ ПЕРВОЙ СТУПЕНИ НАД НАТУРАЛЬНЫМИ ЧИСЛАМИ

Вы узнаете:

- что такое буквенное выражение и как его составлять;
- как пользоваться формулами;
- о действиях сложения и вычитания натуральных чисел и их свойствах;
- что такое многоугольник и как находить его периметр;
- какие фигуры называются равными;
- о свойствах прямоугольника и квадрата;
- что такое треугольник, его виды и свойства;
- как применять изученный материал на практике



§ 6. БУКВЕННЫЕ ВЫРАЖЕНИЯ. ФОРМУЛЫ

Вы уже знаете, что такое числовое выражение. Умеете составлять такие выражения и вычислять их значения. А как записать, на каком расстоянии от школы живёт каждый из вас? Для кого-то такое расстояние равно, например, 200 м, а для других может составлять 500 м, 1000 м и т.д. Чтобы записать это в общем виде, можно число заменить буквой, например a. Тогда получим: расстояние от дома до школы составляет a м.



Задача 1. Юра живёт на 100 м дальше от школы, чем Оля, а Аня — вдвое дальше, чем Юра. На каком расстоянии от школы живёт Аня?

Решение. Обозначим буквой a расстояние от школы до дома, в котором живёт Оля. Тогда Юра живёт от школы на расстоянии $a + 100$ (м), а Аня — на расстоянии $(a + 100) \cdot 2$ (м).

В этой задаче мы составили выражения: a, $a + 100$, $(a + 100) \cdot 2$. Такие выражения не являются числовыми. Это — *буквенные выражения*.

Запомните!

Запись, в которой используют буквы, числа, знаки арифметических действий и скобки, называется *буквенным выражением*.

Буквенные выражения, такие как $2 \cdot a$, $a \cdot b$, $(a + b) \cdot c$, можно записать короче — без знака умножения (точки): $2a$, ab, $(a + b)\,c$.

Буквы, входящие в буквенное выражение, можно заменить числами и получить числовое выражение. Следовательно, значение буквенного выражения можно вычислить при заданных значениях букв. Например, пусть в рассмотренной задаче известно, что Оля живёт на расстоянии 300 м от школы. Тогда $a = 300$, $a + 100 = 300 + 100 = 400$, $(a + 100) \cdot 2 = (300 + 100) \cdot 2 = 800$. Следовательно, Юра живёт от школы на расстоянии 400 м, а Аня — на расстоянии 800 м.

? Изменятся ли значения этих буквенных выражений при другом значении a? Да.

Обратите внимание:

значение буквенного выражения зависит от значений букв, входящих в него.

Наиболее важные и общие сведения о числах, их свойствах, соотношениях между величинами и т. д. часто записывают в виде буквенных выражений, равенств и даже неравенств.

Например, известно, что в натуральном ряде два последовательных натуральных числа отличаются на единицу. Если натуральное число обозначить буквой n, то буквенное выражение $n + 1$ показывает, как именно для числа n получают последующее натуральное число: для этого нужно к данному числу прибавить 1. Другой пример. Если пройденный путь обозначить буквой s, скорость движения — буквой v, а время движения — буквой t, то получим равенство:

$$s = vt.$$

В старшей школе вы познакомитесь и с неравенствами, выражающими некоторые свойства чисел.

Такие буквенные выражения, равенства, неравенства называют *формулами*. Например, выражение $n+1$ — это *формула последующего натурального числа*: если $n=5$, то $n+1=5+1=6$; если $n=11$, то $n+1=11+1=12$ и т. д. Равенство $s = vt$ — это *формула, выражающая закон движения*. Она показывает, как именно пройденный путь зависит от скорости движения и затраченного времени: если $v=60$ км/ч и $t=2$ ч, то $s=vt=60\cdot 2=120$ (км); если $v=80$ км/ч и $t=3$ ч, то $s=vt=80\cdot 3=240$ (км) и т. д.

Задача 2. Длина скоростного участка дороги Киев — Борисполь равна 18 км. Автобус движется со скоростью 90 км/ч. За какое время автобус проедет этот скоростной участок дороги?

Решение. Из формулы движения $s = vt$ выразим искомое время: $t = s : v$. Для удобства вычислений переведём расстоя-

ние из километров в метры: 18 км = 18 000 м, а скорость — из километров в час — в метры в минуту: 90 км / ч = 90 · 1000: 60 = = 1500 (м/мин). Тогда $t = s: v = 18\,000 : 1500 = 12$ (мин). Итак, автобус преодолеет скоростной участок дороги за 12 мин.

Узнайте больше

1. Замечая закономерности, учёные стремятся выразить их в виде формул. Однако, чтобы представить формулой некоторое выражение, равенство или неравенство, математики обязательно доказывают, что выявленная закономерность подтверждается для всех чисел, указанных в формуле. Эти шаги называют выводом формулы. Позже вы тоже научитесь выводить формулы, и даже доказывать их.
2. Слово «формула» — это перевод латинского слова *formula*, означающее форма, правило, предписание.
3. Создателем современной буквенной символики считают французского математика **Франсуа Виета** (1540–1603).



Франсуа Виет

ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ

1. Что называется буквенным выражением? Приведите пример.
2. Объясните, как вычислить значение буквенного выражения.
3. Что такое формула? Приведите пример формулы.
4. По какой формуле вычисляют путь? Объясните, что означают буквы в этой формуле.

РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

170°. Является ли выражение буквенным:

1) $4 \cdot t$;
2) $5 \cdot 45 + 7$;
3) $a + 78 \cdot (b - c)$;
4) $a + 8 \cdot a$?

171°. Как записать короче:

1) $4 \cdot t$;
2) $78 \cdot b$;
3) $8 \cdot a$;
4) $a \cdot b$?

172°. Можно ли записать выражение короче (без знака арифметического действия):

1) $4 + t$;
2) $78 - b$;
3) $8 \cdot b \cdot a$;
4) $a \cdot b \cdot c$?

173. Прочитайте буквенное выражение:
1) $8 + a$; 2) $c : 5$; 3) $\alpha\beta$; 4) $x - y$.

174. Найдите значение выражения $a + 15$, если:
1) $a = 5$; 2) $a = 20\,005$; 3) $a = 405$; 4) $a = 0$.

175. Прочитайте буквенное выражение:
1) $3t + ab$; 2) $ab : n + 6$; 3) $35x - 100y$.

176. Запишите в виде выражения:
1) разность чисел 123 и 78, уменьшенная на a;
2) сумма чисел a и 4, разделённая на c;
3) произведение числа 56 и суммы чисел n и m;
4) частное суммы чисел a и $5b$ и разности чисел n и m.

177. По данным таблицы 4 вычислите значения выражений.

Таблица 4

a	1000	62	11	202
$2a$				
$a + 38$				

178. Число a увеличили в 5 раз, потом уменьшили на 45, а потом увеличили на 45. Какое выражение получили?

179. Число 144 увеличили в b раз, потом уменьшили на c, а потом увеличили на n. Какое выражение получили?

180. В классе a мальчиков и b девочек. Запишите в виде равенства следующие предложения:
1) мальчиков втрое больше, чем девочек;
2) мальчиков на 4 меньше, чем девочек;
3) мальчиков столько же, сколько девочек.

181. Мария купила a кг груш по 10 грн и c кг яблок по 5 грн. Сколько заплатила за покупку Мария?

182. Карандаши стоят x грн, краски — y грн, а альбом — z грн. Объясните смысл выражений:
1) $x + y + z$;
2) $y - x$;
3) $3x + 2y + 5z$;
4) $100 - (3x + 2y + 5z)$.

183. Помидор весит a г, а огурец — b г. Объясните смысл выражений:
1) $a + b$; 2) $a - b$; 3) $6a$; 4) $4a + 8b$.

184. Скорость автомобиля 60 км/ч. По формуле $S = 60t$ найдите расстояние s, которое проедет автомобиль за время t, если:
1) $t = 4$ ч; 2) $t = 12$ ч; 3) $t = 5$ ч.

185°. Скорость лодки 50 км/ч. По формуле $s = 50t$ найдите путь s, который преодолеет лодка за время t, если:
1) $t = 4$ ч; 2) $t = 2$ ч; 3) $t = 10$ ч.

186°. Опираясь на формулу движения, найдите неизвестные величины в таблице 5.

Таблица 5

s	1000 км	14 км	32 км	
v	100 км/год		8 км/год	65 км/год
t		2 год		4 год

187°. Рабочий за час изготавливает 25 деталей. По формуле $A = 25t$ вычислите количество изготовленных деталей, если:
1) $t = 4$ ч; 2) $t = 5$ ч; 3) $t = 3$ ч.

188°. Один килограмм печенья стоит 34 грн. По формуле $P = 34m$ вычислите стоимость m килограмм печенья, если:
1) $m = 4$ кг; 2) $m = 5$ кг; 3) $m = 10$ кг.

189. Запишите в виде выражения:
1) сумму трёх последовательных натуральных чисел;
2) произведение трёх последовательных натуральных чисел.

190. Число a имеет в записи x тысяч, y сотен, b десятков и c единиц. Представьте число a в виде суммы разрядных слагаемых.

191. В записи числа m a миллионов, b тысяч, c десятков и p единиц. Представьте число m в виде суммы разрядных слагаемых.

192. На координатном луче постройте точки M (6), P $(n + 3)$, если:
1) $n = 4$; 2) $n = 2$; 3) $n = 10$; 4) $n = 1$.
Найдите расстояние между точками M и P.

193. Найдите все натуральные числа, которые больше $a + 7$ и меньше $a + 9$, если:
1) $a = 3$; 2) $a = 250$; 3) $a = 5000$.

194. Найдите значение выражения $a + 5 - c$, если:
1) $a = 10$, $c = 8$; 2) $a = 90$, $c = 18$.

195. Автомобиль движется со скоростью 90 км/ч. По формуле $s = 90t$ найдите расстояние (в метрах), которое проедет автомобиль за:
1) 120 мин; 2) 360 с; 3) 300 мин.

196. Плот движется со скоростью 30 м/мин. За какое время плот преодолеет расстояние в 6 км?

197. Поезд движется со скоростью 120 км/ч. За сколько минут поезд преодолеет расстояние 8000 м?

198. В одном ящике на n яблок больше, чем во втором. Как изменится разница между количеством яблок в ящиках, если из первого ящика переложить во второй c яблок?

199*. Запишите в виде выражения:
1) «b км a м» в сантиметрах;
2) «$(c + 2)$ кг» в граммах;
3) «n грн m к.» в копейках;
4) «1 сутки t ч» в минутах.

200*. В записи числа есть x сотен, y десятков и z единиц. $x \geq 9$, $5 \leq y \leq 7$, $z - 1 \leq 5$. Найдите число, если сумма его цифр равна 18.

201*. На конечной остановке в автобус зашло a человек. На первой остановке вышло b человек, а зашло в 3 раза больше, чем вышло. На второй остановке вышло c человек, а зашло столько же, как на конечной остановке. Сколько пассажиров стало в автобусе?

202*. Петя и Вася читают одну и ту же книгу. Пете осталось прочитать a страниц, а Васе — b страниц. Сколько страниц прочитал Вася, если Петя прочитал 40 страниц?

ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

203. В классе учатся a девочек и b мальчиков. Сегодня, в связи с болезнью, на занятия не пришли c девочек и d мальчиков. Сколько всего учеников пришло на занятия? Вычислите значение полученного выражения для вашего класса сегодня. Объясните смысл выражений: $(a + b) - (c + d)$ и $(a - c) + (b - d)$.

204. Расстояние от вас до грозового фронта приблизительно определяется по времени задержки раската грома относительно вспышки молнии. Скорость звука — 344 м/с (за 3 секунды звук проходит более 1 километра). Пусть t — время между вспышкой молнии и соответствующим ей раскатом грома (в секундах), s — расстояние до местонахождения грозы (в метрах). По формуле $s = 344\,t$ найдите расстояние до грозового фронта, если после вспышки до грома прошло: 1) 3 с; 2) 10 с.

ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

205. Вычислите:
1) $(4 \cdot 15 + 76) : 4 - 2 \cdot (36 - 8) : 2$;
2) $4 \cdot 15 + 76 : 4 - 2 \cdot 36 - 8 : 2$.

206. Что больше:

1) 140 мин или 2 ч 20 мин; 2) 589 к. или 5 грн?

207. У Лены было 22 грн. Она купила 2 альбома по 7 грн и 4 тетради по 1 грн 30 к. Хватит ли у неё денег на мороженое по цене:

1) 4 грн 25 к.; 2) 2 грн?

§ 7. СЛОЖЕНИЕ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Вы знаете, что сложение — это арифметическое действие. Числа, которые нужно сложить, называются *слагаемыми*. Число, полученное в результате сложения, называется *суммой*.

Составим равенство на сложение по рисунку 94.



Рис. 94

Компоненты действия				**Результат действия**
4	**+**	**2**	**=**	**6**
слагаемое		***слагаемое***		***сумма***

Выражение 4 + 2 также называется суммой.

Изменится ли сумма, если поменять местами слагаемые? Нет. Действительно, $4 + 2 = 2 + 4 = 6$.

Такое свойство сложения выполняется для любых чисел a и b и называется *переместительным законом сложения*.

Запомните!

Переместительный закон сложения.

От перестановки слагаемых сумма не изменяется.

$$a + b = b + a.$$

Понятно, что когда одно из слагаемых равно 0, то сумма равна другому слагаемому:

$$a + 0 = 0 + a = a.$$

Вы знаете, что многозначные числа удобнее складывать в столбик. Например, нужно найти сумму чисел 4523 и 38 245. Для этого размещают слагаемые одно под другим так, чтобы единицы находились под единицами, десятки — под десятками, сотни — под сотнями и т. д. Поскольку $a+b=b+a$, то для удобства сложения первым, как правило, ставят большее число. Сложение выполняют поразрядно, начиная с наименьшего разряда — единиц:

$$\begin{array}{r} 38245 \\ +\ \ 4523 \\ \hline 42768. \end{array}$$

Рассмотрим, какие задачи можно решать при помощи сложения.

Задача 1. Как известно, Карлсон — очень большой сладкоежка. В свой день рождения он с удовольствием съел 6 банок земляничного варенья до обеда, а после обеда — ещё 8 банок. Сколько банок земляничного варенья съел Карлсон?

Решение. Чтобы найти количество банок земляничного варенья, съеденных Карлсоном, надо найти **сумму двух чисел**: 6 и 8. Отсюда 6 + 8 = 14 (банок). Итак, Карлсон съел 14 банок земляничного варенья.

Задача 2. Сладкоежка Карлсон очень скромный. Поэтому в гостях у Малыша он угостился лишь 2 пирожными. Но конфет съел на 5 штук больше, чем пирожных. Сколько конфет съел Карлсон?

Решение. Чтобы найти количество конфет, съеденных Карлсоном, нужно количество пирожных **увеличить на** 5. Отсюда 2 + 5 = 7 (конфет). Итак, Карлсон съел 7 конфет.

Обратите внимание:

с помощью действия сложения:

1) находят сумму двух или больше чисел;
2) увеличивают число на указанное количество единиц.

Посмотрите на рисунок 95. Вы видите, как на координатном луче число 2 увеличивали на 5 единиц. Для этого от числа 2 в направлении стрелки (т. е. справа от него) отложили 5 единичных отрезков. Получили $2 + 5 = 7$.

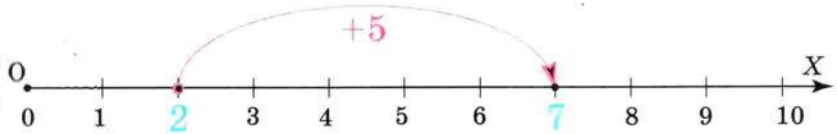


Рис. 95

Вы уже знаете, что результат сложения нескольких слагаемых не зависит от порядка их сложения. Например, чтобы найти сумму чисел 36, 11 и 9, можно сначала сложить числа 36 и 11, а затем к их сумме прибавить число 9. Но удобнее сначала сложить числа 11 и 9 и уже их сумму прибавить к числу 36. Порядок сложения чисел указывают при помощи скобок. Для рассматриваемого примера получим: $(36 + 11) + 9 = 36 + (11 + 9)$.

Такое свойство сложения выполняется для любых чисел a, b и c и называется *сочетательным законом сложения*.

Запомните!

Сочетательный закон сложения.

От группировки слагаемых сумма не изменяется.

$$(a + b) + c = a + (b + c).$$

Обратите внимание:

согласно сочетательному закону сложения действуют по правилу: чтобы к сумме двух чисел прибавить третье число, можно к первому числу прибавить сумму второго и третьего.

Складывать можно не только числа и числовые выражения, но и буквенные выражения. Например, в сумме

$a+a+a$ три равных слагаемых a, поэтому $a+a+a=a\cdot 3=3\cdot a=3a$. И наоборот, выражение $3a$ можно понимать как сумму трёх равных слагаемых, каждое из которых равно a. Поэтому можем записать:

$$3a=a+a+a.$$

Задача 3. Найдите сумму $2c+3d+c+d$.

Решение. Применив переместительный и сочетательный законы сложения, сгруппируем отдельно слагаемые с буквой c и слагаемые с буквой d:

$$2c+3d+c+d=(2c+c)+(3d+d).$$

Поскольку $2c=c+c$, то $2c+c=c+c+c=3c$. Аналогично, поскольку $3d=d+d+d$, то $3d+d=d+d+d+d=4d$. Поэтому $(2c+c)+(3d+d)=3c+4d$. Следовательно,

$$2c+3d+c+d=3c+4d.$$

Обратите внимание:

сложить можно только такие буквенные выражения, каждое из которых содержит те же буквы.

Узнайте больше

Для вычисления суммы чисел могут пригодиться следующие свойства сложения:

- Если одно из слагаемых увеличить (уменьшить) на некоторое число, то сумма увеличится (уменьшится) на то же число. Например, $23+4=27$, а $(23+10)+4=37$ и $23+(4+10)=37$.
- Если одно из слагаемых увеличить на одно число, а второе слагаемое — на другое число, то сумма увеличится на сумму данных чисел. Например, $23+4=27$, а $(23+10)+(4+2)=39$.
- Если одно из слагаемых увеличить на некоторое число, а второе слагаемое уменьшить на то же число, то сумма не изменится. Например, $23+4=27$, а $(23+3)+(4-3)=27$.

ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ

1. Назовите компоненты действия сложения.
2. Как называется результат действия сложения?
3. Запишите переместительный закон сложения.
4. Чему равна сумма, если одно из слагаемых равно 0?
5. Объясните, как складывают многозначные числа.

6. Запишите сочетательный закон сложения.
7. Как показать на координатном луче, что данное число увеличили на заданное количество единиц?
8. Что можно найти с помощью действия сложения?
9. Объясните, как сладывают буквенные выражения.

РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

208°. Верно ли, что в равенстве 1084 + 111 = 1195 слагаемое является числом: 1) 1084; 2) 111; 3) 1195?

209°. Верно ли, что в равенстве 54 321 = 54 300 + 21 суммой является число: 1) 54 321; 2) 21; 3) 54 300?

210°. Вычислите устно:
1) 200 + 250 000; 2) 15 000 000 + 40 000.
Какое действие вы выполнили? Назовите компоненты и результат действия.

211°. Верно ли, что 23 437 + 78 956 = 78 956 + 23 437? Какой закон сложения применили?

212°. Вычислите:
1) 56 789 + 0; 2) 0 + 3 004 002 009.

213°. Число 25 увеличили на: 1) 5; 2) 125; 3) 95; 4) 100 000. Какое получили число?

214°. По данным таблицы 6 выполните действие.

Таблица 6

Слагаемое	1 210	462	14117	210	20000560	12300675
Слагаемое	701587	510123	5 452	65789	345000000	76543210
Сумма						

215°. Найдите сумму чисел:
1) один миллион триста сорок пять тысяч двадцать один и семьсот тысяч двадцать пять;
2) семьдесят девять тысяч сто сорок и восемьдесят четыре тысячи;
3) двадцать три миллиона и двадцать три.

216°. Сравните значения числовых выражений:
1) 153 000 + 22 и 22 +153 000;
2) 12 056 + 6078 и 6078 + 1256;
3) 300 400 500 + 23 456 и 30 040 500 + 23 456;
4) 2 300 460 и 333 + 1967.

217°. Выполните сложение:
1) 100 км 17 м + 15 км 23 м;
2) 124 км 64 м + 26 км 6 м;
3) 16 кг 346 г + 71 кг 4 г;
4) 5 кг 2 г + 115 кг 8 г;
5) 3 ч 32 мин + 12 ч 24 мин;
6) 7 ч 52 мин + 5 мин.

218°. Начертите координатный луч. Отметьте на нём число 5. Покажите на координатном луче, как увеличить данное число на:
1) 4; 2) 2; 3) 10.
Какое число получили?

219°. Начертите координатный луч. Отметьте на нём число 3. Покажите на координатном луче, как увеличить данное число на:
1) 8; 2) 4; 3) 12.
Какое число получили?

220°. Выполните сложение удобным способом:
1) 12 030 + 330 + 670;
2) 175 + 1619 + 225;
3) 1013 + 2 000 900 + 87;
4) 1150 + 40 010 + 850 + 60 090;
5) 20 006 + 20 012 + 31 + 6944 + 9 + 888;
6) 222 222 + 33 333 + 77 777 + 888 888.
Каким законом сложения вы воспользовались?

221°. Опираясь на сочетательный закон, выполните сложение удобным способом:
1) 11 001 + 197 + 9009;
2) 7820 + 105 + 1180;
3) 60 005 070 + 5 002 701 + 805 030 + 4 187 199;
4) 16 845 + 1234 + 221 855 + 66.

222°. Сравните значение числовых выражений:
1) 400 094 + 20 900 + 6 и 401 543 + 11 267 + 190;
2) 30 000 005 + 2 300 000 + 5 и 323 000 005.

223°. Найдите значение суммы $a + c$, если:
1) $a = 12\,889$, $c = 987\,111$;
2) $a = 5\,555\,555$, $c = 444\,445$;
3) $a = 1\,234\,567\,890$, $c = 76\,543\,210$.
Чему равна сумма $c + a$?

224°. Скорость самолёта равна 720 км/ч. Какова будет его скорость, если её увеличить на:
1) 5 м/ч; 2) 5 м/мин; 3) 5 м/с?

225°. В 2010 году в математическом конкурсе «Кенгуру» участвовало 469 554 ученика Украины, а в 2011 году — на 143 113 учеников больше. Сколько учеников приняло участие в конкурсе за эти два года?

226°. В математическом турнире из города A приняло участие d учеников, а из города B — на c учеников больше. Сколько всего учеников из этих городов участвовало в турнире?

227°. Стадион «Донбасс Арена» в Донецке может принять 51 504 болельщиков, стадион «Олимпийский» в Киеве — 70 050 болельщиков, а стадион «Арена Львов» во Львове — 34 915 болельщиков. Сколько всего болельщиков могут принять эти три стадиона?

228°. Стадион A может принять n болельщиков, стадион B — m болельщиков, стадион C — k болельщиков. Сколько всего болельщиков могут принять три стадиона?

229°. Составьте задачу по выражению:

1) $m + n$; 2) $m+(m+n)$; 3) $p + m + n$.

230. Найдите сумму:

1) 348 + 493;
2) 2868 + 642 + 100;
3) 30 925 + 84 553;
4) 15 923 + 89 989;
5) 424 592 + 3 575 408;
6) 999 999 + 111 111.

231. Как изменится сумма, если одно слагаемое увеличить на 80 008, а второе — на 765?

232. Расставьте суммы чисел 1 020 304 + 102 030, 652 356 + + 376 583, 111 111 + 100 015 + 336 и 34 067 + 0 в порядке убывания.

233. Расставьте суммы чисел 9544 + 102 320, 52 356 + 60 583 и 1001 + 9000 + 540 + 460 в порядке возрастания.

234. Выполните сложение:

1) 1234 км 17 м + 167 км 87 м;
2) 62 кг 346 г + 79 кг 786 г;
3) 15 ч 48 мин 58 с + 6 ч 24 мин 15 с;
4) 4 ч 32 мин 34 с + 27 мин 26 с.

235. Найдите сумму наибольших пятизначного, черырёхзначного и двузначного чисел.

236. Найдите сумму наименьших пятизначного, черырёхзначного и двузначного чисел.

237. Начертите координатний луч. Отметьте на нём точки $A(2)$ и $B(6)$. Покажите, как построить точку C, координата которой является суммой координат данных точек.

238. Начертите координатный луч. Отметьте на нём точки $A(7)$ и $B(3)$. Покажите, как построить точку C, координата которой является суммой координат данных точек.

239. Вычислите удобным способом:
1) $1 + 12 + 23 + 34 + 45 + 56 + 67 + 78 + 89 + 90$;
2) $145 + 146 + 147 + 148 + 149 + 150 + 151 + 152 + 153 + 154 + 155$.

240. Найдите значение выражения:
1) $2a + 2b$, если $a + b = 1843$;
2) $x \cdot 3 + y \cdot 3$, если $x + y = 507$.

241. Найдите сумму:
1) $6a + 5n + 5 + 4a + 14m + 9m + 28$;
2) $c + 5d + 2c + d \cdot 5$.

242. Чему равно значение суммы $a + c + p$, если:
1) $a = 56$, $c = 567 + 87$, $p = 112 + 76$;
2) $a = 93 + 39$, $c = 38$, $p = 105 + 45 + 23$?

243. Длина отрезка AB равна 248 м 65 см. Отрезок CD длиннее отрезка AB на 52 м 35 см и короче отрезка MN на 67 м. Найдите сумму длин отрезков AB, CD и MN.

244. Длина отрезка AB равна 43 м 24 см. Отрезок CD длиннее отрезка AB на 56 м 76 см и короче отрезка MN на 5 м 23 см. Найдите сумму длин отрезков AB, CD и MN.

245. В школе № 1 учится p учеников, в школе № 2 — на n учеников больше, а в школе № 3 — на m учеников больше, чем в школе № 2. Сколько учеников учится в каждой школе? Сколько учеников учится в трёх школах? Решите задачу, если:
1) $p = 673$, $n = 453$, $m = 232$; 2) $p = 942$, $n = 361$, $m = 1004$.

246*. Запишите число 5678 в виде суммы трёх чисел, первое из которых является наименьшим четырёхзначным числом, а второе — наибольшим трёхзначным.

247*. Поставьте знаки «+» между числами так, чтобы равенство было верным:
1) $5\,5\,5\,5\,5\,5\,5 = 665$; 2) $5\,5\,5\,5\,5\,5\,5 = 125$.

248*. Найдите сумму чисел $1 + 2 + \ldots + 99 + 100$.

249*. Вместо * вставьте пропущенные цифры:

1) $\begin{array}{r} 2\,*84\,*77 \\ +\ \underline{\quad 4*1\,34*\quad} \\ 2\,80*\,3*2; \end{array}$ 2) $\begin{array}{r} 19*\,672 \\ +\ \underline{6*1\,84*} \\ *77\ **7. \end{array}$

ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

250. Расстояние от Харькова до Киева составляет 483 км. Оно на 294 км больше, чем расстояние от Киева до Черкасс, и на

142 км больше расстояния от Черкасс до Винницы. Какое расстояние преодолел турист маршрута Харьков — Киев — Черкассы — Винница?

251. Дерево гинкго появилось на Земле очень давно. В Японии и Китае его считают священным и высаживают возле храмов. Высота этих деревьев достигает 30 м. Чтобы узнать, сколько лет назад появилось это дерево, вычислите сумму 99 999 + 45 627 + 19 287 345 + 15 567 029.

252. Скорость звука равна 344 м/с, что на 299 792 115 м/с меньше скорости света. Найдите скорость света.

ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

253. Вычислите:
1) 12 + 50 + 15 + 16 + 30 + 45; 2) 27 + 70 + 48 + 52 + 30 + 13.

254. В 5-Б классе учится 28 учеников, в 5-В — на 6 учеников больше, а в 5-А — на 4 ученика меньше, чем в 5-В. Сколько учеников в каждом классе?

255. У Васи в понедельник пять уроков по 45 мин. Первый урок начинается в 8 часов. Во сколько заканчивается последний урок, если перемены длятся по 10 мин?

§ 8. ВЫЧИТАНИЕ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

В начальной школе вместе с действием сложения вы изучали и другое арифметическое действие первой ступени — *вычитание*. Число, из которого вычитают, называется *уменьшаемым*, а число, которое вычитают, — *вычитаемым*. Результат действия вычитания называется *разностью*.

Составим равенство на вычитание по рисунку 96.



Рис. 96

Компоненты действия			Результат действия
6	−	2	= 4
уменьшаемое		*вычитаемое*	*разность*

Выражение 6 − 2 также называется разностью.

Задача 1. В коробке 24 карандаша. Сколько карандашей использовали, если в коробке осталось 15 карандашей?

Решение. Обозначим буквой k количество использованных карандашей. Если их прибавить к оставшимся в коробке карандашам, то получим количество карандашей в полной коробке: $15 + k = 24$. Значит, в задаче искомым является неизвестное слагаемое. Чтобы его найти, нужно из суммы вычесть известное слагаемое: $k = 24 - 15$. Отсюда $k = 9$, то есть использовали 9 карандашей.

Решая задачу, мы использовали действие вычитания как действие, обратное действию сложения. Итак, сложение и вычитание — взаимно обратные действия. Именно поэтому сложение проверяют вычитанием, а вычитание — сложением.

Запомните!

***Вычесть* из одного числа второе означает найти такое третье число, которое в сумме со вторым даёт первое.**

Вы уже знаете, что для любого натурального числа a выполняется равенство: $a + 0 = a$. Отсюда следует, что:

$$a - 0 = a \text{ и } a - a = 0.$$

? Может ли уменьшаемое быть меньше вычитаемого? Для натуральных чисел это невозможно. Подумайте на примере рассматриваемой задачи. Возможно ли, что из коробки, в которой было 24 карандаша использовали 25 карандашей? Конечно, нет. А 24 карандаша — да.

Обратите внимание:

1) сумма двух натуральных чисел всегда является натуральным числом;
2) разность двух натуральных чисел является натуральным числом только в том случае, если уменьшаемое больше вычитаемого;
3) если уменьшаемое равно вычитаемому, то разность равна нулю.

Вычитание многозначных чисел, как и их сложение, удобнее выполнять в столбик. Например, нужно найти разность чисел 456 789 и 4321. Для этого сначала записывают уменьшаемое, а под ним — вычитаемое, причём так, чтобы единицы находились под единицами, десятки — под десятками, сотни — под сотнями и т. д. Вычитание выполняют поразрядно, начиная с наименьшего разряда — единиц:

$$\begin{array}{r} 456789 \\ -\ 4321 \\ \hline 452468. \end{array}$$

Рассмотрим, какие задачи можно решать с помощью вычитания.

Задача 2. В свой день рождения Карлсон съел 14 банок варенья, из которых 6 банок до обеда, а остальные — после обеда. Сколько банок варенья съел Карлсон после обеда?

Решение. 14 банок варенья, которые Карлсон съел в свой день рождения, — это сумма 6 банок варенья, съеденных до обеда, и того количества банок варенья, которое он съел после обеда. Чтобы определить это количество, надо **найти неизвестное слагаемое** по известным сумме и второму слагаемому: 14 – 6 = 8 (банок). Итак, после обеда Карлсон съел 8 банок варенья.

Решение приведённой задачи можно обобщить и представить в виде правила.

Запомните!

Правило нахождения неизвестного слагаемого.
Чтобы найти неизвестное слагаемое, нужно из суммы вычесть известное слагаемое.

Задача 3. В гостях у Малыша Карлсон съел 7 конфет, а пирожных — на 5 штук меньше, чем конфет. Сколько пирожных съел Карлсон?

Решение. Чтобы найти количество пирожных, съеденных Карлсоном, надо количество конфет **уменьшить на** 5. Отсюда 7 – 5 = 2 (пир.). Итак, Карлсон съел 2 пирожных.

Посмотрите на рисунок 97. Вы видите, как на координатном луче число 7 уменьшили на 5 единиц. Для этого от числа 7 против направления стрелки (то есть слева от него) отложили 5 единичных отрезков. Получили: $7 - 5 = 2$.

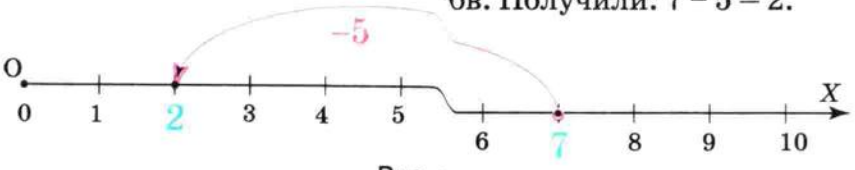


Рис. 97

Задача 4. В гостях у Мал... 2 пирожных. **На сколько боль...**

...ша Карлсон съел 7 конфет и ...ше конфет съел Карлсон?

Решение. Чтобы ответить ... большего числа отнять меньш... сон съел на 5 конфет больше, ...

...на вопрос задачи, надо от ...е: $7 - 2 = 5$ (штук). Итак, Карл- ...ем пирожных.

? Изменится ли решение зад... ко меньше пирожных, чем к... решения — нет, а ответ — да.

...чи, если искать, на сколь- ...онфет съел Карлсон? Ход

Обратите внимание:

с помощью действия в... ...читания:

1) по известной сумме ... и одному из слагаемых находят другое слагаем... ...ое;

2) данное число умень... ...ают на указанное коли- чество единиц;

3) выясняют, на сколь... ...о одно число больше дру- гого или меньше его.

Буквенные выражения мож... ...тно как складывать, так и вычитать.

Задача 5. Найдите разност... ...$(2c + 3d) - c - d$.

Решение. Перегруппируем ... в одних скобках собрать выраж... с буквой d: $(2c + 3d) - c - d = (2...$ Т. к. $2c = c + c$, то $2c - c = c$ ... $3d = d + d + d$, то $3d - d = d + d$ ... Поэтому $(2c - c) + (3d - d) = c + 2...$

...члены выражения так, чтобы ...ения с буквой c, а в других — ...$- c) + (3d - d)$.

$+ c - c = c$. Аналогично, т.к. $d - d = 2d$.

...и $(2c + 3d) - c - d = c + 2d$.

Обратите внимание:

вычесть можно только такие буквенные выражения, каждое из которых содержит те же буквы.



Узнайте больше

Для вычисления разности чисел могут пригодиться следующие свойства вычитания.

- Если уменьшаемое увеличить (уменьшить) на некоторое число, то разность увеличится (уменьшится) на это же число. Например, $20 - 4 = 16$, а $(20 + 10) - 4 = 26$.
- Если вычитаемое увеличить (уменьшить) на некоторое число, то разность уменьшится (увеличится) на это же число. Например, $20 - 4 = 16$, а $20 - (4 + 1) = 15$.
- Если уменьшаемое и вычитаемое увеличить (уменьшить) на одно и то же число, то разность не изменится. Например, $20 - 4 = 16$, а $(20 + 1) - (4 + 1) = 16$.

ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ

1. Назовите компоненты действия вычитания.
2. Как называется результат действия вычитания?
3. Что означает вычесть из одного числа другое?
4. Чему равна разность, если вычитаемое равно 0?
5. Чему равна разность двух одинаковых чисел?
6. Объясните, как вычитают многозначные числа.
7. Как показать на координатном луче, что данное число уменьшили на заданное количество единиц?
8. Что можно найти при помощи действия вычитания?
9. Объясните, как вычитают буквенные выражения.



РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

256. Верно ли, что в равенстве $3200 - 100 = 3100$ вычитаемым является: 1) 3200; 2) 100; 3) 3100?

257. Верно ли, что в равенстве $56\,333 = 56\,666 - 333$ разностью является: 1) 56 333; 2) 56 666; 3) 333?

258. Вычислите устно: 1) $30\,000 - 200$; 2) $4100 - 100$. Какое действие выполнили? Назовите компоненты и результат действия.

259°. Верно ли, что 12 045 – 0 = 12 045 + 0?

260°. Найдите разность: 1) $2a - a$; 2) $3b - b$.

261°. Найдите разность чисел:

1) 1 002 000 и 605;
2) 987 658 и 123 123;
3) 157 643 и 57 643;
4) 18 535 и 8030.

262°. Найдите неизвестные компоненты действий по данным таблицы 7.

Таблица 7

Слагаемое	1 245		5 452		20000560	
Слагаемое		462		934		1
Сумма	701587	510123	14 117	65789	345000000	76543210

263°. Выполните необходимое действие по данным таблицы 8.

Таблица 8

Уменьшаемое	1 565		32 472	2804	3000000000
Вычитаемое		1233	221	502	
Разность	414	1890			243678

264°. Найдите разность чисел:

1) один миллион триста сорок пять тысяч двадцать один и семьсот тысяч двадцать пять;
2) семьсот девять тысяч сто сорок и восемьдесят четыре тысячи;
3) двадцать три миллиона и двадцать три.

265°. Выполните вычитание:

1) 18 км 987 м – 15 км 456 м;
2) 170 м 45 см – 70 м 44 см;
3) 67 кг 14 г – 40 кг 7 г;
4) 105 ц 27 кг – 10 ц 3 кг.

266°. Начертите координатный луч. Отметьте на нём число 9. Покажите на координатном луче, как уменьшить данное число на: 1) 4; 2) 2; 3) 8. Какое число получили?

267°. Начертите координатный луч. Отметьте на нём число 15. Покажите на координатном луче, как уменьшить данное число на: 1) 12; 2) 3; 3) 7. Какое число получили?

268°. Длина крупнейшей в мире рыбы — китовой акулы — равна 10 м. Найдите длину наименьшей рыбки Schindleria brevipinguis (шиндлерии), если она на 9992 мм меньше китовой акулы.

269°. Как изменится разность, если увеличить:

1) уменьшаемое на 153; 2) вычитаемое на 300?

270°. Как изменится разность, если уменьшить:

1) уменьшаемое на 111; 2) вычитаемое на 712?

271°. Два стадиона могут вместить 34 000 болельщиков, в частности первый стадион имеет 12 000 мест. На сколько меньше мест на первом стадионе, чем на втором?

272°. Два стадиона могут вместить m болельщиков, в том числе второй стадион имеет a мест. На сколько меньше мест на первом стадионе, чем на втором?

273°. Говерла — наивысшая вершина Украинских Карпат и самая высокая точка Украины. Её высота равна 2061 м. Высота Эвереста — на 6787 м больше. Высота Эльбруса — на 3206 м меньше высоты Эвереста. Какова высота каждой горы? На сколько Эльбрус выше Говерлы?

274°. Высота горы Красавица равна b м, высота горы Храбрец — на b м больше. Высота горы Зелёная — на c м меньше высоты Храбреца. Какова высота каждой горы? На сколько выше гора Красавица, чем гора Зелёная?

275°. Составьте задачу по выражению: 1) $m - n$; 2) $m - p - n$.

276. Уменьшаемое увеличили на 689. Как нужно изменить вычитаемое, чтобы разность:
1) увеличилась на 112; 2) уменьшилась на 112?

277. Одно из слагаемых увеличили на 123 456 789. На сколько изменилось второе слагаемое, если сумма увеличилась на 987 654 321?

278. Как изменится сумма, если одно слагаемое увеличить на 22 895, а второе уменьшить на 9543?

279. Расставьте значения выражений 123 456 + 89, 34 956 – 583, 80 076 – 115 + 336, 99 999 – 543 – 109 в порядке возрастания.

280. Расставьте значения выражений 123 456 – 89, 45 610 – 12 105, 4435 + 10 745 – 45, 459 873 – 100 503 – 5 в порядке убывания.

281. Поставьте знак «<», «>», или «=» между числовыми выражениями:
1) 153 241 + 22 005 и 45 996 – 10 925;
2) 42 020 504 – 3 541 039 и 5 098 743 – 475 067.

282. Выполните вычитание:
1) 17 м 4 дм 4 см – 7 м 6 дм 4 см;
2) 654 кг 78 г – 49 кг 99 г;
3) 65 ч 28 мин 15 с – 56 ч 28 мин 25 с.

283. На сколько нужно уменьшить миллион, чтобы получить:
1) наибольшее трёхзначное число;
2) наименьшее четырёхзначное число?

284. Вычислите значение выражения $12a - 9a - 0a + 7a$, если:
1) $a = 2$; 2) $a = 943$; 3) $a = 13\,764$.

285. Вычислите значение выражения $3 \cdot 10 + 5a - 2a$, если:
1) $a = 2$; 2) $a = 300$; 3) $a = 1000$.

286. В теплице было b кустов роз. За первый день высадили a кустов, а за второй день — на c кустов меньше, чем за первый. Сколько кустов осталось в теплице? Решите задачу, если:
1) $b = 860$, $a = 78$, $c = 34$; 2) $b = 1044$, $a = 111$, $c = 52$.

287. На олимпийские игры из страны Грёз прибыло m участников. Всего из страны Грёз и страны Улыбок прибыло a участников. Из страны Хорошего настроения и страны Улыбок вместе прибыло c участников. Сколько участников прибыло из каждой страны? Сколько всего участников прибыло на соревнования? Решите задачу, если:
1) $m = 340$, $a = 393$, $c = 221$;
2) $m = 109$, $a = 169$, $c = 670$.

288. В школах № 1, № 2, № 3 учится m учащихся. В школах № 1 и № 2 учится p учеников, в школах № 2 и № 3 — n учеников. Сколько учеников учится в каждой школе? На сколько больше учеников в школе № 1, чем в школе № 3? Решите задачу, если:
1) $p = 3291$, $n = 3865$, $m = 5121$;
2) $p = 899$, $n = 664$, $m = 1299$.

289. Маша задумала трёхзначное число, которое сначала увеличила на 4004, а затем — на 260. В результате она получила 4680. Какое число задумала Маша?

290. Андрей задумал четырёхзначное число, которое сначала увеличил на 2222, а затем — уменьшил на 78. В результате он получил 4680. Какое число задумал Андрей?

291. Найдите разность наибольшего пятизначного числа и наименьшего:
1) четырёхзначного числа; 2) двузначного числа.

292. На сколько число 230 056 меньше числа 9 318 604 и больше числа 56 790?

293. Начертите координатный луч. Отметьте на нём точки $A(8)$ и $B(4)$. Покажите, как построить точку C, координата которой является разностью координат точек A и B.

294. Начертите координатный луч. Отметьте на нём точки $A(7)$ и $B(3)$. Покажите, как построить точку C, координата которой является разностью координат точек A и B.

295°. Алёна задумала три числа. Сумма этих чисел равна 6900. Сумма первого и второго числа равна 6150, а сумма первого и третьего равна 4386. Какие числа задумала Алёна?

296°. Вычислите:

1) $54 - 52 + 50 - 48 + 46 - 44 + \ldots + 6 - 4 + 2$;

2) $46 - 43 + 40 - 37 + \ldots + 10 - 7 + 4 - 1$.

297°. Поставьте знаки «–» между числами так, чтобы равенство было верным:

1) $9\,8\,9\,8\,9\,8\,9\,8 = 74$;

2) $9\,8\,9\,8\,9\,8\,9\,8 = 8\,901$.

298°. Вместо * вставьте пропущенные цифры:

1) $\begin{array}{r} 546\,*67 \\ +\ **\,87* \\ \hline *91\,6*1 \end{array}$;

2) $\begin{array}{r} 6*7\,67* \\ -\ 8*\,*82 \\ \hline 569\,9*3 \end{array}$.

ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

299. Высота сосны Ламберта 75 м, а высота вельвичии — 50 см. На сколько сантиметров сосна выше вельвичии?

300. 45 мг витамина C в день — суточная норма для детей 10 лет. В 100 г чёрной смородины содержится 200 мг витамина C, а в апельсинах и лимонах — соответственно на 140 мг и 160 мг меньше. Сколько витамина C в 100 г апельсинов? А в 100 г лимонов? Составьте свой рацион из продуктов, содержащих витамин C.

ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

301. Вычислите:

1) $72 + 50 - 20 + 8 + 24 - 45$;

2) $185 - 24 + 48 - 152 + 61 - 23$.

302. Скорость лодки в стоячей воде равна 30 км/ч, а скорость течения реки — 2 км/час. Найдите скорость лодки, которая движется:

1) по течению реки;

2) против течения реки.

303. Скорость лодки по течению реки равна 45 км/ч, а против течения реки — 35 км/час. Найдите:

1) скорость лодки в стоячей воде;

2) скорость течения реки.

§ 9. МНОГОУГОЛЬНИК И ЕГО ПЕРИМЕТР. РАВНЫЕ ФИГУРЫ

Посмотрите на рисунок 98. Вы видите, как от точки A последовательно отложили отрезки AB, BC, CD и DE, а точки A и E соединили отрезком AE. Любые два из этих отрезков не пересекаются и не являются частями одной прямой. А любая прямая, частью которой является один из этих отрезков, не пересекает другие отрезки (рис. 99). Получили новую геометрическую фигуру — *многоугольник* $ABCDE$ (рис. 100). Точки A, B, C, D и E — это *вершины* данного многоугольника, а отрезки AB, BC, CD, DE и AE — его *стороны*.

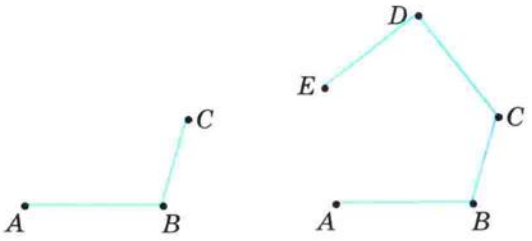


Рис. 98

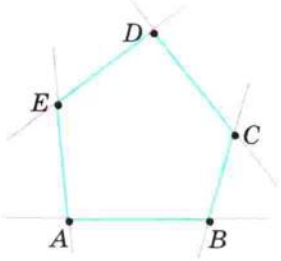


Рис. 99

Называя многоугольник, его вершины надо называть последовательно, обходя их по часовой стрелке или против неё.

? Можно ли многоугольнику на рисунке 100 дать название $BACDE$? Нет.

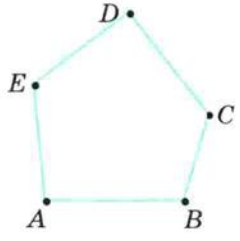


Рис. 100

Две стороны многоугольника, имеющие общую вершину, называются *смежными сторонами*. Например, у многоугольника $ABCDEF$ (рис. 101) стороны AB и BC смежные, а стороны AB и DE не являются смежными. Две смежные стороны образуют *угол мно-*

гоугольника. На рисунке 101 — это угол ABC. Его можно обозначить только одной буквой — названием вершины: $\angle B$.

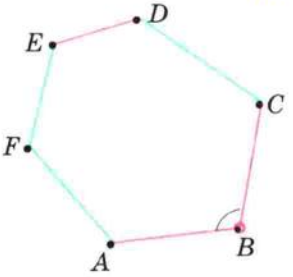


Рис. 101

В любом многоугольнике сторон ровно столько, сколько вершин, и углов ровно столько, сколько вершин. Например, на рисунке 101 многоугольник имеет 6 вершин, 6 сторон и 6 углов. Поэтому его называют шестиугольником.

Обозначив количество вершин многоугольника буквой n, можем дать ему другое название — n-угольник. При $n=3$ получим треугольник, при $n=12$ — двенадцатиугольник.

Запомните!

Сумма длин всех сторон многоугольника называется *периметром многоугольника*.

Периметр многоугольника обозначают буквой P.

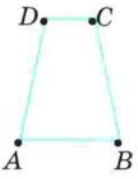


Рис. 102

Задача 1. Найдите периметр четырёхугольника $ABCD$ (рис. 102), если $AB=4$ см, $BC=AD=5$ см, $CD=2$ см.

Решение.

$P=AB+BC+CD+AD=AB+2BC+CD=4+2\cdot5+2=16$ (см).

Ответ: 16 см.

Если каждая сторона n-угольника равна a, то его периметр можно вычислить по формуле:

$$P=na.$$

Среди четырёхугольников особым является *прямоугольник* (рис. 103). У него 4 вершины, 4 стороны и 4 угла. Все углы прямоугольника — прямые, противоположные стороны — попарно равны, но смежные стороны имеют разные длины. В начальной школе вы называли такие стороны длиной и шириной прямоугольника.

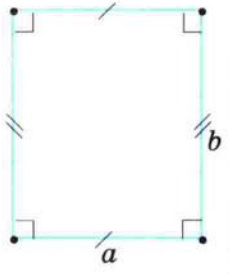


Рис. 103

Обозначим длины смежных сторон прямоугольника буквами a и b. Тогда *формула периметра прямоугольника* будет выглядеть так:

$$P = 2a + 2b.$$

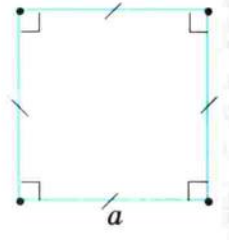


Рис. 104

Из начальной школы вы знаете ещё один особый четырёхугольник — *квадрат* (рис. 104). У него все углы — прямые (следовательно, он является прямоугольником), а все стороны равны друг другу. *Формула периметра квадрата* со стороной a имеет вид:

$$P = 4a.$$

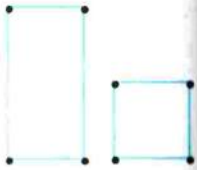
? Является ли каждый прямоугольник квадратом? Нет, поскольку существуют прямоугольники, у которых смежные стороны не равны друг другу. Например, прямоугольник на рисунке 103.

Задача. Стороны прямоугольника (рис. 105) равны a см и b см ($a < b$), а квадрата — a см. На сколько периметр прямоугольника больше периметра квадрата?

Решение. Обозначим периметр прямоугольника P_1, а периметр квадрата — P_2. Тогда $P_1 = 2a + 2b$ (см), а $P_2 = 4a$ (см). Найдём разность P_1 и P_2:

$P_1 - P_2 = 2a + 2b - 4a = 2a + 2b - 2a - 2a =$
$= 2b - 2a$ (см).

Следовательно, периметр прямоугольника со сторонами a см и b см ($a < b$) больше периметра квадрата со стороной a см на $2b - 2a$ (см).


Рис. 105

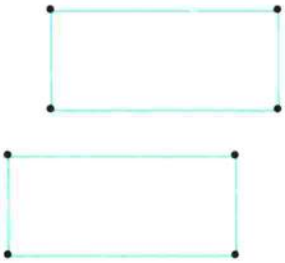


Рис. 106

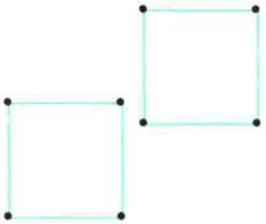


Рис. 107

Посмотрите на рисунок 106. Вы видите, что два прямоугольника имеют соответственно равные стороны и их можно совместить, наложив друг на друга. У двух квадратов на рисунке 107 длины сторон одинаковые и их тоже можно совместить наложением. Какой бы ни была фигура, всегда можно найти такую фигуру, которая совместится с ней наложением.

Запомните!

Две фигуры называются *равными*, если они совмещаются наложением.

Итак, на рисунке 106 изображены равные прямоугольники, а на рисунке 107 — равные квадраты. Понятно, что равные фигуры имеют равные периметры. Позже вы узнаете другие свойства равных фигур.



Узнайте больше

1. В метрической системе, которой мы пользуемся, основной единицей измерения длины является метр. Метр (от греч. *Metron* — мера, размер) равен длине пути, который проходит свет в вакууме за 1/299 792 458 долю секунды.
2. В астрономии пользуются своими единицами измерения расстояний. Например, световой год (сокращенно «св. г.»). 1 св. г. равен расстоянию, которое свет проходит за один год. Поскольку скорость света в вакууме равна 299 792 458 м/с, то световой год составляет 9 460 730 472 581 км.

ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ

1. Что называется многоугольником?
2. Какие стороны многоугольника называются смежными?
3. Сколько сторон, вершин и углов имеет шестиугольник, пятиугольник?
4. Что называется n-угольником?
5. Что называется периметром многоугольника?
6. Как найти периметр n-угольника, у которого все стороны равны?
7. Какой многоугольник называется прямоугольником? Квадратом?
8. Назовите свойства прямоугольника.
9. Как найти периметр квадрата? Прямоугольника?
10. Какие фигуры называются равными?

РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

304°. Назовите многоугольники, изображённые на рисунках 108 — 110. Назовите стороны, пары смежных сторон, углы данных многоугольников.

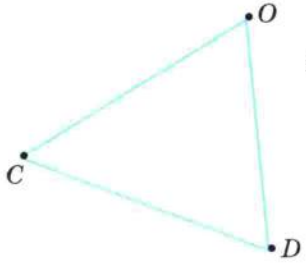


Рис. 108

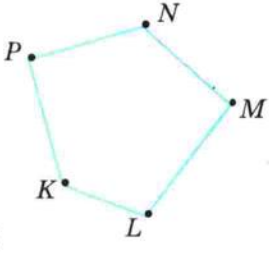


Рис. 109

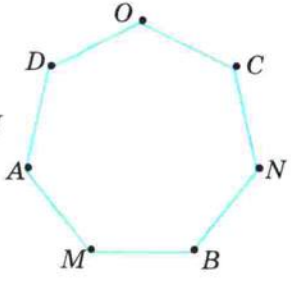


Рис. 110

305°. Сколько вершин, сторон, углов имеет n-угольник, если:
1) $n = 7$; 2) $n = 12$; 3) $n = 105$?
Как называется такой многоугольник?

306°. Начертите:
1) четырёхугольник;
2) пятиугольник;
3) шестиугольник.

307°. Назовите пары равных сторон прямоугольника:
1) $ABCD$ (рис. 111); 2) $MNPK$ (рис. 112).



Рис. 111

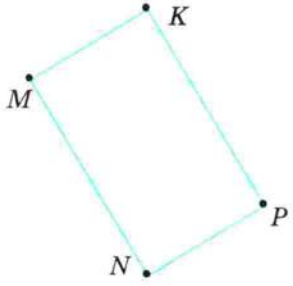


Рис. 112

308°. Верно ли записана формула периметра прямоугольника $ABCD$:
1) $P = AB + BC$;
2) $P = 2AB + 2BC$;
3) $P = 2AB + 2CD$?

309°. Вычислите периметр пятиугольника, стороны которого равны:
1) 3 см, 6 см, 7 см, 2 см, 5 см;
2) 65 см, 26 см, 34 см, 19 см, 11 см.

310°. Каждая сторона n-угольника равна c. Запишите формулу для вычисления его периметра, если:
1) $n = 5$; 2) $n = 10$; 3) $n = 78$.

311°. Вычислите периметр n-угольника, каждая сторона которого равна 5 см, если:
1) $n = 10$; 2) $n = 200$; 3) $n = 1000$.

312°. Постройте четырёхугольник. Проведите необходимые измерения и найдите его периметр.

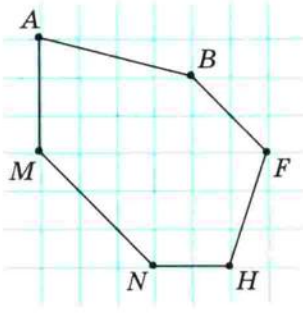


Рис. 113

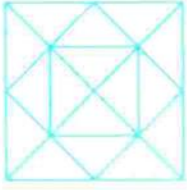


Рис. 114

313°. Постройте многоугольник, равный многоугольнику, изображённому на рисунке 113.

314°. Какие многоугольники изображены на рисунке 114? Сколько изображено четырёхугольников? Шестиугольников?

315°. Является ли четырёхугольник $ABCD$ прямоугольником, если:
1) $\angle A = 90°$, $\angle B = 80°$, $\angle C = 90°$, $\angle D = 100°$;
2) $\angle A = 90°$, $\angle B = 90°$, $\angle C = 90°$, $\angle D = 90°$;
3) $AB = 4$ см, $BC = 8$ см, $CD = 8$ см, $DA = 4$ см;
4) $AB = 4$ см, $BC = 4$ см, $CD = 4$ см, $DA = 8$ см?

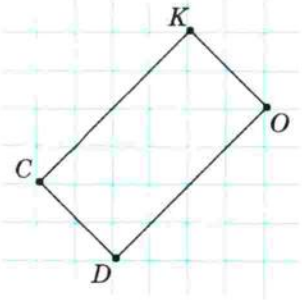


Рис. 115

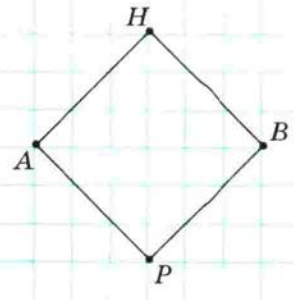


Рис. 116

316 . Постройте прямоугольник, равный прямоугольнику на рисунке 115.

317 . Постройте прямоугольник, стороны которого вдвое больше сторон прямоугольника на рисунке 115.

318 . Постройте квадрат, равный квадрату на рисунке 116.

319 . Постройте квадрат, сторона которого втрое меньше стороны квадрата на рисунке 116.

320 . Дан квадрат. Найдите неизвестные величины по таблице 9.

Таблица 9

Сторона квадрата	4 см	40 мм	12 дм				
Периметр квадрата				20 см	64 м	400 мм	24 км

321 . Дан прямоугольник. Найдите неизвестные величины по таблице 10.

Таблица 10

Длина	20 см	8 см			56 дм	120 мм
Ширина	15 см	23 см	10 см	32 см	24 см	45 см
Периметр			60 см	124 см		

322 . Одна сторона прямоугольника равна 246 см, а другая — на 98 см меньше. Найдите периметр прямоугольника.

323 . Одна сторона прямоугольника равна 56 м, а другая — на 23 м больше. Найдите периметр прямоугольника.

324°. Периметр прямоугольника равен 64 см. Найдите длину прямоугольника, если его ширина равна 6 см.

325°. Периметр прямоугольника равен 48 дм. Найдите ширину прямоугольника, если его длина равна 8 дм.

326°. Найдите сторону квадрата, если его периметр равен 16 m.

327. Как изменится периметр n-угольника, если каждую его сторону увеличить на 7 см?

328. Сторона BC четырёхугольника $ABCD$ равна 28 см, что вдвое больше стороны AD. Сторона AB на 9 см меньше BC и на 3 см больше CD. Найдите периметр четырёхугольника.

329. Сторона AB четырёхугольника $ABCD$ равна 150 см. Сторона AD втрое больше AB, сторона BC — на 34 см меньше AB. Найдите CD, если периметр четырёхугольника равен 916 см.

330. Наименьшая сторона десятиугольника равна 4 см. Каждая его последующая сторона больше предыдущей на 2 см. Найдите периметр десятиугольника.

331. Наибольшая сторона девятиугольника равна 45 см. Каждая его последующая сторона меньше предыдущей на 3 см. Найдите периметр девятиугольника.

332. Периметр прямоугольника равен 20 см. Найдите длину прямоугольника, если она на 2 см больше его ширины.

333. Прямоугольник имеет стороны 2 см и 8 см. Найдите сторону квадрата, периметр которого равен периметру данного прямоугольника.

334. Одна сторона прямоугольника равна m, а другая — на n больше. Найдите периметр прямоугольника, если:
1) $m = 6$ см, $n = 20$ мм; 2) $m = 8$ дм, $n = 4$ см.

335. Одна сторона прямоугольника равна 17 м, а другая — на 65 см меньше. Найдите периметр прямоугольника.

336. Периметр прямоугольника равен 34 дм. Найдите длину прямоугольника, если его ширина равна 500 мм.

337. Футбольное поле имеет форму прямоугольника, размеры которого 100 м и 75 м. Найдите размеры баскетбольной площадки прямоугольной формы, если её ширина в 5 раз меньше ширины футбольного поля, а длина — на 72 м меньше длины футбольного поля.

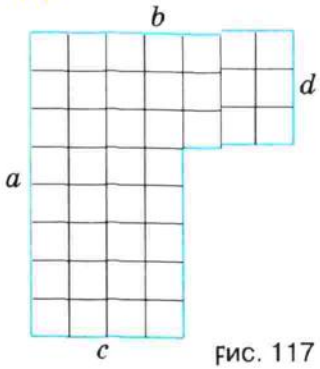


Рис. 117

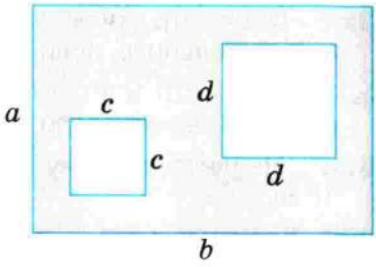


Рис. 118

338. Найдите сторону квадрата, периметр которого равен 7 м.

339. Запишите выражения для определения периметра фигур, изображённых на рисунках 117, 118.

340*. Наименьшая сторона семиугольника равна a. Каждая его последующая сторона больше предыдущей на c. Найдите периметр семиугольника.

341*. Сторона AB прямоугольника $ABCD$ втрое больше стороны BC. Найдите стороны прямоугольника, если его периметр равен 72 см.

342*. Лист бумаги имеет форму прямоугольника, одна сторона которого равна 4 см, а другая — 9 см. Разрежьте этот прямоугольник на две равные части так, чтобы можно было, сложив их, получить квадрат. Найдите его периметр.

ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

343. Комната в форме прямоугольника имеет размеры 3 × 4 м. Сколько метров плинтуса нужно купить для этой комнаты?

344. Сад имеет форму прямоугольника со сторонами 6 м и 10 м. Хватит ли 30 м забора для того, чтобы оградить сад?

345. Имеется набор палочек: 4 палочки длиной 1 см, 4 палочки длиной 2 см, 4 палочек длиной 3 см и 5 палочек длиной 4 см. Можно ли из всех палочек этого набора составить прямоугольник?

346. Ширина линолеума 2 м. Сколько метров линолеума потребуется, чтобы покрыть пол размером 5 × 4 м?

ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

347. Вычислите:
1) 25 кг 900 г + 24 кг 650 г; 2) 34 кг 25 г — 15 кг 70 г.

348. Из одного пункта в противоположных направлениях отправились два катера, движущиеся со скоростями 25 км/ч и 30 км/ч. На каком расстоянии друг от друга будут катера через 1 ч?

§ 10. ТРЕУГОЛЬНИК И ЕГО ВИДЫ

Вы знаете, что *треугольник* — это отдельный вид многоугольника. У него 3 вершины, 3 стороны и 3 угла. Треугольник ABC на рисунке 119 имеет вершины A, B и C, стороны AB, BC и AC, углы BAC, ABC и ACB.

Среди треугольников можно выделить несколько видов. Для этого нужно выбрать *основания для деления* треугольников на виды. Прежде всего сравним длины сторон треугольника.

Стороны треугольника могут иметь одинаковую длину. Тогда треугольник, как и любой многоугольник с таким свойством, называют *равносторонним*. На рисунке 120 вы видите равносторонний треугольник DEF.

На рисунке равные стороны треугольника обозначают одинаковым количеством чёрточек.

В треугольнике может не быть равных сторон, как, например, в треугольнике KLM на рисунке 121. Тогда

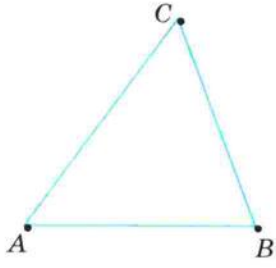


Рис. 119

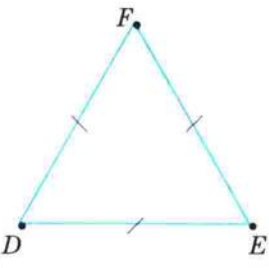


Рис. 120

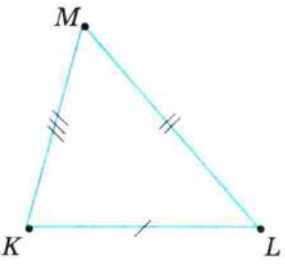


Рис. 121

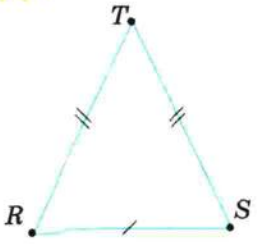
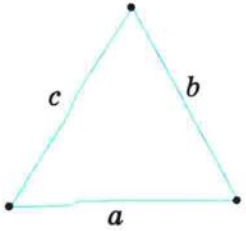


Рис. 122



$P = a + b + c$

Рис. 123

такой треугольник называют *разносторонним*.

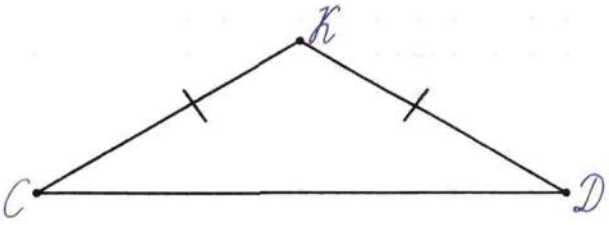
Если же в треугольнике есть две равные стороны, то его называют *равнобедренным*. На рисунке 122 вы видите равнобедренный треугольник RST, у которого $RT = ST$. Равные стороны равнобедренного треугольника называют его *боковыми сторонами*, а третью сторону — *основанием*.

Вы уже знаете, что такое периметр многоугольника и как его находить. Чтобы вычислить периметр треугольника, надо действовать так же — найти сумму длин его сторон (рис. 123). Периметр равностороннего треугольника со стороной a находят по формуле:

$$P = 3a.$$

Задача. Найдите периметр равнобедренного треугольника CDK, основание которого $CD = 5$ см, а боковая сторона — на 2 см меньше.

Решение.



1) $CK = DK = 5 - 2 = 3$ (см);

2) $P = CD + CK + DK = CD + 2CK = 5 + 2 \cdot 3 = 11$ (см).

Ответ: 11 см.

Можно ли поделить треугольники на виды по другому основанию? Да. Например, по их углам.

Среди треугольников различают остроугольные, прямоугольные и тупоугольные треугольники.

В *остроугольном треугольнике* все углы являются острыми. Например, на рисунке 124 вы видите остроугольный треугольник ABC.

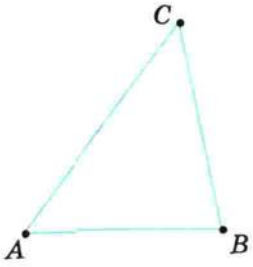


Рис. 124

У *прямоугольного* треугольника один угол прямой. Например, в треугольнике DOM (рис. 125) угол O равен 90°.

На рисунке прямой угол треугольника обозначают значком «¬».

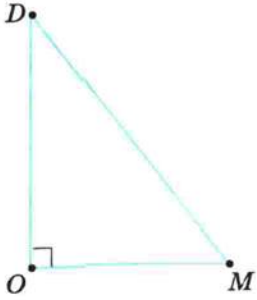


Рис. 125

В *тупоугольном треугольнике* один угол тупой. Например, в треугольнике KPN на рисунке 126 $\angle NKP > 90°$.

Существует ли треугольник с двумя прямыми или двумя тупыми углами? Нет.

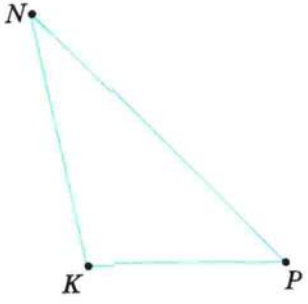


Рис. 126

Проведём опыт. Изготовим треугольник из плотной бумаги и разрежем его так, как показано на рисунке 127. К углу 1 приложим угол 2 (рис. 128),

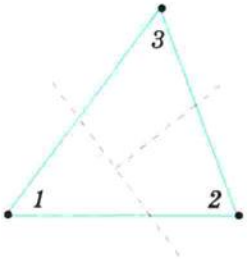


Рис. 127

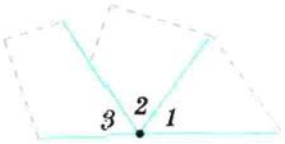


Рис. 128

а к нему — угол 3. Получили развёрнутый угол. Это значит, что сумма углов 1, 2 и 3 равна 180°. Такое свойство присуще любому треугольнику. Отсюда следует, что в треугольнике не может быть два тупых или два прямых угла. В 7 классе вы сможете это строго доказать.

Запомните!

Сумма углов треугольника всегда равна 180°, а периметр треугольника зависит от длин его сторон.

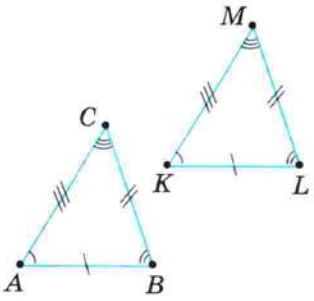


Рис. 129

Вы знаете, что такое равные многоугольники. Аналогично, два треугольника называются равными, если они совмещаются наложением. Отсюда следует, что у равных треугольников соответственные стороны и соответственные углы равны. На рисунке 129 вы видите равные треугольники ABC и KLM. У них:

$$AB = KL,\ BC = LM,\ AC = KM,$$
$$\angle A = \angle K,\ \angle B = \angle L,\ \angle C = \angle M.$$

Чтобы выяснить, равны ли два треугольника, надо проверить, выполняются ли все эти шесть равенств. В 7 классе вы узнаете, как можно упростить эту процедуру.



Узнайте больше

Приведём наиболее важные случаи, встречающиеся при построении треугольников. С другими случаями вы познакомитесь позже, изучая курс геометрии.

- Если даны две стороны и угол между ними, то треугольник можно построить всегда.
- Если даны сторона и два угла, то треугольник можно построить только при условии, что сумма двух данных углов меньше 180°.
- Если даны три стороны, то треугольник можно построить только при условии, что каждая из его сторон меньше суммы двух других сторон.

ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ

1. Какой многоугольник называется треугольником?
2. Сколько вершин, сторон, углов имеет треугольник?
3. Какой треугольник называется разносторонним? Равносторонним?
4. Какой треугольник называется равнобедренным?
5. Какой треугольник называется остроугольным? Прямоугольным? Тупоугольным?
6. Как найти периметр треугольника? Равностороннего треугольника?
7. Чему равна сумма углов треугольника?
8. Назовите свойства равных треугольников.

РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

349°. Назовите вершины, стороны, углы треугольника:
1) ABC; 2) MNP; 3) DRT.

350°. На рисунках 130—132 назовите:
1) равносторонний треугольник; 2) равнобедренный треугольник.

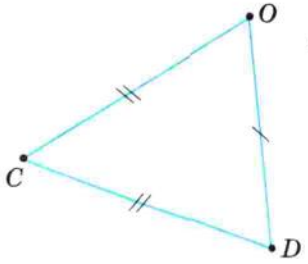


Рис. 130

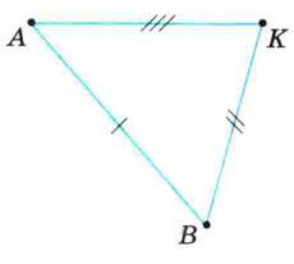


Рис. 131

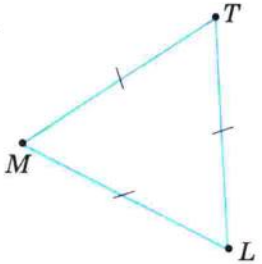


Рис. 132

351°. Назовите основание и боковые стороны равнобедренного треугольника: 1) ABC (рис. 133); 2) MNP (рис. 134).

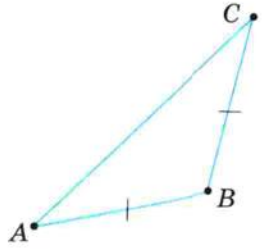


Рис. 133

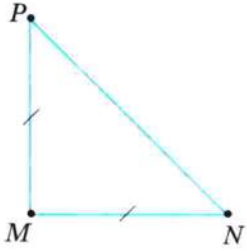


Рис. 134

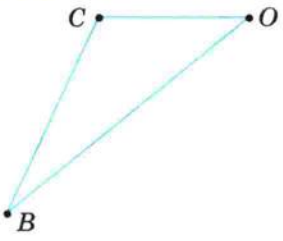


Рис. 135

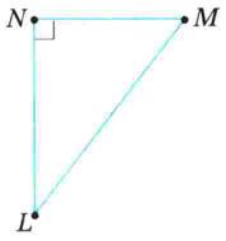


Рис. 136

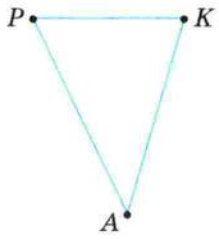


Рис. 137

352°. Назовите вид треугольника ABC, если:
1) $AB = 3$ см, $BC = 8$ см, $CA = 8$ см;
2) $AB = 15$ м, $BC = 15$ м, $CA = 15$ м.

353°. Найдите периметр равностороннего треугольника со стороной: 1) 15 см; 2) 123 м.

354°. На рисунках 135—137 назовите:
1) остроугольный треугольник; 2) тупоугольный треугольник;
3) прямоугольный треугольник.

355°. Назовите вид треугольника ABC, если:
1) $\angle A = 90°$, $\angle B = 20°$, $\angle C = 70°$;
2) $\angle A = 45°$, $\angle B = 65°$, $\angle C = 70°$;
3) $\angle A = 14°$, $\angle B = 126°$, $\angle C = 40°$.

356°. Может ли сумма всех углов треугольника быть равной:
1) 100°; 2) 170°; 3) 180°; 4) 190°?

357°. Постройте треугольник. Измерьте его стороны и определите его вид.

358°. Постройте: 1) равнобедренный треугольник; 2) разносторонний треугольник. Проведите необходимые измерения и найдите периметр каждого треугольника.

359°. Дан треугольник ABC. Найдите неизвестные величины по таблице 11.

Таблица 11

AB	18 см	67 м	125 см	945 дм	556 см
AC	34 см			20 м	65 дм
BC	23 см	23 м	125 см	876 дм	4500 мм
P		144 м	375 см		

360°. Вычислите периметр равностороннего треугольника ABC, если:

1) $AB = 201$ см;
2) $AC = 4$ м 6 см;
3) $AB = 37$ см;
4) $CB = 8$ м 30 см.

361°. Найдите сторону равностороннего треугольника, если его периметр равен: 1) $27m$; 2) $15p$; 3) $6a$.

362°. Основание равнобедренного треугольника равно 10 мм, а боковая сторона — вдвое больше него. Найдите периметр треугольника.

363°. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 18 см, а его периметр — 42 см. Чему равно его основание?

364°. Постройте треугольник: 1) остроугольный; 2) тупоугольный; 3) прямоугольный.

365°. Существует ли треугольник, у которого углы равны:

1) 90°, 90°, 20°;
2) 135°, 90°, 45°;
3) 70°, 80°, 80°;
4) 30°, 70°, 80°?

366°. Дан треугольник ABC. По данным таблицы 12 найдите неизвестные углы.

Таблица 12

$\angle A$	60°	60°	60°		135°
$\angle B$	30°		42°	90°	20°
$\angle C$		100°		45°	

367°. Угол A треугольника ABC равен 40°, а угол C — вдвое больше угла A. Найдите угол B.

368°. Угол A треугольника ABC равен 70°, а угол C — на 10° больше угла A. Найдите угол B.

369°. С помощью линейки и транспортира постройте треугольник ABC, у которого:

1) $\angle A = 60°$, $AB = 6$ см, $AC = 4$ см;
2) $\angle A = 60°$, $\angle B = 90°$, $AB = 5$ см.

Определите вид треугольника.

370°. С помощью линейки и транспортира постройте треугольник ABC, у которого:

1) $\angle A = 60°$, $\angle B = 60°$, $AB = 6$ см;
2) $\angle A = 60°$, $AB = 6$ см, $AC = 6$ см.

Определите вид треугольника.

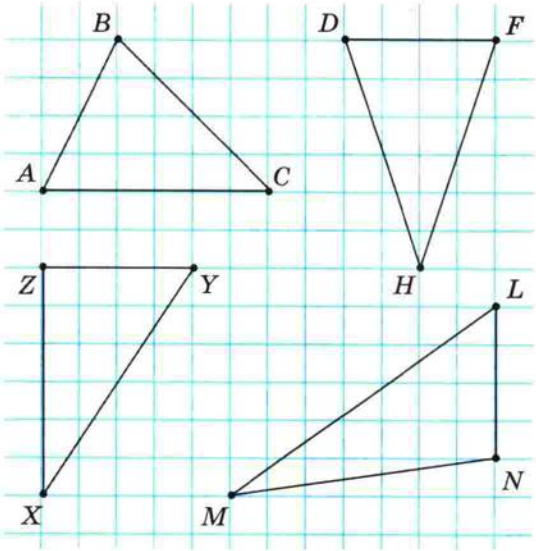


Рис. 138

371°. На рисунке 138 изображены треугольники. В тетради постройте треугольники, равные данным.

372. Сторона AB треугольника ABC равна 10 см. Сторона AC вдвое больше AB и на 6 см меньше BC. Найдите периметр треугольника.

373. Сторона BC треугольника ABC равна 17 см. Сторона AC на 8 см больше BC и на 6 см меньше AB. Найдите периметр треугольника.

374. Основание равнобедренного треугольника на 10 см больше боковой стороны. Найдите периметр треугольника, если его боковая сторона равна 4 дм.

375. Боковая сторона равнобедренного треугольника на 9 см больше основания. Найдите периметр треугольника, если его основание равно 56 см.

376. Чему равна сторона равностороннего треугольника, периметр которого вдвое меньше периметра квадрата со стороной 12 см?

377. Угол C треугольника ABC равен 60°. Угол B — на 40° меньше угла A. Найдите угол B.

378. В треугольнике ABC $\angle B$ — прямой. $\angle A$ на 56° больше $\angle C$. Найдите углы треугольника.

379. Постройте:
1) равнобедренный остроугольный треугольник;
2) равнобедренный тупоугольный треугольник;
3) равнобедренный прямоугольный треугольник.

380*. Сторона AB треугольника ABC на 7 см больше стороны AC, которая на 6 см меньше стороны BC. Найдите стороны треугольника, если его периметр равен 49 см.

381*. В треугольнике ABC $AB + BC = 25$ см, $BC + CA = 26$ см, $CA + AB = 27$ см. Найдите периметр треугольника ABC и каждую его сторону.

382*. Периметр равнобедренного треугольника равен p см, а его боковая сторона — $(m + 3)$ см. Найдите основание треугольника.

383*. В треугольнике ABC $\angle A + \angle B = 90°$, $\angle B + \angle C = 150°$. Найдите углы треугольника.

ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

384. Лист бумаги имеет форму прямоугольника, одна сторона которого равна 4 см, а вторая — 9 см. Разрежьте прямоугольник на две равные части так, чтобы можно было, сложив их, получить треугольник.

385. На уроке трудового обучения Маша получила задание сшить треугольную косынку размерами 50 см, 50 см, 75 см. Девочка решила украсить косынку кружевом. Сколько ей нужно купить кружева, чтобы обшить косынку?

386. Постройте орнамент, используя: 1) разные виды треугольников; 2) только прямоугольные треугольники.

ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

387. Вычислите:
1) $25 \cdot 8 - 4 \cdot 90 + 2 \cdot (424 + 26)$;
2) $240 : 4 + 560 : 7 + 121 : (321 - 240 - 70)$.

388. Выразите в миллиметрах: 1) 25 см 4 мм; 2) 8 м 2 мм.

389. Выразите в секундах: 1) 2 ч 15 мин; 2) 1 ч 20 мин 5 с.

390. В зимних Олимпийских играх в Ванкувере принимали участие спортсмены из 83 стран, что на 123 страны меньше, чем в летней Олимпиаде в Пекине. Сколько стран приняло участие в летних играх?

ПРОВЕРЬТЕ, КАК УСВОИЛИ МАТЕРИАЛ

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что называется буквенным выражением? Приведите пример.
2. Объясните, как вычислить значение буквенного выражения.
3. Что такое формула? Приведите пример формулы.
4. Назовите компоненты и результат действия сложения.
5. Запишите переместительный закон сложения.
6. Объясните, как складывают многозначные числа. Приведите пример.
7. Запишите сочетательный закон сложения. Приведите пример его применения.
8. Назовите компоненты и результат действия вычитания.
9. Что означает вычесть из одного числа другое?
10. Объясните, как вычитают многозначные числа. Приведите пример.
11. Что называется многоугольником?
12. Какой многоугольник называется прямоугольником? Квадратом?
13. Какие фигуры называются равными?
14. Что называется периметром многоугольника?
15. Запишите формулу периметра n-угольника, каждая сторона которого равна a.
16. Как найти периметр квадрата? Прямоугольника?
17. Какой многоугольник называется треугольником?
18. Какой треугольник называется равносторонним? Разносторонним? Равнобедренным?
19. Какой треугольник называется остроугольным? Прямоугольным? Тупоугольным?
20. Как найти периметр треугольника?
21. Запишите формулу периметра равностороннего треугольника.
22. Чему равна сумма углов треугольника?

ПРОВЕРЬТЕ, КАК УСВОИЛИ МАТЕРИАЛ

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

Внимательно прочитайте задачи и найдите среди предложенных ответов верный. Для выполнения тестового задания потребуется 10 — 15 мин.

1°. Найдите сумму чисел 114 и 938.

А. 1142.
Б. 1042.
В. 1052.
Г. 1152.

2°. Число a увеличили на 15, затем увеличили в 3 раза, а потом уменьшили на 15. Какое выражение получили?

А. $3a$.
Б. $a + 15 \cdot 3 - 15$.
В. $(a + 15) \cdot (3 - 15)$.
Г. $(a + 15) \cdot 3 - 15$.

3°. В треугольнике ABC $\angle A = 80°$, $\angle B = 20°$, $\angle C = 80°$. Какого вида треугольник ABC?

А. Равносторонний.
Б. Прямоугольный.
В. Остроугольный.
Г. Тупоугольный.

4. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 9 см, а его основание — на 5 см больше. Найдите периметр треугольника.

А. 23 см.
Б. 37 см.
В. 32 см.
Г. 14 см.

5*. Сторона AB четырёхугольника $ABCD$ равна стороне квадрата, периметр которого равен 24 см. Сторона CD — на 4 см больше AB и на 3 см меньше CB. Сторона AD — на 20 мм больше суммы сторон AB и CD. Найдите периметр четырёхугольника.

А. 49 см.
Б. 37 см.
В. 47 см.
Г. 41 см.

ГЛАВА 3

ДЕЙСТВИЯ ВТОРОЙ СТУПЕНИ НАД НАТУРАЛЬНЫМИ ЧИСЛАМИ

Вы узнаете:

- о действиях умножения и деления натуральных чисел и их свойствах;
- как выполнять деление с остатком;
- каков порядок выполнения действий в выражениях, содержащих действия двух ступеней;
- что такое уравнение и его корень;
- об арифметическом и алгебраическом способах решения задач;
- как применять изученный материал на практике



§ 11. УМНОЖЕНИЕ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Вы знаете, что сложение нескольких одинаковых слагаемых можно заменить действием умножения: $25 + 25 + 25 + 25 = 25 \cdot 4$.

Запомните!

Умножить число a на натуральное число b — значит найти сумму b одинаковых слагаемых, каждое из которых равно a.

$$a \cdot b = \underbrace{a + a + \ldots + a}_{b \text{ слагаемых}}$$

Умножение — это арифметическое действие второй ступени. Числа, которые нужно умножить, называются *множителями*. Число, получаемое в результате умножения, называется *произведением*.

Компоненты действия				Результат действия
3	·	2	=	6
множитель		*множитель*		*произведение*

Выражение $3 \cdot 2$ также называется произведением.

? Изменится ли произведение, если поменять местами множители? Нет. Попробуйте самостоятельно объяснить, почему верно равенство $3 \cdot 2 = 2 \cdot 3 = 6$.

Такое свойство справедливо для любых чисел a и b. Это — *переместительный закон умножения*.

Запомните!

Переместительный закон умножения.

От перестановки множителей произведение не изменяется.

$$a \cdot b = b \cdot a$$

Понятно, что если один из множителей равен 1, то произведение равно второму множителю:

$$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a.$$

Если один из множителей равен 0, то произведение равно 0:

$$a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0.$$

Вы уже знаете, что результат умножения нескольких множителей не зависит от порядка выполнения умножения. Например, чтобы найти произведение чисел 10, 2 и 15, можно сначала перемножить числа 10 и 2, а затем их произведение умножить на число 15. Но удобнее сначала перемножить числа 2 и 15, а затем на их произведение умножить число 10. Порядок умножения чисел указывают при помощи скобок. Для рассматриваемого примера получим: $(10 \cdot 2) \cdot 15 = 10 \cdot (2 \cdot 15)$.

Такое свойство справедливо для любых чисел a, b и c. Это — *сочетательный закон умножения.*

Запомните!

Сочетательный закон умножения.
От порядка группировки множителей произведение не изменяется.

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c).$$

Обратите внимание:

чтобы произведение двух чисел умножить на третье число, можно первое число умножить на произведение второго и третьего.

Опираясь на переместительный и сочетательный законы, можно применять и такой способ группировки множителей: второе число умножить на произведение первого и третьего. Например, для нахождения произведения чисел 10, 2 и 15, кроме уже рассмотренных способов, существует третий способ: $(10 \cdot 15) \cdot 2$.

Переместительный и сочетательный законы умножения справедливы для любого количества множителей. Применяя эти законы, можно значительно упростить вычисления. Рассмотрим примеры.

Задача 1. Найдите произведение:
1) $2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 15 \cdot 25$; 2) $(4 \cdot 15) \cdot 2 \cdot (25 \cdot 5)$.

Решение. 1) Чтобы упростить вычисления, переставим множители и сгруппируем их по-другому:
$2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 15 \cdot 25 = 15 \cdot (2 \cdot 5) \cdot (4 \cdot 25) = 15 \cdot 10 \cdot 100 = 15\,000$.

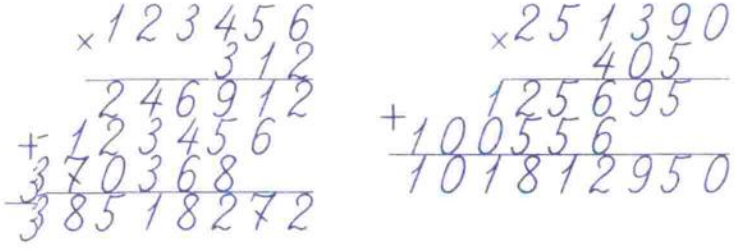
2) Данное числовое выражение содержит только действие умножения, поэтому его можно записать без скобок:
$(4 \cdot 15) \cdot 2 \cdot (25 \cdot 5) = 4 \cdot 15 \cdot 2 \cdot 25 \cdot 5$.

Перегруппировав множители, найдём произведение:
$4 \cdot 15 \cdot 2 \cdot 25 \cdot 5 = (4 \cdot 25) \cdot (2 \cdot 5) \cdot 15 = 100 \cdot 10 \cdot 15 = 15\,000$.

Обратите внимание:

1) вычисляя произведение нескольких чисел, можно по-разному переставлять и группировать множители;
2) если выражение в скобках содержит только действие умножения, то в таком выражении *скобки* можно *опустить* (не записывать).

Вы знаете, что многозначные числа удобнее умножать в столбик. Например, нужно найти произведение чисел 3025 и 1 234 567. Первым, как правило, записывают число с большим количеством цифр. Второе число размещают под первым так, чтобы единицы находились под единицами, десятки — под десятками, сотни — под сотнями и т. д. Умножение выполняют поразрядно, начиная с наименьшего разряда — единиц.



При умножении чисел, оканчивающихся нулями, пользуются особыми правилами.

Запомните!

Чтобы умножить натуральное число на 10, 100, 1000, ..., нужно дописать к этому числу справа столько нулей, сколько их в числе, на которое умножаем.

Например, $28 \cdot 1000 = 28\,000$; $735 \cdot 100 = 73\,500$.

Запомните!

Чтобы умножить натуральные числа, оканчивающиеся нулями, нужно:

1) **выполнить умножение, не обращая внимания на нули в конце чисел;**
2) **к полученному произведению дописать справа столько нулей, сколько их во всех множителях вместе.**

Например, $120 \cdot 400 = 48\,000$.

Умножать можно не только числа и числовые выражения, но и буквенные выражения. Законы умножения позволяют *упрощать буквенные выражения*.

Задача 2. Упростите выражение $2 \cdot 15 \cdot c \cdot 3 \cdot d$.

Решение. Применив переместительный и сочетательный законы умножения, сгруппируем отдельно множители, являющиеся числами, и множители, записанные буквами:

$$2 \cdot 15 \cdot c \cdot 3 \cdot d = (2 \cdot 15 \cdot 3) \cdot (c \cdot d) = 90 \cdot cd = 90cd.$$

В буквенных выражениях, таких как $90cd$, множители c и d называют *буквенными множителями*, а множитель 90 — числовым множителем, или *числовым коэффициентом*. Как правило, числовой коэффициент записывают первым множителем.

С помощью умножения решают следующие задачи.

Задача 3. Три пятых класса решили провести спортивные состязания. В каждой команде должно быть по 10 участников. Сколько пятиклассников примут участие в состязаниях?

Решение. Чтобы найти количество участников состязаний, надо **найти сумму одинаковых слагаемых:** $10 + 10 + 10$. Сумму можно заменить произведением: $10 \cdot 3 = 30$ (уч.). Значит, в состязаниях примут участие 30 пятиклассников.

Задача 4. Сладкоежка Карлсон снова посетил Малыша. В этот раз он съел 2 пирожных, а конфет — в 5 раз больше, чем пирожных. Сколько конфет съел Карлсон в этот раз?

Решение. Чтобы найти количество конфет, съеденных Карлсоном, нужно количество пирожных **увеличить в 5 раз**. Отсюда $2 \cdot 5 = 10$ (к.). Следовательно, Карлсон съел 10 конфет.

Обратите внимание:

с помощью действия умножения:

1) находят сумму равных слагаемых;
2) данное число увеличивают в несколько раз.



Узнайте больше

Знак умножения «×» — косой крест — находим в работе английского математика Вильяма Оутреда «Математический ключ», опубликованной в 1631 году. Позже, в 1698 г., выдающийся немецкий математик Готфрид Вильгельм Лейбниц предложил действие умножения обозначать точкой (·). Несколько ранее, в 1684 г., он ввёл две точки (:) для обозначения деления. Правда, вначале эти знаки не получили всеобщего признания и стали использоваться только в XVIII в. благодаря учебникам немецкого математика Христиана Вольфа.

ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ

1. Назовите компоненты действия умножения.
2. Как называется результат действия умножения?
3. Что будет результатом действия умножения, если один из множителей равен 0? Единице?
4. Сформулируйте и запишите переместительный закон умножения.
5. Сформулируйте и запишите сочетательный закон умножения.
6. Как выполняют умножение натурального числа на 10, 100, 1000 и т. д.?
7. Как выполняют умножение натуральных чисел, оканчивающихся нулями?
8. Что такое буквенный множитель?
9. Что называют числовым коэффициентом?
10. Какие задачи можно решать с помощью умножения?

РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

391 . Замените действие сложения действием умножения:
1) $35 + 35 + 35$; 2) $12 + 12 + 12 + 12 + 12$; 3) $a + a + a + a$.

392 . Верно ли, что в равенстве $24 \cdot 5 = 120$ множителем является число: 1) 5; 2) 120?

393 . Чему равно произведение числа m на 1? На 0?

394 . Что можно сказать о множителях, если их произведение равно 0? Приведите примеры.

395 . Масса арбуза 5 кг, а дыни — 2 кг. Объясните, какой смысл имеют выражения:
1) $5 + 5 + 5 + 5 + 5$; 2) $5 + 2 + 2 + 2$; 3) $5 \cdot 3 + 2$; 4) $5 \cdot 2 + 2 \cdot 3$.

396 . Карандаши стоят x грн, краски — y грн, а альбом — z грн. Объясните, какой смысл имеют выражения:
1) $x + x + y + y + z + z$; 2) $3x + 2y + 5z$.

397 . Вычислите устно:
1) $15 \cdot 2$; 3) $26 \cdot 10$; 5) $0 \cdot 65$;
2) $18 \cdot 4$; 4) $84 \cdot 1$; 6) $34 \cdot 100$.

398 . Вычислите устно удобным способом:
1) $16 \cdot 2 \cdot 5$; 2) $5 \cdot 7 \cdot 4$; 3) $(25 \cdot 8) \cdot 2$; 4) $5 \cdot (17 \cdot 2)$.

399 . Назовите числовой коэффициент в выражении:
1) $2abc$; 2) $4x \cdot 3y \cdot 2z$; 3) $m \cdot 5n \cdot p$.

400 . Как увеличить число в 5 раз?

401 . Сумма каких двух чисел равна их произведению? Сумма каких двух чисел больше их произведения?

402 . Как изменится результат действия умножения $a \cdot b = c$, если: 1) число a увеличить в 2 раза; 2) число b увеличить в 3 раза?

403 . Как изменится произведение двух чисел, если к каждому из них справа дописать нуль?

404 . Даны числа: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9. Что больше: произведение этих чисел или их сумма? Ответ объясните.

405 . Найдите значение выражения:
1) $48 + 48 + 48 + 48 + 48 + 48$;
2) $405 + 405 + 405 + 405 + 405$;
3) $201 + 15 + 201 + 201 + 201 + 15$;
4) $82 + 12 + 12 + 82 + 82 + 82 + 82$;
5) $25 + 125 + 125 + 25 + 25 + 25 + 125 + 125$.

406°. По данным таблицы 13 вычислите значение c.

Таблица 13

a	248	250	1258	18	k	$5n$
b	32	28	101	d	$6h$	$4m$
$c = a \cdot b$						

407°. Найдите произведение чисел:
1) 2985 и 124;
2) 30 450 и 252;
3) 459 810 и 4050;
4) 3412 025 025 и 85 602;
5) 284 и 204 531;
6) 52 801 и 4019.

408°. Выполните умножение:
1) $125 \cdot 25\,201$;
2) $30\,865 \cdot 2010$;
3) $81\,460 \cdot 2018$;
4) $457\,623 \cdot 985\,600\,120$.

409°. Вычислите наиболее удобным способом:
1) $256 \cdot 20 \cdot 5$;
2) $25 \cdot 37 \cdot 4$;
3) $(125 \cdot 68) \cdot 8$;
4) $50 \cdot (245 \cdot 20)$.

410°. Вычислите наиболее удобным способом:
1) $2 \cdot 144 \cdot 50$;
2) $4 \cdot 702 \cdot 25$;
3) $(241 \cdot 8) \cdot 125$;
4) $250 \cdot (390 \cdot 4)$.

411°. Упростите выражение:
1) $8 \cdot a \cdot 4 \cdot 2 \cdot b$;
2) $16 \cdot c \cdot 5 \cdot d$;
3) $m \cdot 3 \cdot n \cdot 12$;
4) $7x \cdot 5y \cdot 2$;
5) $5p \cdot 3k \cdot 12t$;
6) $3ab \cdot 2c \cdot 10$.

Назовите числовой коэффициент в полученном выражении.

412°. Упростите выражение:
1) $6 \cdot 12 \cdot a \cdot 2 \cdot b$;
2) $8 \cdot c \cdot 5 \cdot d \cdot 2$;
3) $4m \cdot 7n \cdot 2$;
4) $3p \cdot 6k \cdot 4t$.

Назовите числовой коэффициент в полученном выражении.

413°. Угол AOB разделён на 9 равных частей. Градусная мера каждой из них равна 12°. Найдите градусную меру угла AOB.

414°. Отрезок CD разделён на 13 отрезков, длина каждого из которых 4 см. Найдите длину отрезка CD.

415°. Серёжа в 4 раза старше своего брата Никиты и в 5 раз моложе своего отца. Сколько лет отцу, если Никите 2 года?

416°. Каролина в 2 раза старше своей сестрички Тамары и в 4 раза моложе своей мамы. Сколько лет маме, если Тамаре 5 лет?

417°. Проверьте, правильно ли Петя выполнил умножение.

1)
$$\begin{array}{r} 38557 \\ \times\ 405 \\ \hline 192785 \\ +\ 154228 \\ \hline 1735065 \end{array}$$

2)
$$\begin{array}{r} 14025 \\ \times\ 125 \\ \hline 70125 \\ +\ 28050 \\ \hline 14025 \\ \hline 1753125 \end{array}$$

3)
$$\begin{array}{r} 654190 \\ \times\ 280 \\ \hline 523352 \\ +\ 130838 \\ \hline 18317320 \end{array}$$

418°. Какие числа нужно поставить вместо звёздочек, чтобы получить правильное решение следующих примеров?

1)
$$\begin{array}{r} 9*48 \\ \times\ 4*2 \\ \hline *8096 \\ +\ 45240 \\ \hline *619* \\ \hline 4089696 \end{array}$$

2)
$$\begin{array}{r} 253* \\ \times\ 1*3 \\ \hline 7*9* \\ +\ 2** \\ \hline 26*590 \end{array}$$

419. Таня начала выполнять умножение:

$$\begin{array}{r} 529 \\ \times\ 725 \\ \hline 2645 \\ 1058 \end{array}$$

Каким образом можно записать следующий ряд, не выполняя умножение 7 на 529? Приведите подобный пример на умножение.

420. Ученику необходимо умножить 58 на 67. Он перемножил отдельно десятки и получил 3000, а потом перемножил отдельно единицы и получил 56. После этого он сложил оба произведения и получил 3056. Почему он ошибся?

421. В первый день туристы преодолели 15 км намеченного пути, во второй день — в 3 раза больше, чем в первый день, а в третий день — в 2 раза больше, чем за первых два дня вместе. Какое расстояние преодолели туристы за 3 дня?

422. В первый день Тарас прочитал 18 страниц интересной книги о путешествиях, во второй день — в 2 раза больше, чем в первый, а в третий день — в 2 раза больше, чем во второй день. Сколько страниц прочитал Тарас за 3 дня?

423. Выполните действие:

1) 12 мин 24 с · 2;
2) 6 мин 36 с · 5;
3) 2 м 50 см · 4;
4) 15 кг 50 г · 6.

424. Выполните действие:

1) 5 ч 5 с · 3;
2) 15 мин 30 с · 2;
3) 34 м 65 см · 3;
4) 30 кг 450 г · 4.

425*. Найдите три числа, сумма которых равна их произведению.

426*. Произведение двух чисел в 8 раз больше одного из них. Можно ли, зная это, найти одно из этих чисел?

427*. Какой цифрой оканчивается произведение:
$101 \cdot 102 \cdot 103 \cdot 104 \cdot 105 \cdot 106 \cdot 107 \cdot 108 \cdot 109$?

428*. Серёжа перемножил все натуральные числа от 1 до 50 включительно. Каким количеством нулей оканчивается произведение?

429*. При умножении двух двузначных чисел ученик допустил ошибку: в первом множителе заменил в цифре единиц 4 на 1, поэтому в ответе получил 525 вместо 600. Какие числа умножал ученик?

430*. Коля и Вася живут в одном доме. На каждом этаже во всех подъездах по 4 квартиры. Коля живет на пятом этаже в квартире № 83, а Вася на третьем этаже в квартире № 169. Сколько этажей в этом доме?

ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

431. Наблюдатель заметил, что через 5 с после того, как сверкнула молния, раздался удар грома. На каком расстоянии от наблюдателя находится гроза, если скорость звука 330 м/с?

432. Таня посчитала, что в одной неделе 604 800 с. Проверьте, правильный ли ответ получила Таня.

433. В бак влили 100 банок воды. 4 банки составляют 1 л. Сколько литров воды влили в бак?

ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

434. Найдите закономерность и замените знак «?» числом:

1)

3	6		3	6		2	6
	6			12			?
1	2		2	4		3	9

2)

8	6		2	6		4	?
	24			18			36
4	3		3	9		6	9

435. Вычислите:
1) $32 \cdot 28 - (5680 + 140) : 15$; 2) $2000 - 64 : 4 \cdot 25 + 3495$.

436. На экскурсию поехали 12 учеников 5-А класса, 14 учеников 5-Б класса и ученики 5-В класса. Сколько учеников 5-В класса поехало на экскурсию, если в автобусе было 44 человека, среди которых — ученики 5-х классов, 4 учителя и экскурсовод?

437. В развёрнутом угле AOD проведены внутренние лучи OB и OC. Найдите градусную меру угла AOB, если $\angle BOC = 45°$ и $\angle COD = 60°$.

§ 12. РАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНЫЙ ЗАКОН

Компоненты выражения, содержащего сложение и умножение, можно группировать по-разному.

Задача 1. В каждом отделении своего ранца Андрей нашёл по 10-копеечной и 5-копеечной монетке. Сколько денег нашёл Андрей, если в ранце 3 отделения?

Решение. Решить задачу можно двумя способами. Для этого надо составить или выражение $(10 + 5) \cdot 3$, или выражение $10 \cdot 3 + 5 \cdot 3$. (Объясните, как именно при этом рассуждали). Вычислив значение любого из этих выражений, получим, что Андрей нашёл в ранце 45 к.

Решая задачу, мы увидели, что значения полученных выражений равны:

$$(10 + 5) \cdot 3 = 10 \cdot 3 + 5 \cdot 3.$$

Иными словами, при умножении суммы на число можно умножить на это число каждое слагаемое, а потом результаты сложить. Такое свойство справедливо для любых чисел. Его называют *распределительным законом умножения относительно сложения.*

Запомните!

Распределительный закон умножения относительно сложения.

Произведение суммы и числа равно сумме произведений каждого слагаемого и этого числа.

$$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$$

? Чему равно произведение разности двух чисел и третьего числа? Разности произведений уменьшаемого и данного числа и вычитаемого и данного числа:

$$(a - b) \cdot c = a \cdot c - b \cdot c.$$

Распределительный закон умножения также используют для *упрощения буквенных выражений*.

Задача 2. Упростите выражение $3 \cdot (12 + m)$.

Решение.

Применив распределительный закон, преобразуем произведение в сумму:

$$3 \cdot (12 + m) = 3 \cdot 12 + 3 \cdot m = 36 + 3m.$$

Решая задачу, мы преобразовали выражение со скобками $3 \cdot (12 + m)$ в выражение без скобок $3 \cdot 12 + 3 \cdot m$. Такое преобразование произведения в сумму (или разность) называют *раскрытием скобок*. Обратное ему действие называется *вынесением множителя за скобки*.

Задача 3. Вынесите множитель за скобки:

1) $5c - 25d$;
2) $5a + 3a$;
3) $2n + 5nm$.

Решение.

1) В выражении $5c - 25d$ общим является числовой множитель 5. Применив распределительный закон, вынесем его за скобки:

$$5c - 25d = 5c - 5 \cdot 5d = 5\,(c - 5d).$$

2) В выражении $5a + 3a$ общим является буквенный множитель a. Вынесем его за скобки:

$$5a + 3a = a \cdot (5 + 3) = a \cdot 8 = 8a.$$

3) В выражении $2n + 5nm$ общим является буквенный множитель n. Вынесем его за скобки:

$$2n + 5nm = n\,(2 + 5m).$$

Вы знаете, как в столбик умножить многозначное число на однозначное. Однако существует ещё один способ выполнения данного действия, опирающийся на распределительный закон умножения. Например:

$$425 \cdot 8 = (400 + 20 + 5) \cdot 8 =$$
$$= 400 \cdot 8 + 20 \cdot 8 + 5 \cdot 8 = 3200 + 160 + 40 = 3400.$$



Узнайте больше

До появления скобок в математических работах ставили чёрточки над выражением, к которому они относились, или же под ним. В 1550 г. итальянский математик Р. Бомбелли начал использовать квадратные скобки, правда, писал вместо скобок букву *L* и перевёрнутую *L*. Круглые скобки появились в XVI в. в работах немецкого математика М. Штифеля, итальянского математика М. Тартальи и других. Название «скобки» происходит от немецкого термина «*klammer*», который ввёл Л. Эйлер в 1770 году.

ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ

1. Сформулируйте и запишите распределительный закон умножения относительно сложения.
2. Для чего используют распределительный закон?
3. Что называется раскрытием скобок?
4. Что называется вынесением множителя за скобки?
5. Как умножить многозначное число на однозначное, используя распределительный закон умножения?



РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

438 . Вычислите устно, применяя распределительный закон:

1) $7 \cdot 23 + 3 \cdot 23$;
2) $12 \cdot 14 + 12 \cdot 16$;
3) $17 \cdot 28 - 7 \cdot 28$;
4) $21 \cdot 25 - 21 \cdot 20$.

439 . Вычислите устно, применяя распределительный закон:

1) $21 \cdot 4$; 2) $56 \cdot 2$; 3) $48 \cdot 3$; 4) $25 \cdot 4$.

440 . Упростите выражение:

1) $11a + 10a$; 3) $6n + 15n$; 5) $25p - 10p + 15p$;
2) $14c - 12c$; 4) $12m + m$; 6) $8k + 10k - k$.

441 . Упростите выражение:

1) $5b + 9b$; 2) $17d - 4d$; 3) $n + 12n$; 4) $3k - k + 7k$.

442 . Раскройте скобки:

1) $5 \cdot (a + 11)$;
2) $c \cdot (7 - 12d)$;
3) $6 \cdot (2n + m)$;
4) $(n - m) \cdot 15p$;
5) $3 \cdot (5p + k + 6t)$;
6) $(2p - 4k + 6t) \cdot 2a$.

443 . Раскройте скобки:

1) $5 \cdot (x + 11)$;
2) $2 \cdot (12n - m)$;
3) $(4c + d) \cdot 8y$;
4) $6 \cdot (p + 3k - 9t)$.

444°. Вынесите общий множитель за скобки:

1) $11a + 11b$; 3) $6n + 15m$; 5) $5p + 10k + 15t$;
2) $4c + 12d$; 4) $12n + 18m$; 6) $8p + 10k + 6t$.

445°. Вынесите общий множитель за скобки:

1) $9a + 9b$; 2) $7c + 14d$; 3) $18n + 12m$; 4) $3p + 9k + 27t$.

446. Прав ли был Серёжа, когда утверждал, что может, не выполняя умножения, найти, на сколько $265 \cdot 28$ меньше, чем $265 \cdot 38$? Ответ объясните.

447. Вычислите удобным способом:

1) $345 \cdot 73 + 23 \cdot 25 + 345 \cdot 27 + 77 \cdot 25$;
2) $32 \cdot 65 - 65 \cdot 29 + 29 \cdot 62 - 62 \cdot 26 + 26 \cdot 59 - 59 \cdot 23 + 23 \cdot 56 - 56 \cdot 20 + 20 \cdot 53 - 53 \cdot 17 + 17 \cdot 50 - 50 \cdot 14$.

448. Вычислите удобным способом:

1) $162 \cdot 54 + 12 \cdot 18 + 88 \cdot 18 + 162 \cdot 46$;
2) $15 \cdot 34 - 15 \cdot 14 + 10 \cdot 25 - 15 \cdot 10 + 10 \cdot 75$.

449. Найдите значение выражения:

1) $5a + 5b$, если $a + b = 28$;
2) $2c - 6d$, если $c - 3d = 25$;
3) $x \cdot 11 + y \cdot 11$, если $x + y = 17$;
4) $10m - 15n$, если $2m - 3n = 20$.

450. Что нужно поставить вместо звёздочек, чтобы получить верное равенство?

1) $7 \cdot (5 + 8) = 7 \cdot * + * \cdot 8$; 2) $* \cdot (12 - 5) = * - 15$.

451. Что нужно поставить вместо звёздочек, чтобы получить верное равенство?

1) $(* - *) \cdot 11 = 88 - 66m$; 2) $(15 + *) \cdot 4 = * + 4a$.

452. Найдите ошибку в решении:

1) $5 \cdot (a + 2) + 7 \cdot (a + 10) = 5a + 2 + 7a + 10 = 12a + 12$;
2) $4 \cdot (b + 3) + 2 \cdot (8 - b) = 4b + 12 + 16 + 2b = 6b + 28$.

453. Упростите выражение:

1) $4 \cdot (7 + a) + 5 \cdot (a + 6)$;
2) $(5 + y) \cdot 7 + (6 - y) \cdot 4$;
3) $4 \cdot (2c + d) + 8 \cdot (c + d)$;
4) $(m + 5) \cdot 3 + 8 \cdot (3m + 2) + 5 \cdot (2m - 5)$.

454*. Объясните особый способ умножения чисел, меньших 20, показанный на примере чисел 17 и 18.

1) $17 + 8 = 25$; 2) $25 \cdot 10 = 250$; 3) $7 \cdot 8 = 56$; 4) $250 + 56 = 306$.
Следовательно, $17 \cdot 18 = 306$.

455*. Найдите ошибку в рассуждениях:
«Рассмотрим верное числовое равенство:

$$35 + 10 - 45 = 42 + 12 - 54.$$

Применим распределительный закон: $5 \cdot (7 + 2 - 9) = 6 \cdot (7 + 2 - 9)$.
Разделим обе части этого равенства на множитель $(7 + 2 - 9)$.
Получим: $5 = 6$».

ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

456. За 30 с часы с боем отбивают 6 ударов. За сколько секунд часы пробьют двенадцать раз?

457. Известно, что дрожжевые бактерии размножаются с большой скоростью, удваивая своё количество за каждую минуту. В пробирку поместили одну дрожжевую бактерию, которая, размножаясь, заполнила пробирку за 30 мин. За сколько минут заполнят пробирку две дрожжевые бактерии?

ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

458. Решите устно задачу. В 5-А классе учатся 28 учеников, в 5-Б классе — на 6 учеников больше, чем в 5-А, а в 5-В классе — на 4 ученика меньше, чем в 5-А. Сколько учеников учатся в 5-х классах?

459. Вычислите значение выражения $5a + 15 \cdot 2 + a + 2a$, если:
1) $a = 8$; 2) $a = 20$.

§ 13. ДЕЛЕНИЕ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

В начальной школе вместе с действием умножения вы изучали и другое арифметическое действие второй ступени — деление. Вспомните: число, которое делят, называется *делимым*, а то, на которое делят, — *делителем*. Результат действия деления называется *частным*.

Компоненты действия				Результат действия
24	:	2	=	12
делимое		*делитель*		*частное*

Выражение $24 : 2$ также называется частным.



Задача 1. В коробке 24 конфеты. Малыш и Карлсон разделили их поровну. По сколько конфет получил каждый?

Решение. Обозначим количество конфет, которое получил каждый, буквой k. Если k умножить на 2, то получим количество конфет в полной коробке: $k \cdot 2 = 24$. Итак, в задаче искомым является неизвестный множитель. Чтобы его найти, надо произведение разделить на известный множитель: $k = 24 : 2$. Отсюда $k = 12$, т. е. Малыш и Карлсон получили по 12 конфет.

Решая задачу, мы выполнили деление как действие, обратное действию умножения. Следовательно, умножение и деление — взаимно обратные действия. Именно поэтому умножение проверяют делением, а деление — умножением.

Запомните!

Разделить **одно число на другое — значит найти такое третье число, которое в произведении со вторым даёт первое.**

? Всегда ли одно натуральное число можно разделить на другое нацело? Не всегда. Например, частное $5 : 3$ невозможно выразить натуральным числом.

Вы знаете, что, умножив любое число a на 0, получим в произведении 0:

$$a \cdot 0 = 0.$$

Но число a может быть каким угодно, и таких чисел — множество. Поэтому считают, что **частное 0 : 0 — не определено.**

? Можно ли найти частное $5 : 0$? Нет. Для этого нужно было бы по смыслу деления найти такое число x, чтобы $x \cdot 0 = 5$. Но такого числа x не существует. Поэтому **частного 5 : 0 не существует.**

Вообще, считают, что действие деления на 0 не имеет смысла. Поэтому:

на 0 делить нельзя!

Если число 0 разделить на любое число, отличное от нуля, то в частном получим 0:

$$0 : a = 0 \text{ при } a \neq 0.$$

Вы уже знаете, что для любого числа a выполняется равенство: $a \cdot 1 = a$. Отсюда следует, что:

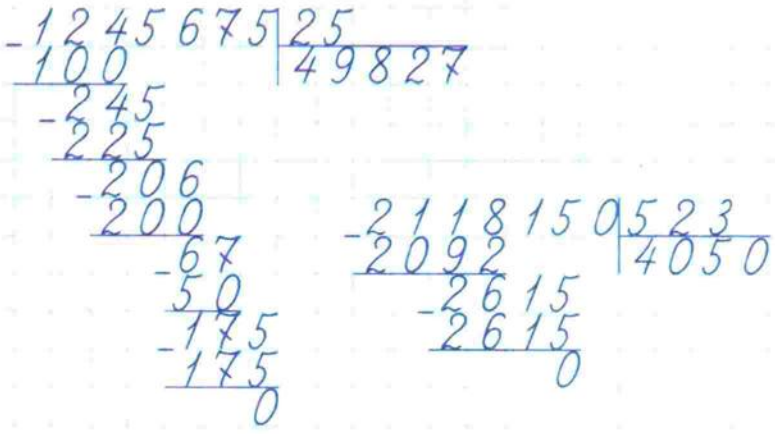
$a : 1 = a$ для любого a;

$a : a = 1$ при $a \neq 0$.

Обратите внимание:

1) произведение двух натуральных чисел всегда является натуральным числом;
2) частное двух натуральных чисел не всегда можно выразить натуральным числом;
3) на 0 делить нельзя.

Вы знаете, что деление многозначных чисел удобно выполнять углом. Рассмотрим примеры.



Обратите внимание:

при делении чисел, оканчивающихся нулями, пользуются особым правилом: сначала отбрасывают одинаковое количество нулей в конце делимого и делителя, а затем выполняют деление.

Например, $2400 : 400 = 24 : 4 = 6$ или $2400 : 40 = 240 : 4 = 60$.

Рассмотрим основные задачи, решаемые с помощью деления.

Задача 2. У Лены есть 10 грн. На сколько конфет ей хватит денег, если одна конфета стоит 2 грн?

Решение. Обозначим количество конфет, которое сможет купить Лена, буквой k. Тогда, по условию задачи, получим: $k \cdot 2 = 10$. Чтобы **найти неизвестный множитель**, нужно произведение разделить на известный множитель: $k = 10 : 2$. Отсюда $k = 5$. Значит, Лена сможет купить 5 конфет.

Задача 3. Мороженое стоит 6 грн, а конфета — в 2 раза дешевле мороженого. Сколько стоит конфета?

Решение. Чтобы найти цену конфеты, нужно цену мороженого **уменьшить в 2 раза**: $6 : 2 = 3$ (грн). Значит, конфета стоит 3 грн.

Задача 4. У Оксаны 15 конфет а у Серёжи — 5 конфет. **Во сколько раз больше** конфет у Оксаны, чем у Серёжи?

Решение. Чтобы ответить на вопрос задачи, надо количество конфет, которые есть у Оксаны, разделить на количество конфет Серёжи: $15 : 5 = 3$ (р.). Итак, у Оксаны конфет — в 3 раза больше.

Обратите внимание:

с помощью действия деления:

1) по известному произведению и одному из множителей находят второй множитель;
2) данное число уменьшают в указанное количество раз;
3) выясняют, во сколько раз одно число больше второго или меньше его.

Узнайте больше

Для вычисления частного чисел могут пригодиться такие свойства деления.

1. Чтобы произведение двух чисел разделить на третье число, можно разделить на это число один из множителей, а затем частное умножить на другой множитель: $(a \cdot b) : c = (a : c) \cdot b$. Например, $(36 \cdot 15) : 9 = (36 : 9) \cdot 15 = 4 \cdot 15 = 60$.

Вы уже знаете, что для любого числа a выполняется равенство: $a \cdot 1 = a$. Отсюда следует, что:

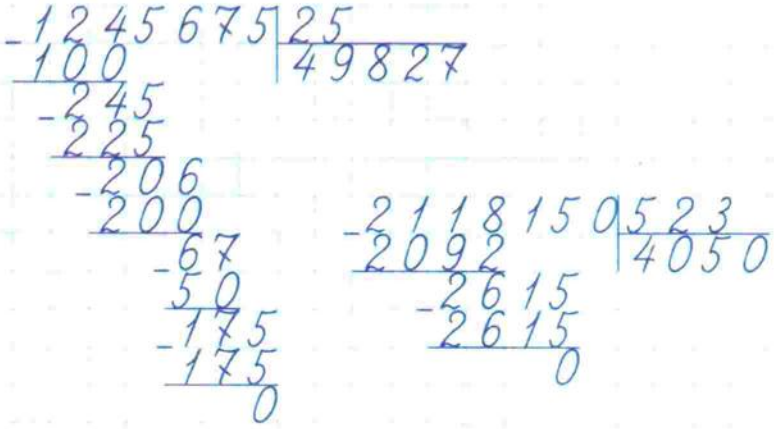
$a : 1 = a$ для любого a;

$a : a = 1$ при $a \neq 0$.

Обратите внимание:

1) произведение двух натуральных чисел всегда является натуральным числом;
2) частное двух натуральных чисел не всегда можно выразить натуральным числом;
3) на 0 делить нельзя.

Вы знаете, что деление многозначных чисел удобно выполнять углом. Рассмотрим примеры.



Обратите внимание:

при делении чисел, оканчивающихся нулями, пользуются особым правилом: сначала отбрасывают одинаковое количество нулей в конце делимого и делителя, а затем выполняют деление.

Например, $2400 : 400 = 24 : 4 = 6$ или $2400 : 40 = 240 : 4 = 60$.

Рассмотрим основные задачи, решаемые с помощью деления.

Задача 2. У Лены есть 10 грн. На сколько конфет ей хватит денег, если одна конфета стоит 2 грн?

Решение. Обозначим количество конфет, которое сможет купить Лена, буквой k. Тогда, по условию задачи, получим: $k \cdot 2 = 10$. Чтобы **найти неизвестный множитель**, нужно произведение разделить на известный множитель: $k = 10 : 2$. Отсюда $k = 5$. Значит, Лена сможет купить 5 конфет.

Задача 3. Мороженое стоит 6 грн, а конфета — в 2 раза дешевле мороженого. Сколько стоит конфета?

Решение. Чтобы найти цену конфеты, нужно цену мороженого **уменьшить в 2 раза**: $6 : 2 = 3$ (грн). Значит, конфета стоит 3 грн.

Задача 4. У Оксаны 15 конфет а у Серёжи — 5 конфет. **Во сколько раз больше** конфет у Оксаны, чем у Серёжи?

Решение. Чтобы ответить на вопрос задачи, надо количество конфет, которые есть у Оксаны, разделить на количество конфет Серёжи: $15 : 5 = 3$ (р.). Итак, у Оксаны конфет — в 3 раза больше.

Обратите внимание:

с помощью действия деления:

1) по известному произведению и одному из множителей находят второй множитель;
2) данное число уменьшают в указанное количество раз;
3) выясняют, во сколько раз одно число больше второго или меньше его.

Узнайте больше

Для вычисления частного чисел могут пригодиться такие свойства деления.

1. Чтобы произведение двух чисел разделить на третье число, можно разделить на это число один из множителей, а затем частное умножить на другой множитель: $(a \cdot b) : c = (a : c) \cdot b$. Например, $(36 \cdot 15) : 9 = (36 : 9) \cdot 15 = 4 \cdot 15 = 60$.

2. Чтобы сумму двух чисел разделить на третье число, можно разделить на это число каждое из слагаемых, а затем полученные частные сложить:

$$(a + b) : c = a : c + b : c.$$

Например,

$$(81 + 45) : 9 = 81 : 9 + 45 : 9 = 9 + 5 = 14.$$

Данное свойство справедливо и для разности двух чисел:

$$(a - b) : c = a : c - b : c.$$

Например,

$$(81 - 45) : 9 = 81 : 9 - 45 : 9 = 9 - 5 = 4.$$

ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ

1. Назовите компоненты действия деления.
2. Как называется результат действия деления?
3. Можно ли найти результат деления, если делимое равно 0? Делитель равен 0?
4. Что будет результатом деления, если делитель равен делимому?
5. Что будет результатом деления, если делитель равен 1?
6. Как разделить натуральные числа, оканчивающиеся нулями?
7. Какие задачи можно решать с помощью деления?

РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

460. Верно ли, что в равенстве 100 : 25 = 4 делимое — это число:
1) 4; 2) 25; 3) 100?

461. Верно ли, что в равенстве 100 : 25 = 4 делитель — это число:
1) 4; 2) 25; 3) 100?

462. Верно ли, что в равенстве 100 : 25 = 4 частное — это число:
1) 4; 2) 25; 3) 100?

463. Верно ли, что умножение и деление — взаимно обратные действия? Ответ объясните на примере.

464. Серёжа сказал, что на 0 делить нельзя, а Юра — что на 0 умножать нельзя. Кто из мальчиков прав?

465. Вычислите устно:

1) 84 : 2;	4) 162 : 8;	7) 1000 : 100;
2) 55 : 5;	5) 880 : 80;	8) 72 000 : 800;
3) 0 : 56;	6) 3600 : 90;	9) 56 000 : 700.

466. Как изменится результат действия деления $a : b = c$, если число b увеличить в 3 раза?

467°. По данным таблицы 14 вычислите значение c.

Таблица 14

a	79 360	7000	5555	38
b	32	28	101	d
$c = a : b$				

468°. По данным таблицы 15 вычислите значение h.

Таблица 15

n	11 070	6250	10 375	42
m	54	25	125	b
$h = n : m$				

469°. Найдите частное чисел:

1) 782 и 23;
2) 9840 и 1230;
3) 143 594 и 107;
4) 34 120 160 и 8560;
5) 81 225 и 285;
6) 2 923 095 и 679;
7) 2 076 162 и 5478;
8) 432 540 и 4005.

470°. Выполните деление:

1) 12 180 : 42;
2) 22 250 : 250;
3) 91 656 : 456;
4) 10 800 : 120;
5) 66 690 : 702;
6) 211 890 : 2018.

471°. Отрезок AB длиной 22 см разделён на 11 равных отрезков. Найдите длину отрезков, на которые разделён отрезок AB.

472°. Угол COD, градусная мера которого равна 108°, разделён на 9 равных частей. Найдите градусную меру частей угла, на которые разделён угол COD.

473°. За двенадцать тетрадей в клеточку Алина заплатила 14 грн 40 к. Сколько стоит одна такая тетрадь?

474°. Поезд, состоящий из 15 одинаковых вагонов, может за одну поездку перевезти 540 пассажиров. Сколько мест в одном таком вагоне?

475°. Килограмм конфет стоит 26 грн, а килограмм печенья — в 2 раза дешевле конфет. Сколько стоит 5 кг печенья?

476°. Альбом стоит 8 грн, а тетрадь — в 4 раза дешевле альбома. Сколько стоит 20 таких тетрадей?

477°. Делимое оканчивается тремя нулями, а делитель — двумя. Сколькими нулями может оканчиваться частное?

478°. Изменится ли частное, если к делимому и делителю дописать нуль?

479. Проверьте, верно ли Лена выполнила деление:

1) 157992 | 348
1392 | 454
1879
1740
1392
1392
0

2) 560880 | 456
456 | 123
1048
912
1368
1368
0

3) 4638348 | 5148
46332 | 91
5148
5148
0

480. Какие числа нужно поставить вместо звёздочек, чтобы получить верное решение следующих примеров?

1) ***664 | 315*
9474 | 3**
252*4
252*4
0

2) 157875 | 42*
1263 | *75
3157
2***
2105
***5
0

481. Выполните действия:

1) 24 мин 24 с : 2;
2) 12 ч 30 мин : 3;
3) 10 м 50 см : 5;
4) 100 кг 50 г : 10;
5) 5 кг 100 г : 5;
6) 8 дм 48 мм : 16.

482. Выполните действия:

1) 2 ч 20 с : 2;
2) 7 сут 2 ч : 17;
3) 10 км 100 м : 4;
4) 4 кг 40 г : 8.

483. За 25 дней на фабрике планировали пошить 300 костюмов. Но каждый день шили на 3 костюма больше, чем планировали. За сколько дней на фабрике выполнят план?

484. Во время весенних каникул Серёжа планировал решить 40 задач по математике за 5 дней. Но каждый день он решал на 2 задачи больше, чем планировал. За сколько дней Серёжа решил все задачи?

485. За четыре дня туристы преодолели 48 км. В первый день они проехали треть намеченного пути, во второй день — расстояние, на 4 км большее, чем в первый день, в третий день — в 4 раза меньшее, чем во второй день. Какое расстояние преодолели туристы в четвёртый день?

486. В книге 60 страниц. В первый день Таня прочитала 20 страниц книги, во второй — на 4 страницы больше, чем в первый день, а в третий день — в 3 раза меньше, чем во второй день. Сколько страниц осталось прочитать Тане?

487. Прямой угол AOB разделили внутренним лучом OM на два равных угла. После этого угол AOM разделили внутренними лучами ON и OK на три равных угла. Найдите градусную меру угла AON. Рассмотрите два случая.

488. Развёрнутый угол AOB разделили внутренним лучом OM на два равных угла. После этого угол MOB разделили внутренним лучом OK на два равных угла. Найдите градусную меру угла KOB.

489*. Найдите ошибку в рассуждениях:
«Рассмотрим верное равенство: $4 : 4 = 5 : 5$.
Применим распределительный закон: $4 \cdot (1 : 1) = 5 \cdot (1 : 1)$.
$(1 : 1) = (1 : 1)$, поэтому $4 = 5$».

490*. Число m в 15 раз больше натурального числа n. Чему равно:
1) $m : n$; 2) $m : 3n$; 3) $2m : n$; 4) $3m : 5n$?

491*. Сравните натуральные числа a и b, если:
1) $a + 5 = b$; 2) $a = 4 \cdot b$; 3) $a = b - 7$; 4) $a : 2 = b$.

492*. Найдите все двузначные числа, которые уменьшатся в 14 раз, если зачеркнуть их последнюю цифру.

493*. Найдите трёхзначное число, которое уменьшится в 10 раз, если зачеркнуть его среднюю цифру.

ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

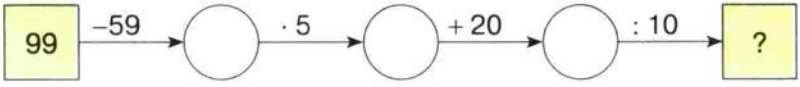
494. Двигаясь вокруг Солнца, за сутки Земля перемещается на 2 92 000 км. На какое расстояние перемещается Земля за 1 ч?

495. Сколько лет составляют миллиард секунд?

496. Для приготовления варенья из малины на 3 части ягод берут 2 части сахара. Сколько сахара нужно взять для приготовления 3 кг 600 г варенья из малины? Сколько килограммов малины было у бабушки, если для приготовления варенья она использовала 4 кг сахара?

ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

497. Вычислите устно, какое число нужно вписать в последнюю клеточку цепочки.



479°. Проверьте, верно ли Лена выполнила деление:

1) 157992 | 348
1392 | 454
1879
1740
1392
1392
0

2) 560880 | 456
456 | 123
1048
912
1368
1368
0

3) 4638348 | 5148
46332 | 91
5148
5148
0

480°. Какие числа нужно поставить вместо звёздочек, чтобы получить верное решение следующих примеров?

1) ***664 | 315*
9474 | 3**
252*4
252*4
0

2) 157875 | 42*
1263 | *75
3157
2***
2105
***5
0

481. Выполните действия:

1) 24 мин 24 с : 2;
2) 12 ч 30 мин : 3;
3) 10 м 50 см : 5;
4) 100 кг 50 г : 10;
5) 5 кг 100 г : 5;
6) 8 дм 48 мм : 16.

482. Выполните действия:

1) 2 ч 20 с : 2;
2) 7 сут 2 ч : 17;
3) 10 км 100 м : 4;
4) 4 кг 40 г : 8.

483. За 25 дней на фабрике планировали пошить 300 костюмов. Но каждый день шили на 3 костюма больше, чем планировали. За сколько дней на фабрике выполнят план?

484. Во время весенних каникул Серёжа планировал решить 40 задач по математике за 5 дней. Но каждый день он решал на 2 задачи больше, чем планировал. За сколько дней Серёжа решил все задачи?

485. За четыре дня туристы преодолели 48 км. В первый день они проехали треть намеченного пути, во второй день — расстояние, на 4 км большее, чем в первый день, в третий день — в 4 раза меньшее, чем во второй день. Какое расстояние преодолели туристы в четвёртый день?

486. В книге 60 страниц. В первый день Таня прочитала 20 страниц книги, во второй — на 4 страницы больше, чем в первый день, а в третий день — в 3 раза меньше, чем во второй день. Сколько страниц осталось прочитать Тане?

487. Прямой угол AOB разделили внутренним лучом OM на два равных угла. После этого угол AOM разделили внутренними лучами ON и OK на три равных угла. Найдите градусную меру угла AON. Рассмотрите два случая.

488. Развёрнутый угол AOB разделили внутренним лучом OM на два равных угла. После этого угол MOB разделили внутренним лучом OK на два равных угла. Найдите градусную меру угла KOB.

489*. Найдите ошибку в рассуждениях:
«Рассмотрим верное равенство: $4 : 4 = 5 : 5$.
Применим распределительный закон: $4 \cdot (1 : 1) = 5 \cdot (1 : 1)$.
$(1 : 1) = (1 : 1)$, поэтому $4 = 5$».

490*. Число m в 15 раз больше натурального числа n. Чему равно:
1) $m : n$; 2) $m : 3n$; 3) $2m : n$; 4) $3m : 5n$?

491*. Сравните натуральные числа a и b, если:
1) $a + 5 = b$; 2) $a = 4 \cdot b$; 3) $a = b - 7$; 4) $a : 2 = b$.

492*. Найдите все двузначные числа, которые уменьшатся в 14 раз, если зачеркнуть их последнюю цифру.

493*. Найдите трёхзначное число, которое уменьшится в 10 раз, если зачеркнуть его среднюю цифру.

ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

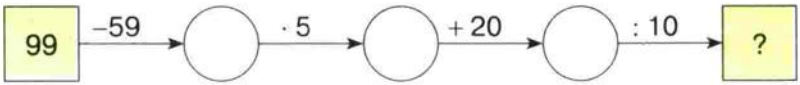
494. Двигаясь вокруг Солнца, за сутки Земля перемещается на 2 92 000 км. На какое расстояние перемещается Земля за 1 ч?

495. Сколько лет составляют миллиард секунд?

496. Для приготовления варенья из малины на 3 части ягод берут 2 части сахара. Сколько сахара нужно взять для приготовления 3 кг 600 г варенья из малины? Сколько килограммов малины было у бабушки, если для приготовления варенья она использовала 4 кг сахара?

ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

497. Вычислите устно, какое число нужно вписать в последнюю клеточку цепочки.



498. Найдите значение выражения $4a + 5b : c$, если:
1) $a = 150$, $b = 12$, $c = 60$; 2) $a = 25$, $b = 280$, $c = 35$.

499. На прямой от точки O сначала отложили отрезок OA длиной 16 см, а потом отрезок AB длиной 10 см. Найдите длину отрезка OB. Сколько решений имеет задача?

§ 14. ДЕЛЕНИЕ С ОСТАТКОМ

Вы знаете, что не всегда одно натуральное число можно разделить на другое *нацело*. Например, если два друга делят между собой 7 конфет, то каждый получит по 3 конфеты и 1 конфета останется (рис. 139).



Рис. 139

Записывают: $7 : 2 = 3$ (ост. 1). Тут число 7 — *делимое*, 2 — *делитель*, 3 — *неполное частное*, 1 — *остаток*.

? Всегда ли остаток меньше делителя? Да, поскольку когда остаток больше делителя, то деление можно продолжать дальше. Это можно увидеть на примере деления многозначных чисел углом.

```
 4567 | 11
 44   | 415   — неполное частное
 16
 11
 57
 55
  2    — остаток
```

? Может ли остаток быть равным 0? Да, когда делимое делится на делитель нацело. Например, $15 : 5 = 3$.

Вы знаете, что при делении нацело делимое можно выразить через делитель и частное. Например, если $15 : 5 = 3$, то $15 = 5 \cdot 3$. Рассуждая аналогично, можно составить выражение для нахождения делимого и при делении с остатком. Например, если $15 : 6 = 2$ (ост. 3), то $15 = 6 \cdot 2 + 3$. Действительно, на 6 нацело делится число 12, которое меньше делимого 15 как раз на остаток 3. Поэтому, если к произведению делителя 6 и неполного частного 2 прибавить остаток 3, то получим делимое 15.

Вообще, если при делении числа a на число b получают неполное частное q и остаток r, то есть $a : b = q$ (ост. r), то:

$$a = bq + r, \text{ где } r < b.$$

Задача. У Кати n грн. Сколько пачек печенья она может купить, если пачка печенья стоит 6 грн? Сколько денег было у Кати, если она купила 3 пачки печенья и у неё осталось 2 грн?

Решение.

1. Чтобы выяснить, сколько пачек печенья сможет купить Катя, нужно найти частное чисел n и 6, то есть $n : 6$.
2. Если Катя купила 3 пачки печенья и у неё осталось 2 грн, то число n делится на 6 с остатком $n : 6 = 3$ (ост. 2). Отсюда $n = 6 \cdot 3 + 2$, то есть $n = 20$. Следовательно, у Кати было 20 грн.

Обратите внимание:

чтобы получить делимое, нужно делитель умножить на неполное частное и прибавить остаток.



Узнайте больше

Вы знаете, что числа 0, 2, 4, 6 и 8 делятся на 2. Оказывается, что на 2 делится и любое многозначное число, в записи которого последняя цифра — 0, 2, 4, 6 или 8. Такие числа называют чётными. Например, $1234 : 2 = 617$, $109\,876 : 2 = 54\,938$. А вот числа, запись которых оканчивается цифрой 1, 3, 5, 7 или 9, на число 2 не делятся. Их называют нечётными. При делении на 2 нечётные числа всегда дают в остатке 1. Например, $1235 : 2 = 617$ (ост. 1), $109\,877 : 2 = 54\,938$ (ост. 1). Больше о чётных и нечётных числа вы узнаете в 6 классе.

ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ

1. Объясните, как выполняют деление с остатком.
2. Может ли остаток быть большим делителя? Быть равным ему?
3. Запишите формулу для нахождения делимого при делении с остатком.
4. Как найти делимое по неполному частному, делителю и остатку?

РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

500. Верно ли, что в равенстве 75 : 9 = 8 (ост. 3) делимым является число:
1) 75; 2) 9; 3) 8; 4) 3?

501. Верно ли, что в равенстве 75 : 9 = 8 (ост. 3) делителем является число:
1) 75; 2) 9; 3) 8; 4) 3?

502. Верно ли, что в равенстве 75 : 9 = 8 (ост. 3) неполным частным является число:
1) 75; 2) 9; 3) 8; 4) 3?

503. Верно ли, что в равенстве 75 : 9 = 8 (ост. 3) остатком является число:
1) 75; 2) 9; 3) 8; 4) 3?

504. Серёжа сказал, что на 1 делится без остатка любое натуральное число. Прав ли Серёжа?

505. Вычислите устно:
1) 14 : 3; 3) 35 : 10; 5) 31 : 9;
2) 21 : 5; 4) 29 : 4; 6) 40 : 7.

506. Назовите все возможные остатки при делении чисел на:
1) 4; 2) 11.

507. Выполните деление с остатком:
1) 780 : 23;
2) 12 081 : 63;
3) 654 650 : 320;
4) 23 412 025 : 856;
5) 34 581 225 : 1250;
6) 4 562 923 095 : 2679.

508. Выполните деление с остатком:
1) 78 180 : 51;
2) 6790 : 250;
3) 709 856 : 456;
4) 10 879 000 : 1205.

509. Проверьте, верно ли Лена выполнила деление с остатком:
1) 144 : 10 = 4 (ост. 14);
2) 425 : 28 = 15 (ост. 7).

510°. Какие числа нужно поставить вместо звёздочек, чтобы получить верное решение следующих примеров?

1) $\begin{array}{r|l} 9*5 & 24 \\ \underline{**} & \underline{3*} \\ \underline{18*} & \\ 168 & \\ \underline{17} & \\ ** & \\ 2 & \end{array}$

2) $\begin{array}{r|l} 23*0 & 1* \\ \underline{18} & \underline{*31} \\ \underline{*6} & \\ 54 & \\ \underline{2*} & \end{array}$

511°. По данным таблицы 16 вычислите значения a, b, q и r.

Таблица 16

$a = bq + r$			365	501
b	32	41	15	
q	9	7		49
r	17	21		

512°. Длина отрезка AB равна 18 см. Сколько равных отрезков длиной 5 см можно отложить на отрезке AB, начиная от точки A?

513°. Длина отрезка CD равна 20 см. Сколько равных отрезков длиной 3 см можно отложить на отрезке CD, начиная от точки C?

514°. Сколько тетрадей стоимостью 2 грн 50 к. сможет купить Дима, если у него 12 грн? Сколько денег останется у Димы?

515°. На пошив одного костюма нужно 3 м ткани. Сколько костюмов можно пошить из рулона ткани, в котором 25 м?

516°. Пачка мороженого стоит 4 грн. Сколько денег было у Ани, если она купила 5 пачек мороженого и у неё осталось 3 грн?

517°. На пошив одного костюма нужно 3 м ткани. Сколько метров ткани было в рулоне, если пошили 5 костюмов и осталось 2 м ткани?

518. Придумайте число, при делении которого на 12 получается остаток:

1) 5; 2) 10.

519. Придумайте число, при делении которого на 9 получается остаток:

1) 4; 2) 8.

520. Масса стальной болванки 32 кг. Сколько деталей по 7 кг можно изготовить из 5 таких болванок?

521. В классе 30 учеников. На уроке физкультуры их построили в шеренги по 8 человек. Сколько было полных шеренг? Сколько учеников было в неполной шеренге?

522. Двум друзьям нужно разделить одно и то же число: первому — на 7, а второму — на 9. У первого в частном получилось 28, а в остатке — 2. Какое частное получилось у второго?

523. При делении 798 на некоторое число Таня получила неполное частное 66 и остаток 6. Найдите делитель в примере Тани.

524*. Числа 100 и 90 разделили на одно и то же число. В первом случае получили в остатке 4, а во втором — 18. На какое число делили?

525*. У трёхзначного числа, цифры сотен и десятков равны, а цифра единиц равна 5. Это число разделили на однозначное число и в остатке получили 8. Чему равны делимое, делитель и неполное частное?

526*. При делении на 9 одно число даёт в остатке 5, второе — 6, а третье — 2. Найдите остаток от деления на 9 суммы этих трёх чисел.

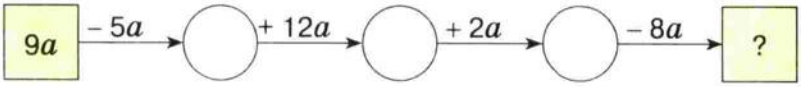
ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

527. Дедушке нужно разрезать проволоку длиной 50 м на части по 12 м. Сколько частей получится и сколько метров проволоки останется?

528. У бабушки в саду выросли 13 белых и 8 красных роз. Сколько букетов из 3 белых и 2 красных роз сможет сделать бабушка? Сколько цветов и каких именно останется?

ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

529. Какое выражение нужно вписать в последнюю клеточку цепочки?



530. Найдите значение выражения:
1) 280 + 15 756 : 26 − 496; 2) (65 549 : 101 − 551) · 4.

531. Периметр прямоугольника равен 30 см. Найдите длину прямоугольника, если она на 5 см больше его ширины.

§ 15. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ДЕЙСТВИЙ В ВЫРАЖЕНИЯХ

Вы знате, что сложение и вычитание — действия первой ступени. В выражениях, содержащих только сложение и вычитание, действия выполняют в том порядке, в котором они записаны.



Задача 1. Найдите значение выражения $5 + 10 - 8 - 2 + 4$.

Решение. Выполним действия в порядке их написания:
$5 + 10 - 8 - 2 + 4 = 15 - 8 - 2 + 4 = 7 - 2 + 4 = 5 + 4 = 9$.

Умножение и деление — действия второй ступени. В выражениях, содержащих только умножение и деление, действия выполняют в том порядке, в котором они записаны.



Задача 2. Найдите значение выражения $3 \cdot 4 : 2 \cdot 6$.

Решение. Выполним действия в порядке их написания:
$3 \cdot 4 : 2 \cdot 6 = 12 : 2 \cdot 6 = 6 \cdot 6 = 36$.

В выражениях, содержащих действия обеих ступеней, первыми выполняют действия старшей ступени, то есть умножение и деление.



Задача 3. Найдите значение выражения $100 - 25 : 5 + 4 \cdot 8$.

Решение. Сначала выполним действия второй ступени в порядке их написания, а потом — первой ступени:
$100 - 25 : 5 + 4 \cdot 8 = 100 - 5 + 4 \cdot 8 = 100 - 5 + 32 = 95 + 32 = 127$.

Скобки в выражении изменяют порядок выполнения действий. В выражении со скобками сначала выполняют действия в скобках, а потом остальные действия в установленном порядке.



Задача 4. Найдите значение выражения $5 + (10 - 8) - 2 + 4$.

Решение. Сначала выполним действие в скобках, а затем — все остальные действия в порядке их написания:
$5 + (10 - 8) - 2 + 4 = 5 + 18 - 2 + 4 = 23 - 2 + 4 = 21 + 4 = 25$.

Если в скобки взято выражение, содержащее действия обеих ступеней, тогда и в скобках действия выполняют в установленном порядке.

Задача 5. Найдите значение выражения

$$100 - (25 : 5 + 4) \cdot 8.$$

Решение. Сначала выполним в скобках действие второй ступени, а потом — первой. После этого выполним умножение и найдём разность:

$$100 - (25 : 5 + 4) \cdot 8 = 100 - (5 + 4) \cdot 8 = 100 - 9 \cdot 8 = 100 - 72 = 28.$$

? Зависит ли значение числового выражения от того, как расставлены в нём скобки? Да. Сравните ответы к задачам 3 и 5.

Обратите внимание:

1) нельзя произвольно опускать скобки или вносить их в выражение;
2) вычисляя значение числового выражения, нужно придерживаться порядка выполнения действий.

Для облегчения громоздких вычислений и экономии времени используют калькулятор или компьютер. Для того, чтобы найти значение числового выражения, необходимо определить последовательность действий, то есть составить *алгоритм вычисления*. Например, алгоритм вычисления значения выражения $(20 + 63 : 9) \times (11 \cdot 3 - 23)$ состоит из таких шагов:

1) разделить 63 на 9;
2) прибавить 20 к результату действия 1;
3) умножить 11 на 3;
4) из результата действия 3 вычесть 23;
5) перемножить результаты действий 2 и 4.

Этот алгоритм вычисления можно представить в виде схемы (рис. 140).

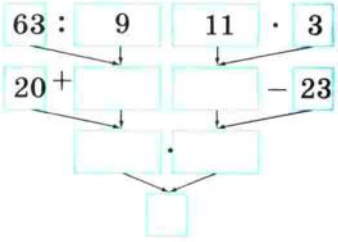


Рис. 140

Последовательное выполнение шагов алгоритма позволит заполнить пустые клеточки схемы и получить ответ в её нижней клеточке.

Узнайте больше



В. М. Глушков

Вопросы, связанные с алгоритмами, рассматриваются в особом разделе математики — теории алгоритмов. Её основателями считают выдающихся математиков XX в. **В. М. Глушкова**, А. Н. Колмогорова, А. А. Маркова. Возникновение этой теории было вызвано появлением электронных вычислительных машин, станков с числовым программным управлением, промышленных роботов, автоматических линий и т. д. Для всех этих устройств нужно было разработать алгоритмы выполнения ими определённых операций, причём в том порядке, который обязательно приведёт к поставленной цели. Такие алгоритмы имеют сложную структуру и иногда содержат более тысячи шагов.

ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ

1. В каком порядке нужно выполнять действия в числовом выражении, содержащем только сложение и вычитание?
2. В каком порядке нужно выполнять действия в числовом выражении, содержащем только умножение и деление?
3. В каком порядке нужно выполнять действия в числовом выражении, содержащем действия обеих ступеней?
4. В каком порядке нужно выполнять действия в числовом выражении со скобками?
5. Как составляют алгоритм вычисления?

РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

532°. Верно ли указан порядок выполнения действий в выражении:

1) $45 \overset{1}{+} 25 \overset{2}{-} 10$;

2) $90 \overset{2}{:} 10 \overset{1}{\cdot} 5$;

3) $8 \overset{1}{\cdot} 7 \overset{3}{-} 24 \overset{2}{:} 8 \overset{4}{+} 12$;

4) $50 \overset{3}{-} 30 \overset{1}{:} 5 \overset{2}{\cdot} 8 \overset{4}{+} 15$?

533. Изменяют ли скобки порядок выполнения действий в выражении: $25 + 5 \cdot 6 - 4 : 2$:

1) $(25 + 5) \cdot 6 - 4 : 2$;
2) $25 + (5 \cdot 6 - 4) : 2$;
3) $(25 + 5 \cdot 6) - 4 : 2$;
4) $25 + 5 \cdot (6 - 4 : 2)$?

534. Укажите порядок выполнения действий в выражении:

1) $54 \cdot 2 + 42$;
2) $88 - 64 : 8$;
3) $45 \cdot (14 + 6)$;
4) $56 : 7 + 9 \cdot 10$;
5) $88 + (72 : 9 - 24 : 12)$;
6) $45 \cdot 2 - 84 : (10 + 2)$.

535. Как можно расставить скобки в выражении $9 \cdot 7 - 64 : 16 + 10$, чтобы они: 1) изменяли порядок действий; 2) не изменяли порядка действий?

536. Расставьте скобки в выражении $24 : 12 + 8 \cdot 4 - 2$ так, чтобы его значение было равно: 1) 38; 2) 18.

537. Найдите значение выражения:

1) $60 - 4 \cdot 12 + 2 \cdot (5 \cdot 10 - 35)$;
2) $(100 - 86) - 24 : 8$;
3) $20 + 6 \cdot (14 - 84 : 12) + 60 : 12$;
4) $(16 \cdot 2 + 9 \cdot 10 - 122) : 32$.

538. Найдите значение выражения:

1) $77 : 11 - 20 : 5 + (100 - 99) \cdot 2$;
2) $(15 \cdot 3 - 10) : 7 + 20 \cdot 9$.

539. Запишите выражения по схемам на рисунках 141—142 и найдите их значения.

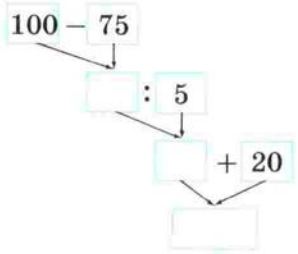


Рис. 141

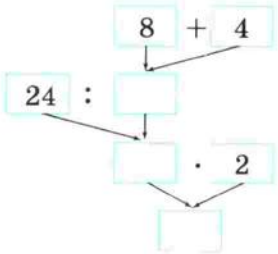


Рис. 142

540. Запишите выражения по схемам на рисунках 143—144 и найдите их значения.

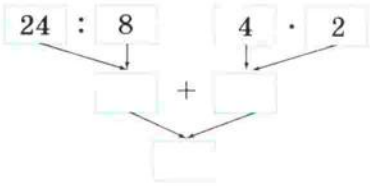


Рис. 143

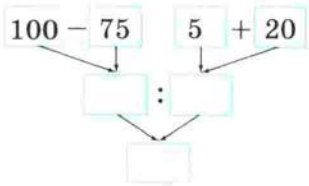


Рис. 144

541. Найдите значение выражения:
1) $60\,000 - 408 \cdot 120 + 1012 \cdot (24 \cdot 10 - 235)$;
2) $(10\,000 - 1864) \cdot (10\,201 - 8634) - 234 : 18$;
3) $100\,000 + 60 \cdot (140\,000 - 84\,240 : 120) + 9600 : 24$;
4) $(8016 \cdot 276 + 429 \cdot 1014 - 264\,810) : 422$;
5) $(367\,710 : 35 + 302 \cdot 49) - 50\,702 : 101$;
6) $428 \cdot 1017 - (729 \cdot 206 + 898\,656 : 1012)$;
7) $209 + (808 \cdot 297 - 211 \cdot 672) : 98\,184$;
8) $100 : 4 \cdot (28 \cdot 105 + 7236 : 18) - (4247 - 1823) : 6 \cdot 25$;
9) $(2420 + 24 \cdot 124) : 38 \cdot 202 - (3008 : 94 + 8 \cdot 527) : 72$;
10) $834 \cdot (145 \cdot 203 - 29\,130 - 74\,115 : 243) + 205 \cdot 804$.

542. Найдите значение выражения:
1) $805 \cdot 712 + (245 \cdot 10 - 2300) \cdot 834 - 501 \cdot 604$;
2) $701 \cdot 901 - 83\,200 : 208 + (20\,000 - 18\,904) \cdot 99$;
3) $(708 \cdot 398 - 892 \cdot 211) : 93\,572 + 209$;
4) $505 \cdot 22 - 10\,100 + 1336 : (128 + 7416 : 36)$;
5) $(128 \cdot 75 + 64 \cdot 125) : 8 \cdot 50 - (30 \cdot 400 + 5107 \cdot 80) : 70$.

543. Составьте алгоритм выполнения действий, постройте схему вычисления и найдите значение выражения:
1) $(20 + 63 : 9) \cdot (11 \cdot 3 - 23)$; 2) $85 + 48 : 8 - 11 \cdot 5$.

544. Составьте алгоритм выполнения действий, постройте схему вычисления и найдите значение выражения:
$(62 : 31 + 5) \cdot (70 - 34 \cdot 2)$.

545. Расставьте скобки так, чтобы значение выражения было наибольшим:
1) $16 + 25 \cdot 3 - 14 \cdot 4$; 2) $100 + 36 : 12 - 6 \cdot 13$.

546. Расставьте скобки так, чтобы значение выражения было наименьшим:
1) $20 + 16 : 4 + 5 \cdot 12$; 2) $240 : 4 \cdot 15 + 20$.

547*. С помощью четырёх цифр 4, знаков арифметических действий и скобок запишите все однозначные натуральные числа.

548*. С помощью пяти цифр 2, знаков арифметических действий и скобок запишите все числа от 1 до 15.

ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

549. Исходя из того, что алгоритм — это последовательность выполнения действий, составьте алгоритмы:
1) чистки зубов;
2) перехода улицы;
3) приготовления чая;
4) приготовления бутерброда.

ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

550. Вычислите устно:

$18a + 17a$;	$25y - 12y$;	$d + 14d$;	$30k - 22k$;
$16x + 9x$;	$7m - m$;	$12n - 8n$;	$36p + 14p$.

551. Начертите координатный луч. За единичный отрезок примите длину одной тетрадной клеточки. Отметьте на этом луче точки A (1), B (2), C (4), D (7), K (9), E (11). Назовите все полученные отрезки и найдите их длины.

552. Маша купила 4 порции мороженого «Эскимо» по 6 грн за порцию и несколько порций мороженого «Пломбир» по 4 грн за порцию. Сколько порций мороженого «Пломбир» купила Маша, если за всю покупку она заплатила 44 грн?

§ 16. УРАВНЕНИЯ

Вы знаете, что такое уравнение, и как их решать.

Запомните!

Уравнением **называется равенство, содержащее неизвестное, значение которого нужно найти.**

Неизвестное обозначают буквой, например, x, y и т. д.

Всегда ли равенство, содержащее букву, является уравнением? Нет. Например, равенство $a + b = b + a$ не является уравнением.

Задача 1. Решите уравнение: $x + 5 = 20$.

Решение. В уравнении неизвестным является слагаемое x. Чтобы его найти, нужно из суммы вычесть известное слагаемое. То есть $x = 20 - 5$ и $x = 15$. Если найденное значение неизвестного $x = 15$ подставить в уравнение, то получим верное числовое равенство: $15 + 5 = 20$.

Запомните!

Значение неизвестного, при котором уравнение превращается в верное числовое равенство, называется *корнем уравнения*.

Так, корнем уравнения $x + 5 = 20$ является число 15. Если в это уравнение подставить любое другое значение буквы x, например, $x = 10$, то верное числовое равенство не получим: $10 + 5 \neq 20$. Следовательно, число 10 не является корнем уравнения $x + 5 = 20$.

Уравнение может не иметь корней. Например, уравнение $0 \cdot x = 10$ не имеет корней, поскольку не существует числа, которое можно умножить на 0 и получить число 10.

Иногда уравнение может иметь несколько корней. С такими уравнениями вы ознакомитесь позднее.

Запомните!

Решить уравнение **— значит найти все его корни или установить, что уравнение не имеет ни одного корня.**

Задача 2. Некоторое число увеличили на 7 и получили число 9. Найдите это число.

Решение.

Пусть y – неизвестное число. Тогда:

$y + 7 = 9$,

$y = 9 - 7$,

$y = 2$.

Ответ: искомое число – 2.

Запомните!

Чтобы найти неизвестное слагаемое, нужно из суммы вычесть известное слагаемое.

Задача 3. Некоторое число уменьшили на 7 и получили число 2. Найдите это число.

Решение. Обозначим неизвестное число буквой a. Тогда можно составить уравнение: $a - 7 = 2$. Неизвестное число a является уменьшаемым. Его находим по известным вычитаемому и разности действием сложения: $a = 2 + 7$ и $a = 9$. Следовательно, неизвестное число равно 9.

Запомните!

Чтобы найти неизвестное уменьшаемое, нужно к разности прибавить вычитаемое.



Задача 4. Разность числа 9 и некоторого числа равна 7. Найдите это число.

Решение. Обозначим неизвестное число буквой b. Тогда по условию задачи можно составить уравнение: $9 - b = 7$. Неизвестное число b является вычитаемым. Его находим по известным уменьшаемому и разности действием вычитания: $b = 9 - 7$ и $b = 2$. Следовательно, неизвестное число равно 2.

Запомните!

Чтобы найти неизвестное вычитаемое, нужно из уменьшаемого вычесть разность.



Задача 5. Некоторое число увеличили в 7 раз и получили число 14. Найдите это число.

Решение. Обозначим неизвестное число буквой y. Тогда можно составить уравнение: $y \cdot 7 = 14$ или $7y = 14$. Неизвестное число y является множителем. Его находим по известным произведению и второму множителю действием деления: $y = 14 : 7$ и $y = 2$. Значит, неизвестное число равно 2.

Запомните!

Чтобы найти неизвестный множитель, нужно произведение разделить на известный множитель.



Задача 6. Некоторое число уменьшили в 7 раз и получили число 2. Найдите это число.

Решение. Обозначим неизвестное число буквой z. Тогда можно составить уравнение: $z : 7 = 2$. Неизвестное число z является делимым. Его находим по известным делителю и частному действием умножения: $z = 2 \cdot 7$ и $z = 14$. Следовательно, неизвестное число равно 14.

Запомните!

Чтобы найти неизвестное делимое, нужно частное умножить на делитель.

Задача 7. Частное числа 14 и некоторого числа равно 7. Найдите это число.

Решение. Обозначим неизвестное число буквой k. Тогда по условию задачи можно составить уравнение: $14 : k = 7$. Неизвестное число k является делителем. Его находим по известным делимому и частному действием деления: $k = 14 : 7$ и $k = 2$. Следовательно, неизвестное число равно 2.

Запомните!

Чтобы найти неизвестный делитель, нужно делимое разделить на частное.

Уравнения, содержащие скобки, решают по тем же правилам.

Задача 8. Решите уравнение: $(15 + x) \cdot 2 = 36$.

Решение. Левая часть уравнения содержит произведение выражения в скобках и числа 2. Поэтому выражение в скобках считаем неизвестным множителем. Его находим по известным произведению и второму множителю: $15 + x = 36 : 2$. Получили уравнение $15 + x = 18$. Отсюда $x = 18 - 15$ и $x = 3$.

$(15+x)\cdot 2=36,$

$(15+x)=36:2,$

$15+x=18,$

$x=18-15,$

$x=3.$

Ответ: 3.

Узнайте больше



Искусство решения уравнений зародилось очень давно в связи с практическими нуждами. Наиболее ранние рукописи, дошедшие до нас, свидетельствуют о том, что в древних Вавилоне и Египте были известны приёмы решения задач с неизвестными величинами. В «Арифметике» греческого математика Диофанта Александрийского (III в.) содержится подборка задач на составление уравнений и объяснение их решения. Однако первой работой о решении уравнений, которая приобрела широкую популярность, стал трактат арабского учёного Мухаммеда ибн Мусы аль-Хорезми (ок. 780 — ок. 850) «Книга о восполнении и противопоставлении» (Аль-китаб аль мухтасар фи хисаб аль-джабр ва-ль-мукабала), которая стала отправной точкой в становлении науки о решении уравнений.

ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ

1. Что такое уравнение?
2. Что называют корнем уравнения?
3. Что значит «решить уравнение»?
4. Как найти неизвестное слагаемое?
5. Как найти неизвестное уменьшаемое? Вычитаемое?
6. Как найти неизвестный множитель?
7. Как найти неизвестное делимое? Делитель?

РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

553°. Какое из чисел 4, 5, 8 и 10 является корнем уравнения:
1) $25 - x = 20$; 2) $10 \cdot y = 100$; 3) $64 : x = 16$?
Ответ объясните.

554°. Решите уравнение устно:
1) $15 + x = 55$; 3) $60 - y = 45$; 5) $88 : x = 8$;
2) $x - 22 = 42$; 4) $y \cdot 12 = 12$; 6) $y : 10 = 40$.

555°. Можно ли решить уравнение:
1) $8x = 0$; 2) $0 : y = 25$; 3) $5x = 5$; 4) $12 : y = 0$?

556. Решите уравнение:

1) $28 + (45 + x) = 100$;
2) $(y - 25) + 18 = 40$;
3) $(70 - x) - 35 = 12$;
4) $60 - (y + 34) = 5$;
5) $52 - (19 + x) = 17$;
6) $9y - 18 = 72$;
7) $20 + 5x = 100$;
8) $90 - y \cdot 12 = 78$;
9) $10x - 44 = 56$;
10) $84 - 7y = 28$;
11) $121 : (x - 45) = 11$;
12) $77 : (y + 10) = 7$;
13) $(x - 12) : 10 = 4$;
14) $55 - y \cdot 10 = 15$;
15) $x : 12 + 48 = 91$;
16) $5y + 4y = 99$;
17) $54x - 27x = 81$;
18) $36y - 16y + 5y = 0$;
19) $14x + x - 9x + 2 = 56$;
20) $20y - 14y + 7y - 13 = 13$.

557°. Решите уравнение:

1) $65 + (x + 23) = 105$;
2) $(y - 34) - 10 = 32$;
3) $(48 - x) + 35 = 82$;
4) $77 - (28 + y) = 27$;
5) $90 + y \cdot 8 = 154$;
6) $9x + 50 = 86$;
7) $120 : (x - 19) = 6$;
8) $(y + 50) : 14 = 4$;
9) $48 + y : 6 = 95$;
10) $8x + 7x - x = 42$.

558°. Составьте уравнение, корнем которого является число:
а) 8; б) 14.

559°. Составьте уравнение, корнем которого является число:
а) 5; б) 9.

560°. Некоторое число увеличили на 67 и получили число 109. Найдите это число.

561°. К некоторому числу прибавили 38 и получили число 245. Найдите это число.

562°. Некоторое число увеличили в 24 раза и получили число 1968. Найдите это число.

563°. Некоторое число уменьшили в 18 раз и получили число 378. Найдите это число.

564°. Некоторое число уменьшили на 22 и получили число 105. Найдите это число.

565°. Из числа 128 вычли некоторое число и получили 79. Найдите это число.

566. Составьте и решите уравнение:

1) сумма удвоенного числа x и числа 39 равна 81;
2) разность чисел 32 и y в 2 раза меньше числа 64;
3) частное суммы чисел x и 12 и числа 2 равно 40;
4) сумма чисел x и 12 в 3 раза больше числа 15;
5) частное разности чисел y и 12 и числа 6 равно 18;
6) утроенная разность чисел y и 17 равна 63.

567. Составьте и решите уравнение:
1) разность утроенного числа y и числа 41 равна 64;
2) сумма чисел 9 и x в 5 раз меньше числа 80;
3) частное суммы чисел y и 10 и числа 4 равно 16;
4) разность утроенного числа x и числа 17 равна 10.

568. Некоторое число увеличили на 5 и полученное число удвоили. В результате получили число 22. Найдите неизвестное число.

569. Некоторое число увеличили в 7 раз и полученное число уменьшили на 54. В результате получили число 100. Найдите неизвестное число.

570. Некоторое число уменьшили на 14. Уменьшив результат в 5 раз, получили число 13. Найдите неизвестное число.

571. Некоторое число уменьшили в 4 раза и полученное число уменьшили на 35. В результате получили число 46. Найдите неизвестное число.

572. Из некоторого числа вычли 60. Уменьшив результат на 25, получили число 12. Найдите неизвестное число.

573. К некоторому числу прибавили 41 и полученное число увеличили в 3 раза. В результате получили число 126. Найдите неизвестное число.

574. Решите уравнение:
1) $(7x - 24) : 12 + 26 = 31$;
2) $(99 - 9y) \cdot 8 + 14 = 86$;
3) $144 - (x : 11 + 21) \cdot 5 = 14$;
4) $(97 + 75 : (50 - 5x)) \cdot 3 = 300$;
5) $100 : (18 + (82 - 10x) : 6) = 5$;
6) $(105 - (25 + 6x) \cdot 4) \cdot 30 = 150$.

575. Решите уравнение:
1) $(2x + 4) \cdot 20 - 85 = 35$;
2) $32 + (136 - x \cdot 8) : 4 = 64$;
3) $(21 + 75 : (2x + 13)) \cdot 5 = 120$;
4) $12 \cdot (32 - (36 + 8x) : 5) = 144$.

576*. Олег задумал число. Если задуманное число вычесть из числа 777, результат уменьшить в 7 раз, а потом увеличить на 7, то получим число, которое на 7 больше наименьшего трёхзначного числа. Найдите число, задуманное Олегом.

577*. Света задумала число. Если на задуманное число разделить число 555, полученное частное вычесть из 55, результат увеличить в 5 раз, то получим число, которое в 10 раз больше числа 25. Какое число задумала Света?

578*. Решите уравнение:
1) $(2400 : (25x + 175) : 6 + 58) : 20 = 3$;
2) $((120 + x) \cdot 100 : 2 + 200) : 250 : 25 = 1$;
3) $(16\,000 + 9 \cdot (900 - 50x) \cdot 4) : 50 - 80 \cdot 6 = 20$;
4) $10 : ((8x + 24) : 5 : 4 + 6) = 1$.

ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

579. Когда Соне было 5 лет, её брату Никите было 9 лет. Сейчас им вместе 40 лет. Сколько лет Соне?

580. Трём сёстрам вместе 24 года. Младшей — 5 лет. Разница в возрасте средней и старшей сестёр такая же, как у средней и младшей. Сколько лет старшей сестре?

581. Юра придумал математический фокус. Он предлагает одноклассникам задумать число, затем это число удвоить, прибавить последовательно числа 5 и 3, затем последовательно вычесть сначала задуманное число, а потом числа 6 и 1. После этого Юра просит назвать полученный результат и называет задуманное число. В чём секрет фокуса?

582. Придумайте свой математический фокус.

ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

583. Вычислите устно значение выражения $8b + 12b - b - 9b$, если:
1) $b = 8$; 2) $b = 20$.

584. Найдите значение выражения:
1) $(6330 - 65 \cdot 82) : 125$; 2) $105 + 105 : (74 \cdot 34 - 2501)$.

585. У Васи в коллекции 124 почтовые марки, а у Саши — на 27 марок больше. Сколько марок у Данилы, если всего у трёх мальчиков 390 почтовых марок?

586. Длина садового участка прямоугольной формы равна 75 м, а ширина — на 5 м меньше. Найдите длину забора, ограждающего этот участок.

§ 17. ТИПЫ ЗАДАЧ И СПОСОБЫ ИХ РЕШЕНИЯ

В начальной школе вы решали задачи по действиям и с помощью простых уравнений. В 5 классе круг таких задач расширяется. Поэтому важно знать, какие бывают типы задач, какими способами их можно решать и каким из них лучше воспользоваться для решения той или иной задачи.

В задачах, которые будем рассматривать, пойдёт речь об одной, двух или трёх величинах. Каждую задачу можно решить по действиям, оперируя заданными числовыми значениями величин. Это — *арифметический способ* решения. По условию задачи также можно составить уравнение и с его помощью получить ответ к ней. Такой способ решения задач называют *алгебраическим*.

Задачи с одной величиной



Задача 1. На полке стояли книги. После того, как с полки взяли 12 книг, а поставили — 9, на полке стало 39 книг. Сколько книг стояло на полке сначала?

Решение. Составим краткую запись данных задачи в виде таблицы 17.

Таблица 17

Было	Взяли	Поставили	Стало
?	12 кн.	9 кн.	39 кн.

1. Арифметический способ.

Количество книг на полке меняли дважды.

1. Сколько книг стояло на полке перед вторым изменением?

$$39 - 9 = 30 \text{ (кн.)}.$$

2. Сколько книг стояло на полке перед первым изменением?

$$30 + 12 = 42 \text{ (кн.)}.$$

Итак, сначала на полке стояло 42 книги.

2. Алгебраический способ.

Пусть x – количество книг, которые стояли на полке. Тогда:

$$(x - 12) + 9 = 39,$$

$$x - 12 = 39 - 9,$$

$$x - 12 = 30,$$

$$x = 30 + 12,$$

$x = 42$ (кн.).

Ответ: сначала на полке стояло 42 книги.

Задачи с двумя одноимёнными величинами

Задача 2. На двух полках стоит 72 книги. Сколько книг на каждой полке, если на второй полке книг в 2 раза больше, чем на первой?

Решение. Составим краткую запись данных задачи в виде таблицы 18.

Таблица 18

1-я полка	?	} 72 книги
2-я полка	?, в 2 раза больше, чем	

1. Арифметический способ. Если книги, стоящие на первой полке, составляют 1 часть, то на второй полке — 2 такие части.

1. Сколько частей составляют 72 книги?

$$1 + 2 = 3 \text{ (ч.)}.$$

2. Сколько книг приходится на одну часть (стоят на первой полке)?

$$72 : 3 = 24 \text{ (кн.)}.$$

3. Сколько книг стоят на второй полке?

$$24 \cdot 2 = 48 \text{ (кн.)}.$$

Итак, на 1-й полке стоят 24 книги, а на 2-й полке — 48 книг.

2. Алгебраический способ. Пусть x — количество книг, стоящих на 1-й полке, тогда $2x$ — количество книг, стоящих на 2-й полке. Получаем уравнение: $x + 2x = 72$. Решим уравнение:

$3x = 72$, $x = 72 : 3$, $x = 24$ (кн.) — на 1-й полке.

$2x = 2 \cdot 24 = 48$ (кн.) — на 2-й полке.

Итак, на 1-й полке стоят 24 книги, а на 2-й полке — 48 книг.

Задачи с тремя зависимыми величинами

К этому типу относят задачи: 1) на стоимость; 2) на работу; 3) на движение. В них одна величина равна произведению двух других, и эту зависимость можно задать формулой. Одну из таких формул вы знаете — это фор-

мула, выражающая закон движения: $s = vt$. Вам также известно, что стоимость покупки и объём выполненной работы можно найти аналогично. Рассмотрим задачи.

Задача 3. За 2 кг яблок и 3 кг груш заплатили 31 грн. Сколько стоит килограмм яблок и сколько — килограмм груш, если груши дороже яблок на 2 грн?

Решение. Составим краткую запись данных задачи в виде таблицы 19.

Таблица 19

Фрукты	Цена	Количество	Стоимость
Яблоки	? ←	2 кг	} 31 грн
Груши	?, на 2 грн больше, чем →	3 кг	

1. Арифметический способ. Стоимость покупки находят как произведение цены на количество купленого: $C = a \cdot n$, где C — стоимость, a — цена, n — количество.

1. На сколько меньше стоила бы покупка, если бы цена груш была такая же, как и цена яблок?

$$2 \cdot 3 = 6 \text{ (грн)}.$$

2. Сколько стоила бы покупка, если бы цена груш была такая же, как и цена яблок?

$$31 - 6 = 25 \text{ (грн)}.$$

3. Сколько стоит килограмм яблок?

$$25 : 5 = 5 \text{ (грн)}.$$

4. Сколько стоит килограмм груш?

$$5 + 2 = 7 \text{ (грн)}.$$

Итак, 1 кг яблок стоит 5 грн, а 1 кг груш — 7 грн.

2. Алгебраический способ. Пусть x — цена 1 кг яблок, тогда $x + 2$ — цена 1 кг груш. Можем составить уравнение: $x \cdot 2 + (x + 2) \cdot 3 = 31$. Решим его: $2x + 3(x + 2) = 31$, $2x + 3x + 6 = 31$, $5x = 31 - 6$, $5x = 25$, $x = 25 : 5$, $x = 5$ (грн) — цена 1 кг яблок. Найдём цену груш: $x + 2 = 5 + 2 = 7$ (грн) — цена 1 кг груш. Итак, 1 кг яблок стоит 5 грн, а 1 кг груш — 7 грн.

Задача 4. Один мастер может изготовить 24 детали за 3 ч. Второй мастер в час изготавливает на 2 детали меньше, чем первый. За какое время он изготовит 24 детали?

Решение. Составим краткую запись данных задачи в виде таблицы 20.

Таблица 20

Мастер	Производительность труда	Время	Работа
1-й	? ←	3 ч	24 дет.
2-й	?, на 2 дет. меньше, чем →	?	24 дет.

1. Арифметический способ. Объём выполненной работы находят как произведение производительности труда на время: $A = p \cdot t$, где A — объём работы, p — производительность труда, t — время работы.

1. Какова производительность труда 1-го мастера?

$$24 : 3 = 8 \text{ (дет./ч)}.$$

2. Какова производительность труда 2-го мастера?

$$8 - 2 = 6 \text{ (дет./ч)}.$$

3. Сколько времени понадобится 2-му мастеру на выполнение работы?

$$24 : 6 = 4 \text{ (ч)}.$$

Итак, 2-й мастер изготовит 24 детали за 4 ч.

2. Алгебраический способ. Пусть x — время, необходимое 2-му мастеру на выполнение работы. Тогда: $(24 : 3 - 2) \cdot x = 24$. Решим уравнение: $6x = 24$, $x = 24 : 6$, $x = 4$ (ч). Итак, 2-й мастер изготовит 24 детали за 4 ч.

Задача 5. Два велосипедиста одновременно выехали навстречу друг другу из сёл, расстояние между которыми составляет 50 км. Встретились они через 2 ч. Первый ехал со скоростью12 км/ч. Найдите скорость второго велосипедиста.

Решение. Составим краткую запись данных задачи в виде таблицы 21.

Таблица 21

Велосипедист	Скорость	Время	Путь
1-й	12 км/ч	2 ч	50 км
2-й	?	2 ч	

1. Арифметический способ. В задачах на движение краткая запись может иметь вид графической модели (рис. 145).

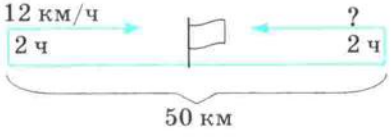


Рис. 145

Путь находят как произведение скорости на время: $s = v \cdot t$, где v — скорость, t — время, s — путь.

1. Какое расстояние проехал 1-й велосипедист?

$$12 \cdot 2 = 24 \text{ (км)}.$$

2. Какое расстояние проехал 2-й велосипедист?

$$50 - 24 = 26 \text{ (км)}.$$

3. С какой скоростью ехал 2-й велосипедист?

$$26 : 2 = 13 \text{ (км/ч)}.$$

Итак, скорость второго велосипедиста 13 км/ч.

Данную задачу можно решить арифметически и по-другому.

1. Чему равна скорость сближения велосипедистов?

$$50 : 2 = 25 \text{ (км/ч)}.$$

2. С какой скоростью ехал 2-й велосипедист?

$$25 - 12 = 13 \text{ (км/ч)}.$$

Итак, скорость второго велосипедиста 13 км/ч.

2. Алгебраический способ. Пусть x — скорость второго велосипедиста. Тогда: $12 \cdot 2 + x \cdot 2 = 50$. Решим уравнение: $24 + 2x = 50$, $2x = 50 - 24$, $2x = 26$, $x = 26 : 2$, $x = 13$ (км/ч). Итак, скорость второго велосипедиста 13 км/ч.

Обратите внимание:

1) при встречном движении скорость сближения равна сумме скоростей участников движения;
2) при движении в противоположных направлениях скорость удаления равна сумме скоростей участников движения;
3) при движении в одном направлении скорость сближения (или удаления) равна разности скоростей участников движения.

Задача 6. Катер прошёл 51 км по течению реки и потратил на это 3 ч. Найдите скорость течения, если собственная скорость катера равна 15 км/ч.

Решение. Составим краткую запись данных задачи в виде таблицы 22.

Таблица 22

Движение	Скорость	Время	Путь
По течению	15 + ?	3 ч	51 км

1. Арифметический способ.

1. Чему равна скорость катера по течению?

$$51 : 3 = 17 \text{ (км/ч)}.$$

2. Чему равна скорость течения реки?

$$17 - 15 = 2 \text{ (км/ч)}.$$

Итак, скорость течения реки 2 км/ч.

2. Алгебраический способ. Пусть x — скорость течения реки. Тогда: $(15 + x) \cdot 3 = 51$. Решим уравнение: $15 + x = 51 : 3$, $15 + x = 17$, $x = 17 - 15$, $x = 2$ (км/ч). Итак, скорость течения реки 2 км/ч.

Обратите внимание:

1) скорость судна по течению реки равна сумме собственной скорости судна и скорости течения реки;
2) скорость судна против течения реки равна разности собственной скорости судна и скорости течения реки.

Узнайте больше



Одним из наиболее известных учебников по математике, по которому учились решать задачи на протяжении двух столетий, является «Арифметика» **Леонтия Филипповича Магницкого** (1669–1739). Этот учебник вышел в 1703 г. тиражом 2400 экземпляров и предназначался для будущих офицеров армии и флота, которые учились в Школе навигационных и математических наук. Книга была написана простым, образным и понятным языком. Изучать по ней математику, при наличии начальных знаний, можно было и самостоятельно. В книге, содержащей более 600 страниц, автор подробно рассмотрел арифметические действия с целыми и дробными числами, дал сведения о денежных расчётах, мерах и весах, привёл много практических задач. Леонтий Филиппович стремился доходчиво разъяснить математические правила и вызвать у учащихся интерес к учёбе. Даже сложные задачи он пытался формулировать так, чтобы они напоминали весёлые истории с замысловатым математическим сюжетом.

ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ

1. Объясните, как решают задачи с помощью арифметического способа.
2. Объясните, как решают задачи с помощью алгебраического способа.
3. Объясните, как решают задачи на стоимость.
4. Объясните, как решают задачи на работу.
5. Объясните, как решают задачи на движение.
6. Объясните, как решают задачи на движение по течению реки; против течения реки.

РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

587°. Решите задачу устно. Серёжа задумал число. Если это число умножить на 8 и к произведению прибавить 10, то получится 34. Какое число задумал Серёжа?

588°. Найдите цену конфет, если:
1) за 2 кг заплатили 40 грн;
2) за 3 кг заплатили 36 грн;
3) за 4 кг заплатили 100 грн.

589°. Найдите производительность труда токаря, если:
1) за 2 ч он вытачивает 8 деталей;
2) за 4 ч он вытачивает 40 деталей;
3) за 2 дня он вытачивает 60 деталей.

590°. Найдите скорость движения автобуса, если:
1) за 1 ч он проезжает 60 км;
2) за 2 ч он проезжает 130 км;
3) за 6 ч он проезжает 240 км.

591°. Найдите скорость движения лодки по течению реки и против течения, если:
1) собственная скорость лодки 12 км/ч, а скорость течения — 4 км/ч;
2) собственная скорость лодки 14 км/ч, а скорость течения — 5 км/ч;
3) собственная скорость лодки 15 км/ч, а скорость течения — 2 км/ч.

592°. Составьте уравнение к задаче.
1) В корзину с яблоками положили 8 яблок и там их стало 19. Сколько яблок было в корзине сначала?

2) Из корзины с яблоками взяли 7 яблок и там их осталось 12. Сколько яблок было в корзине сначала?

3) В корзину с яблоками положили яблок в 2 раза больше, чем их было изначально. В корзине стало 18 яблок. Сколько яблок было в корзине сначала?

4) В корзину с яблоками положили на 3 яблока меньше, чем их было изначально. В корзине стало 19 яблок. Сколько яблок было в корзине сначала?

593 По таблицам 23—24 составьте уравнения.

Таблица 23

Полка	Количество книг	Вместе
1	x	36
2	$2x$	

Таблица 24

Корзина	Количество яблок	Сравнение
1	$3x$	на 8 >
2	x	

594 По рисункам 146—147 составьте уравнения.

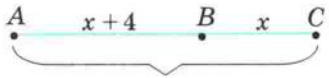


Рис. 146

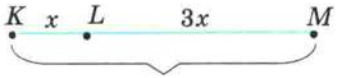


Рис. 147

595 Ученики 5-Б класса решали алгебраическим способом задачу: «Маша задумала число. Если к этому числу прибавить 12, а результат умножить на 3, то получим 63. Какое число задумала Маша?» Тарас составил уравнение $x + 12 \cdot 3 = 63$, а Петя $(x + 12) \cdot 3 = 63$. Кто из мальчиков составил уравнение верно? Ответ объясните.

596 Из задуманного числа вычли 16, разность умножили на 7, к результату прибавили 40 и получили число 103. Какое число задумали?

597 Задуманное число умножили на 4, к произведению прибавили 18, сумму разделили на 3 и получили число 22. Какое число задумали?

598 Найдите два последовательных числа, сумма которых равна 283.

599 Одно из чисел в 5 раз больше, чем другое. Найдите эти числа, если их сумма равна 366.

ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ

1. Объясните, как решают задачи с помощью арифметического способа.
2. Объясните, как решают задачи с помощью алгебраического способа.
3. Объясните, как решают задачи на стоимость.
4. Объясните, как решают задачи на работу.
5. Объясните, как решают задачи на движение.
6. Объясните, как решают задачи на движение по течению реки; против течения реки.

РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

587 . Решите задачу устно. Серёжа задумал число. Если это число умножить на 8 и к произведению прибавить 10, то получится 34. Какое число задумал Серёжа?

588 . Найдите цену конфет, если:
1) за 2 кг заплатили 40 грн;
2) за 3 кг заплатили 36 грн;
3) за 4 кг заплатили 100 грн.

589 . Найдите производительность труда токаря, если:
1) за 2 ч он вытачивает 8 деталей;
2) за 4 ч он вытачивает 40 деталей;
3) за 2 дня он вытачивает 60 деталей.

590 . Найдите скорость движения автобуса, если:
1) за 1 ч он проезжает 60 км;
2) за 2 ч он проезжает 130 км;
3) за 6 ч он проезжает 240 км.

591 . Найдите скорость движения лодки по течению реки и против течения, если:
1) собственная скорость лодки 12 км/ч, а скорость течения — 4 км/ч;
2) собственная скорость лодки 14 км/ч, а скорость течения — 5 км/ч;
3) собственная скорость лодки 15 км/ч, а скорость течения — 2 км/ч.

592 . Составьте уравнение к задаче.
1) В корзину с яблоками положили 8 яблок и там их стало 19. Сколько яблок было в корзине сначала?

2) Из корзины с яблоками взяли 7 яблок и там их осталось 12. Сколько яблок было в корзине сначала?

3) В корзину с яблоками положили яблок в 2 раза больше, чем их было изначально. В корзине стало 18 яблок. Сколько яблок было в корзине сначала?

4) В корзину с яблоками положили на 3 яблока меньше, чем их было изначально. В корзине стало 19 яблок. Сколько яблок было в корзине сначала?

593 . По таблицам 23—24 составьте уравнения.

Таблица 23

Полка	Количество книг	Вместе
1	x	36
2	$2x$	

Таблица 24

Корзина	Количество яблок	Сравнение
1	$3x$	на 8 >
2	x	

594 . По рисункам 146—147 составьте уравнения.

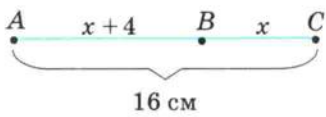


Рис. 146

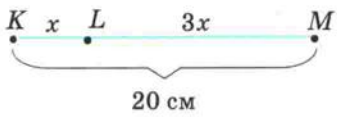


Рис. 147

595 . Ученики 5-Б класса решали алгебраическим способом задачу: «Маша задумала число. Если к этому числу прибавить 12, а результат умножить на 3, то получим 63. Какое число задумала Маша?» Тарас составил уравнение $x + 12 \cdot 3 = 63$, а Петя $(x + 12) \cdot 3 = 63$. Кто из мальчиков составил уравнение верно? Ответ объясните.

596 . Из задуманного числа вычли 16, разность умножили на 7, к результату прибавили 40 и получили число 103. Какое число задумали?

597 . Задуманное число умножили на 4, к произведению прибавили 18, сумму разделили на 3 и получили число 22. Какое число задумали?

598 . Найдите два последовательных числа, сумма которых равна 283.

599 . Одно из чисел в 5 раз больше, чем другое. Найдите эти числа, если их сумма равна 366.

600°. Сумма двух чисел равна 167. Одно из чисел на 27 больше другого. Найдите эти числа.

601°. Одно из чисел в 7 раз меньше другого. Найдите эти числа, если их сумма равна 224.

602°. Разность двух чисел равна 189. Найдите эти числа, если одно з них в 10 раз меньше другого.

603°. Одно из чисел в 12 раз больше другого. Найдите эти числа, если их разность равна 132.

604°. Найдите четыре последовательных натуральных числа, если их сумма равна 306.

605. Турист прошёл за четыре дня 92 км, причём в каждый последующий день он проходил на 2 км меньше, чем в предыдущий. Сколько километров турист прошёл в последний день?

606°. Найдите три последовательных натуральных числа, если их сумма равна 210.

607°. Сумма трёх натуральных чисел равна 825. Найдите эти числа, если первое из них — наибольшее двузначное число, а второе — в 5 раз больше третьего числа.

608°. В трёх пятых классах учатся 103 ученика. В 5-А классе на 6 учеников больше, чем в 5-Б классе, и на 1-го учащегося меньше, чем в 5-В классе. Сколько школьников учится в каждом классе?

609°. На трёх полках стоит 96 книг. На второй полке книг в 3 раза больше, чем на первой, а на третьей полке — на 2 книги меньше, чем на второй. Сколько книг стоит на каждой полке?

610°. За 5 тетрадей и 3 ручки заплатили 17 грн 50 к. Сколько стоит тетрадь и сколько стоит ручка, если тетрадь дешевле ручки на 50 к.?

611°. Купили 3 кг печенья и 2 кг конфет и заплатили за покупку 95 грн. Сколько стоит килограмм печенья и сколько стоит килограмм конфет, если конфеты дороже печенья на 10 грн?

612°. В фруктовом саду нужно посадить 12 деревьев. Один работник может выполнить задание за 6 ч. Найдите время, необходимое для выполнения этого задания вторым работником, если за час он сажает на 1 дерево больше, чем первый работник.

613°. На фабрике нужно пошить 60 платьев. Одна мастерица может выполнить это задание за 20 дней. За сколько дней

сможет выполнить это задание вторая мастерица, если за день она шьёт на 1 платье больше, чем первая?

614°. Два автомобиля выехали одновременно навстречу друг другу из двух пунктов, расстояние между которыми равно 260 км, и встретились через 2 ч. Найдите скорость каждого автомобиля, если скорость одного из них на 10 км/ч больше скорости второго.

615°. Расстояние между пунктами A и B равно 435 км. Одновременно навстречу друг другу из этих пунктов выехали два автомобиля и встретились через 3 ч. Найдите скорость каждого автомобиля, если скорость одного из них на 5 км/ч меньше скорости второго.

616°. Автомобили выехали одновременно из пункта A в противоположных направлениях. Скорость первого автомобиля была 70 км/ч, а второго — на 10 км/ч меньше, чем первого. На каком расстоянии друг от друга будут находиться автомобили через 2 ч после выезда?

617°. Два автобуса одновременно и в противоположных направлениях выехали из сёл, расстояние между которыми составляет 30 км. Первый автобус ехал со скоростью 60 км/ч, а второй — со скоростью, на 10 км/ч большей, чем первый автобус. На каком расстоянии друг от друга будут находиться автобусы через 3 ч после выезда?

618°. Расстояние между двумя пристанями 48 км. Скорость течения реки 4 км/ч. Какое время затратит катер, собственная скорость которого 12 км/ч, на путь от одной пристани до другой: 1) по течению; 2) против течения?

619°. Катер курсирует по реке между двумя городами, расстояние между которыми 63 км. Собственная скорость катера 15 км/ч, а скорость течения — 6 км/ч. Какое время затратит катер на один рейс туда и обратно?

620. Сумма двух чисел равна 246, а разность — 32. Найдите эти числа.

621. Число 1086 нужно представить в виде суммы трёх слагаемых так, чтобы первое слагаемое было на 267 больше второго, а третье — равно сумме первых двух. Найдите эти слагаемые.

622. Сумма трёх чисел равна 92. Разность первого и второго равна 5, а разность второго и третьего равна 18. Найдите эти числа.

623. Сумма двух чисел равна 10. Если одно число увеличить в 4 раза, а второе — в 2 раза, то сумма новых чисел будет равна 28. Найдите эти числа.

624. Сумма четырёх чисел равна 136. Второе число на 8 больше первого, третье — на 4 больше второго, и четвёртое — на 24 больше третьего. Найдите эти числа.

625. Найдите два числа, сумма которых 450, а частное 8.

626. Найдите два числа, сумма которых 150, а частное 4.

627. Ученик умножил некоторое число отдельно на 8 и на 12. Потом прибавил полученные произведения и получил 500. Найдите это число.

628. Мама купила 6 кг конфет двух видов по цене 18 грн и 15 грн. Сколько килограммов конфет каждого вида купила мама, если покупка стоит 96 грн?

629. Купили 20 тетрадей в линейку стоимостью 3 грн и в клетку — стоимостью 2 грн. Сколько купили тетрадей в линейку и сколько в клетку, если за покупку заплатили 45 грн?

630. По плану рабочий должен сделать 96 деталей за 12 дней. Однако он ежедневно делал на 4 детали больше. На сколько дней раньше рабочий сможет выполнить план?

631. За 15 дней портниха должна сшить 30 костюмов. Однако ежедневно она шила на 1 костюм больше. На сколько дней раньше портниха выполнила задание?

632. Из города выехал мотоциклист со скоростью 40 км/ч. Через 2 ч в том же направлении из города выехал автомобиль со скоростью 80 км/ч. Через сколько времени после выезда автомобиль догонит мотоциклиста? На каком расстоянии от города это произойдет?

633. Два велосипедиста одновременно и в одном направлении выехали из двух посёлков. Расстояние между ними 30 км. Скорость первого 12 км/ч, а второго — на 2 км/ч больше. Какое расстояние будет между ними через 2 ч после выезда?

634. Из посёлка вышел турист со скоростью 4 км/ч. Через 1 ч вслед за ним выехал велосипедист со скоростью, большей в 2 раза. За сколько часов велосипедист догонит туриста?

635. Расстояние между двумя пристанями 72 км. Катер преодолевает это расстояние по течению реки за 6 ч, а против течения — за 9 ч. Найдите скорость течения реки и собственную скорость катера.

636. Расстояние между двумя пристанями 60 км. Моторная лодка преодолевает это расстояние по течению реки за 3 ч, а против течения — за 6 ч. Найдите собственную скорость лодки и скорость течения реки.

637. На прямой даны три точки A, B и C. Отрезок AB вдвое длиннее, чем отрезок BC. Найдите длины отрезков AB и BC, если отрезок $AC = 12$ см. Сколько решений имеет задача?

638. Одна сторона прямоугольника втрое больше второй его стороны. Найдите стороны прямоугольника, если его периметр равен 64 см.

639. Периметр прямоугольника равен 80 см. Найдите стороны прямоугольника, если одна сторона на 4 см больше второй.

640. Боковая сторона равнобедренного треугольника в 2 раза больше основания, а его периметр равен 55 см. Найдите стороны треугольника.

641. Основание равнобедренного треугольника на 10 см меньше боковой стороны, а его периметр равен 44 см. Найдите стороны треугольника.

642. Костя спросил у отца: «Который час?». Отец ответил: «Посчитай: до конца суток осталось втрое меньше времени, чем прошло от их начала». Который сейчас час?

643. Через 18 лет Петя станет в 3 раза старше, чем теперь. Сколько лет Пете сейчас?

644. Тарас поздравил Лесю с днём рождения. Его спросили, сколько лет Лесе. Тарас ответил так: «Через три года Леся будет вдвое старше, чем три года назад». Сколько лет Лесе сейчас?

645. *Старинная задача.* Ученик на вопрос, сколько ему лет, ответил: «Я в три раза младше матери и в четыре раза младше отца. Если к сумме наших лет, вместе взятых, прибавить 12 лет, то получится ровно 100 лет». Сколько лет ученику, его матери и отцу?

646. Дочь на 4 года младше сына и в 4 раза моложе мамы, а сын в 4 раза моложе отца. Сколько лет каждому, если им всем вместе 100 лет?

647. В двух комнатах — 76 человек. Когда из первой комнаты вышли 30, а из второй — 40 человек, то людей в комнатах осталось поровну. По сколько человек было в комнатах сначала?

648. На двух полках стоит 106 книг. Если с одной из них снять 18 книг, то на обеих полках книг станет поровну. Сколько книг стоит на каждой полке?

649*. *Старинная задача.* Помещик, рассчитывая на то, что корова в четыре раза дороже собаки, а лошадь в четыре раза дороже коровы, взял 200 рублей, когда поехал на базар. На эти деньги он купил собаку, две коровы и лошадь. Сколько стоит каждое животное?

650*. Таня посчитала, что если она даст своим гостям по 4 пирожка, то 3 пирожка останется, а если она даст всем по 5 пирожков, то 3 пирожков не хватит. Сколько гостей пригласила Таня?

651*. Петя и Коля играли в шашки. Петя задумался над своим ходом, а Коля тем временем посчитал, что на доске (64 клетки) пустых клеток втрое больше, чем занятых, и что у него на 2 шашки больше, чем у Пети. Сколько шашек было у каждого мальчика в тот момент?

652*. *Старинная задача.* Дедушка говорит внукам: «Вот вам 130 орехов. Разделите их на две части так, чтобы меньшая часть, увеличенная в 4 раза, была равна большей части, уменьшенной в 3 раза». Как разделить орехи?

653*. *Старинная задача.* Отец разделил орехи поровну между пятью сыновьями. Трое из сыновей съели по 5 орехов и увидели, что у них осталось столько же орехов, сколько получили два других сына. Сколько орехов раздал отец?

654*. На школьной олимпиаде по математике были предложены для решения 7 задач. За каждую задачу, решённую правильно, насчитывали 5 баллов, а за каждую задачу, решённую неправильно, снимали 3 балла. Сколько задач правильно решил Саша, если он получил на олимпиаде 19 баллов?

655*. Одна хозяйка приобрела на рынке 3 кг помидоров по цене a грн / кг и 2 кг огурцов по цене b грн / кг. Вторая хозяйка заплатила за 6 кг картофеля столько же денег, сколько первая за всю покупку. Составьте выражение для нахождения стоимости одного килограмма картофеля.

656*. Велосипедист едет со скоростью a м/мин. Навстречу ему движется автобус. Через 1 мин расстояние между ними уменьшилось на b м. Составьте выражение для нахождения скорости автобуса.

657*. Из посёлка одновременно в одном направлении выехали два всадника. Через 30 мин расстояние между ними составляло m м. Скорость всадника, ехавшего быстрее, n м/мин. Составьте выражение для нахождения скорости второго всадника.

658*. Катер шёл 2 ч со скоростью a км/ч, а остальное время — со скоростью b км/ч. Составьте выражение для нахождения времени, которое катер был в пути, если он прошёл расстояние c км.

ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

659. Составьте и решите задачу о своем возрасте и возрасте других членов своей семьи.

660. Составьте и решите задачу о количестве мальчиков и девочек в вашем классе.

661. Составьте и решите задачу о покупке печенья и конфет, если килограмм печенья стоит 15 грн, а килограмм конфет — 32 грн.

662. Составьте и решите задачу о покупке канцелярских товаров, нужных вам для школы.

ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

663. Вычислите устно:

1) $19 + 21$; $42 + 58$; $22 + 48$; $75 - 25$; $100 - 36$;

2) $10 \cdot 9$; $3 \cdot 12$; $16 \cdot 4$; $81 : 3$; $55 : 5$;

3) $12 \cdot 2 \cdot 5$; $4 \cdot 7 \cdot 25$; $128 : 4 \cdot 0$; $34 \cdot 8 \cdot 125$; $24 \cdot 2 \cdot 50$.

664. Составьте алгоритм выполнения действий, постройте схему вычисления и найдите значение выражения:
1) $(424 - 25 \cdot 12) - 156 : 4$; 2) $360 : 15 + 5 \cdot (500 - 34 \cdot 12)$.

665. Начертите координатный луч. За единичный отрезок примите длину одной тетрадной клеточки. Отметьте на этом луче точки A (0), B (4), C (2), D (12), K (7), E (12).

666. Найдите расстояние между точками: 1) A (23) и B (28); 2) C (31) и D (41); 3) M (55) и N (77).

667. Луч OK — биссектриса угла AOB. Найдите градусную меру угла AOK, если $\angle AOB = 62°$.

668. Луч OB — внутренний луч угла AOC. Найдите градусную меру угла AOC, если $\angle AOB = 42°$ и $\angle BOC = 85°$.

ПРОВЕРЬТЕ, КАК УСВОИЛИ МАТЕРИАЛ

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Назовите компоненты действия умножения.
2. Как называется результат действия умножения?
3. Сформулируйте и запишите переместительный закон умножения.
4. Сформулируйте и запишите сочетательный закон умножения.
5. Объясните, что можно найти (какие задачи можно решать) при помощи действия умножения.
6. Сформулируйте и запишите распределительный закон умножения относительно сложения.
7. Назовите компоненты действия деления.
8. Как называется результат действия деления?
9. Объясните, что можно найти (какие задачи можно решать) при помощи действия деления.
10. Объясните, как выполняют деление с остатком.
11. Запишите формулу для нахождения делимого.
12. Как найти делимое по неполному частному, делителю и остатку?
13. В каком порядке нужно выполнять действия в числовом выражении, содержащем только сложение и вычитание?
14. В каком порядке нужно выполнять действия в числовом выражении, содержащем только умножение и деление?
15. В каком порядке нужно выполнять действия в числовом выражении, содержащем все действия?
16. В каком порядке нужно выполнять действия в числовом выражении со скобками?
17. Что такое уравнение?
18. Что называют корнем уравнения?
19. Что значит «решить уравнение»?
20. Как найти неизвестное слагаемое?
21. Как найти неизвестное уменьшаемое? Вычитаемое?
22. Как найти неизвестный множитель?
23. Как найти неизвестное делимое? Делитель?
24. Объясните, как решают задачи при помощи арифметического способа.
25. Объясните, как решают задачи при помощи алгебраического способа.

ПРОВЕРЬТЕ, КАК УСВОИЛИ МАТЕРИАЛ

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

Внимательно прочитайте задачи и найдите среди предложенных ответов верный. Для выполнения тестового задания потребуется 10 — 15 мин.

№ 1

1°. Найдите значение выражения: $33 + 88 : 11 \cdot (27 - 19)$.
А. 34. **Б.** 88. **В.** 97. **Г.** 107.

2°. Килограмм конфет стоит 24 грн, а килограмм печенья – в 2 раза дешевле конфет. Сколько стоит 6 кг печенья?
А. 12 грн. **Б.** 36 грн. **В.** 48 грн. **Г.** 72 грн.

3°. Сколько порций мороженого по 4 грн сможет купить Вася, если у него есть 15 грн?
А. 2. **Б.** 3. **В.** 4. **Г.** 5.

4. Упростите выражение: $6 \cdot (a + 5) + 4 \cdot (a + 8)$.
А. $10a + 13$. **Б.** $23a$. **В.** $10a + 62$. **Г.** $72a$.

5*. Вычислите удобным способом:
$45 \cdot 63 + 13 \cdot 20 + 45 \cdot 37 + 87 \cdot 20$.
А. 65. **Б.** 550. **В.** 650. **Г.** 470.

№ 2

1°. Решите уравнение: $2x - 12 = 36$.
А. 96. **Б.** 48. **В.** 24. **Г.** 12.

2°. Решите уравнение: $144 : (x + 5) = 9$.
А. 21. **Б.** 1291. **В.** 1301. **Г.** 11.

3°. Сумма двух чисел равна 108. Найдите эти числа, если второе число на 8 больше первого.
А. 12 и 96. **Б.** 14 и 94. **В.** 50 и 58. **Г.** 52 и 56.

4. По плану рабочий должен изготовить 72 детали за 9 дней. Но рабочий ежедневно изготавливал на 1 деталь больше. На сколько дней раньше рабочий выполнил план?
А. 8. **Б.** 4. **В.** 2. **Г.** 1.

5*. Из города A в город B выехал автобус со скоростью 60 км/ч, а через 2 ч в том же направлении выехал автомобиль. Через какое время после выезда автомобиль догонит автобус, если за час он проезжает на 30 км больше, чем автобус?
А. 4 ч. **Б.** 5 ч. **В.** 6 ч. **Г.** 8 ч.

ГЛАВА 4

СТЕПЕНЬ НАТУРАЛЬНОГО ЧИСЛА С НАТУРАЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ. ПЛОЩАДИ И ОБЪЁМЫ ФИГУР

Вы узнаете:

- что такое степень числа и как она связана с действием умножения;
- о действии возведения в степень и его свойствах;
- что такое квадрат и куб числа;
- каков порядок выполнения действий в выражениях, содержащих степени;
- о многоугольнике и его видах;
- как вычислять площадь прямоугольника и квадрата;
- что такое прямоугольный параллелепипед, куб, пирамида;
- как вычислять объём прямоугольного параллелепипеда и куба;
- что такое комбинаторная задача и как её решать;
- как применять изученный материал на практике



§ 18. СТЕПЕНЬ ЧИСЛА

Вы уже знаете, что сумму нескольких равных слагаемых можно найти при помощи действия умножения. Например:

$$\underbrace{4+4+4+4+4+4+4+4+4+4}_{10\text{ слагаемых}}=4\cdot 10.$$

О таком числовом равенстве говорят, что сумму равных слагаемых *свернули* в произведение. И наоборот, если читать это равенство справа налево, выходит, что произведение $4\cdot 10$ *развернули* в сумму равных слагаемых.

? Можно ли свёрнуто записать произведение нескольких равных множителей, например, $4\cdot 4\cdot 4\cdot 4\cdot 4\cdot 4\cdot 4\cdot 4\cdot 4\cdot 4$? Да. Для этого используют специальное выражение 4^{10}, которое называют *степенью*.

? Выражение 4^{10} читают так: «четыре в десятой степени» или «десятая степень числа 4».

В выражении 4^{10} число 4 называют *основанием степени* — она показывает, какое число множили само на себя. Число 10 называют *показателем степени* — он показывает, сколько равных множителей было в произведении. Итак, произведение равных множителей можно свернуть в степень:

$$\underbrace{4\cdot 4\cdot 4\cdot 4\cdot 4\cdot 4\cdot 4\cdot 4\cdot 4\cdot 4}_{10\text{ множителей}}=4^{10}.$$

Действие, с помощью которого произведение равных множителей сворачивают в степень, называют *возведением в степень*. Это — пятое арифметическое действие.

Запомните!

Возвести число a в степень n — значит найти произведение n множителей, каждый из которых равен a.

$$a^n=\underbrace{a\cdot a\cdot\ldots\cdot a}_{n\text{ множителей}}.$$

Задача 1. Сравните значения степеней 4^{10} и 10^4.

Решение. Возведём число 4 в степень 10:
$4^{10} = 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 = 1\,048\,576$.
Возведём число 10 в степень 4: $10^4 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10\,000$.
Поскольку $1\,048\,576 > 10\,000$, то $4^{10} > 10^4$.

Обратите внимание:

значение степени может измениться, если поменять местами основание степени и её показатель.

? Существует ли степень, значение которой не изменится, если её основание и показатель поменять местами? Да. Например, 3^3, 25^{25}, 428^{428}.

Если основание степени равно 1, то значение степени при любом натуральном n равно 1:

$$\mathbf{1^n = 1.}$$

Например, $1^2 = 1$, $1^{25} = 1$, $1^{257} = 1$.

Если показатель степени равен 1, то значение степени при любом натуральном a равно a:

$$\boldsymbol{a^1 = a.}$$

Например, $2^1 = 2$, $25^1 = 25$, $257^1 = 257$.

Новое арифметическое действие — возведение в степень — вносит изменения в порядок выполнения действий. Это действие *третьей ступени*, потому его выполняют первым.

Задача 2. Найдите значение выражения $3^6 + 2 \cdot 13^2 - 8 : 4$.

Решение. Определим порядок выполнения действий в данном выражении:

$$\overset{1}{3^6} + \overset{5}{2} \cdot \overset{3}{13^2} - \overset{2}{8} : \overset{6}{4}.$$

Теперь выполним действия в этом порядке:
$3^6 + 2 \cdot 13^2 - 8 : 4 = 729 + 2 \cdot 169 - 8 : 4 = 729 + 338 - 2 = 1065$.

Обратите внимание:

в выражениях, содержащих степени, сначала выполняют возведение в степень, а затем умножение и деление, сложение и вычитание.

Особыми считают вторую и третью степени числа. Для них даже придумали имена: вторую степень называют *квадратом числа*, а третью степень — *кубом* этого *числа*.

Степень a^2 читают так: «a в квадрате», а степень a^3 — «a в кубе».

Для упрощения вычислений важно запомнить квадраты и кубы однозначных чисел. Соответствующая таблица находится на форзаце учебника.



Узнайте больше

Существует интересная закономерность, связывающая квадрат натурального числа и квадрат предыдущего натурального числа. Посмотрите на рисунок 148. Вы видите, как с помощью квадратиков с красными и чёрными кружочками можно сделать наглядными числовые равенства:

$2^2 = 1 + 3$, $3^2 = 1 + 3 + 5$, $4^2 = 1 + 3 + 5 + 7$ и т. д.

Отсюда:

$2^2 = 1^2 + 3$, $3^2 = 2^2 + 5$, $4^2 = 3^2 + 7$.

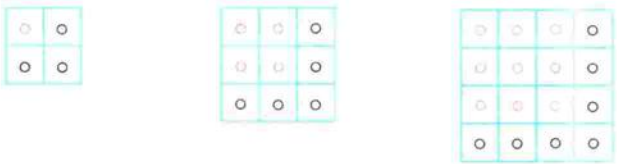


Рис. 148

ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ

1. Что такое степень числа? Основание степени? Показатель степени?
2. Что значит возвести число a в степень n?
3. Чему равно 1 в степени n?
4. Чему равно a в степени 1?
5. Какой порядок выполнения действий в выражении, содержащем степени?
6. Что называется квадратом числа? Приведите примеры.
7. Что называется кубом числа? Приведите примеры.

РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

669°. Прочитайте выражение: 1) 2^2; 2) 2^5; 3) 3^2; 4) 4^3; 5) 67^4; 6) 100^2. Назовите основание и показатель степени. Что они показывают?

670°. Сколько раз взято множителем число 5, если получили степень:
1) 5^2; 2) 5^5; 3) 5^{45}; 4) 5^n; 5) 5^m?

671°. Какой степени числа 2 равно произведение:
1) $2 \cdot 2 \cdot 2$; 3) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$;
2) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$; 4) 2?

672°. Какими данными нужно дополнить клеточки в таблице 25?

Таблица 25

Степень	2^2		7^8		5^3		4^4			
Основание степени		5		34		1		9	2	9
Показатель степени		6		3		100		2	9	9

673°. Верно ли определён порядок действий в выражении:
1) $4^3 + 9$; 2) $23 - 2^3$; 3) $5 \cdot 3^2 \cdot 7$; 4) $8^2 : 4$?

674°. Запишите в виде степени:
1) три в квадрате; 2) шестнадцать в кубе.

675°. Какое из равенств верное:
1) $5 + 5 + 5 = 5^3$; 2) $5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^3$; 3) $5 \cdot 3 = 5^3$?

676°. Запишите в виде степени:
1) $37 \cdot 37 \cdot 37 \cdot 37 \cdot 37 \cdot 37$; 3) $m \cdot m \cdot m$;
2) $24 \cdot 24 \cdot 24 \cdot 24 \cdot 24 \cdot 24 \cdot 24$; 4) $n \cdot n \cdot n \cdot n \cdot n \cdot n \cdot n \cdot n \cdot n$.

677°. Запишите в виде произведения:
1) 27^5; 2) 539^4; 3) m^6; 4) n^{12}.

678°. По данным таблицы 26 найдите значение степени с основанием 10. Какая прослеживается закономерность?

Таблица 26

Степень	10^1	10^2	10^3	10^4	10^5	10^6	10^7	10^8	10^9	10^{10}
Значение степени										

679°. Сравните значения выражений:
1) $3 + 3 + 3$ и $3 \cdot 3 \cdot 3$; 2) $3 \cdot 2$ и 3^2.

680°. Поставьте знаки «<», «>» или «=» между выражениями:
1) 2^3 и 3^2; 3) 1^2 и 1^3; 5) 23^1 и 32^1; 7) 2^6 и 134;
2) 2^5 и 5^2; 4) 1^{23} и 1^{32}; 6) 123^1 и 132^1; 8) 80 и 3^4.

681°. Вычислите:
1) $11^1 \cdot 1^{11}$; 2) $5^4 + 75$; 3) $12^2 : 6$; 4) $2^3 \cdot 5^2$.

682°. Вычислите:
1) $350 - 6^2 \cdot 3$; 3) $(350 - 6)^2 \cdot 3$;
2) $(350 - 6^2) \cdot 3$; 4) $350 - (6 \cdot 3)^2$.

683°. Определите порядок действий в выражении:
1) $2^6 + 2 \cdot 5^2 \cdot 7$; 2) $(2^6 + 2) \cdot 5^2 \cdot 7$; 3) $34^2 + 5^2 \cdot 3^2 \cdot 7$.

684°. Найдите a^2, если a равно: 1) 12; 2) 25; 3) 100.

685°. Найдите m^3, если m равно: 1) 8; 2) 15; 3) 100.

686°. По данным таблицы 27 найдите квадраты и кубы числа a. Запомните полученные значения.

Таблица 27

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a^2										
a^3										

687°. Какое число в квадрате равно: 1) 100; 2) 64; 3) 49?

688°. Какое число в кубе равно: 1) 8; 2) 125; 3) 64?

689°. Запишите в виде выражения:
1) сумма квадрата числа 3 и числа 6;
2) разность куба числа 5 и числа 100.

690°. Решите уравнение:
1) $2^4 - x = 10$; 3) $5^4 + x = 625$;
2) $300 - x = 6^3$; 4) $4x = 8^2$.

691. Запишите выражение в виде степени с основанием 2:
1) $8 \cdot 4$; 2) $2 \cdot 4 \cdot 16$; 3) $32 \cdot 2 \cdot 64$.

692. Запишите выражение в виде степени:
1) $9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$; 2) $25 \cdot 25 \cdot 125 \cdot 125 \cdot 125 \cdot 25$.

693. Запишите выражение в виде произведения и вычислите его значение:
1) $3^1 \cdot 3^2$; 2) $6^3 \cdot 6^2$; 3) $5^2 \cdot 5^2$.

694. Запишите в виде степени выражение:
1) $2^6 \cdot 2^4$; 2) $8^8 \cdot 8^2$; 3) $a^2 \cdot a^8$; 4) $p^3 \cdot p^{27}$.

695. Вычислите:

1) $2 \cdot 5^4 + 12 \cdot 6^3 + 12 \cdot 3^2$;
2) $(2 \cdot 5^4 - 2) : 2^3$;
3) $15^2 : (6^3 + 3^2)$;
4) $(2^3 \cdot 3^3) : (2^2 \cdot 3^2)$.

696. Вычислите:

1) $5^4 - 2^2 \cdot 6 + 4^3$;
2) $(5^4 - 2^2 \cdot 6) + 4^3$;
3) $(5^4 - 2^2) \cdot 6 + 4^3$;
4) $5^4 - 2^2 \cdot (6 + 4^3)$.

697. Найдите значение выражения $a + b^2$, если $b = 8$, а a равно:

1) 1; 2) 6; 3) 100.

698. Найдите значение выражения $(a + b)^2$, если $a = 2$, а b равно:

1) 12; 2) 5; 3) 10.

699. Найдите значение выражения $a^2 + b^2$, если $a = 2$, а b равно:

1) 12; 2) 5; 3) 10.

700. Найдите:

1) куб суммы квадратов чисел 3 и 4;
2) квадрат разности кубов чисел 6 и 5.

701. Решите уравнение:

1) $2^3 \cdot x = 6^4$; 2) $3^2 + x = 2^5$; 3) $2^7 - x = 5^3$.

702. Число 7065 можно записать как сумму разрядных слагаемых: $7065 = 7 \cdot 1000 + 6 \cdot 10 + 5 = 7 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^1 + 5$. Запишите в таком виде число: 1) 4567; 2) 30 003.

703*. Запишите в виде степени:

1) $4 \cdot 27 \cdot 9 \cdot 64 \cdot 3 \cdot 16$;
2) $11 \cdot 11 \cdot 8 \cdot 11 \cdot 11 \cdot 21$.

704*. Решите уравнение:

1) $2^4 \cdot x = 6^3 - 40$;
2) $25\,(2^5 - x) = 5^3$;
3) $(54 - x^2) \cdot 2^3 = 6^3 + 2^4$;
4) $11^2 - x^2 = 10^2 - 2^2 \cdot 5^2$.

705*. Вычислите:

1) $4 \cdot 10^4 + 4 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 4$;
2) $10^5 + 2 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 6$.

Какая закономерность прослеживается?

706*. Найдите сумму чисел:

1) $2 \cdot 10^5 + 3 \cdot 10^4 + 4 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^1 + 7$ и $5 \cdot 10^6 + 9 \cdot 10^4 + 10^2 + 8 \cdot 10^1 + 3$;
2) $4 \cdot 10^5 + 5 \cdot 10^4 + 7 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^1 + 7$ и $5 \cdot 10^6 + 5 \cdot 10^4 + 10^2 + 3$.

707*. Найдите разность куба суммы квадратов чисел 2 и 3 и квадрата суммы кубов этих чисел.

708*. *Задача Аль-Хорезми (Средняя Азия, около 780 г. — 850 г.).* Представьте число 10 в виде двух натуральных слагаемых, сумма квадратов которых равна 58.

ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

709. На первую клеточку шахматной доски положили 2 зёрнышка, на вторую — в 2 раза больше, чем на первую, на третью — в 2 раза больше, чем на вторую и т. д. Сколько зёрнышек будет на: 1) десятой клеточке; 2) последней клеточке? Ответ запишите в виде степени числа 2.

ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

710. Вычислите устно:
1) $125 : 5 + 24 \cdot 2 - 15$; 2) $56 : 7 + 52 + 4 \cdot 15$.

711. Решите уравнение:
1) $(25 - x) \cdot 11 = 169 : (67 - 54) - 458 : 229$;
2) $16x - 34 = 405 : 5 - 153 : 3$.

712. Даша купила 15 тетрадей по 1 грн 30 к. и 4 альбома по 7 грн. Сколько заплатила за покупку Даша?

713. Алёша купил 5 пачек мороженого по 3 грн 50 к. и 6 пачек печенья по 6 грн 25 к. Сколько заплатил за покупку Алексей?

§ 19. ПЛОЩАДЬ ПРЯМОУГОЛЬНИКА И КВАДРАТА

Посмотрите на рисунок 149. Вы видите на столе книгу, тетрадь и пенал. Каждый предмет занимает определённую часть стола, и мы можем сравнить, какой из них занимает больше места, а какой — меньше. Математики сказали бы, что мы сравниваем предметы по площади, которую они занимают на столе.

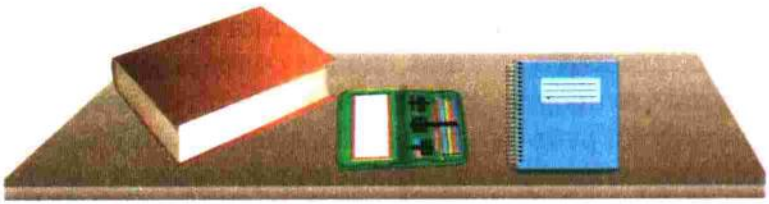


Рис. 149



Рис. 150

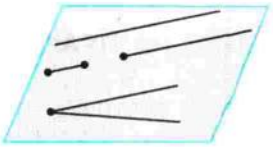


Рис. 151

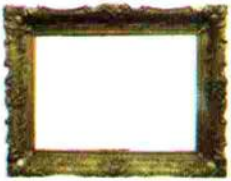




Рис. 152

Столешница даёт представление о такой геометрической фигуре, как *плоскость* (рис. 150). Эта фигура безгранична. Все геометрические фигуры, которые вы изучали, можно разместить на плоскости (рис. 151).

Вы знаете, что книга, тетрадь и пенал (см. рис. 149) имеют форму прямоугольника. Такую же форму имеют и рама для картины, и оконная рама (рис. 152). Однако математики различают такие геометрические фигуры. Прямоугольник, примером которого является книга, тетрадь или пенал, — это часть плоскости (рис. 153), а прямоугольник, который представляют рама для картины или оконная рама, — это линия (рис. 154). Если же в раму вставить картину, а в оконную раму — стекло, то получим примеры прямоугольника как части плоскости.

Запомните!

Прямоугольник вместе с частью плоскости, которую он ограничивает, называется *плоским прямоугольником*.

Для плоского прямоугольника, как и любого другого плоского многоугольника, можно определить не только длины его сторон и периметр, но и площадь. В дальнейшем, если речь будет идти о площади фигуры, будем подразумевать, что это — плоская фигура. А называть её будем кратко — фигура (прямоугольник, квадрат, многоугольник), опуская слово «плоская».



прямоугольник как часть плоскости

Рис. 153



прямоугольник как линия

Рис. 154

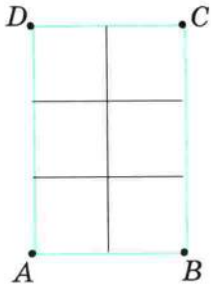


Рис. 155

Единицей измерения площади считают площадь квадрата, сторона которого равна единице длины. Такой квадрат называют *единичным квадратом*. В таблице 28 вы видите единицы длины и соответствующие им единицы площади, которые используют в метрической системе мер.

Таблица 28

Единица длины	1 см	1 мм	1 дм	1 м
Единица площади	1 см^2	1 мм^2	1 дм^2	1 м^2

Запись 1 см^2 читают так: «один квадратный сантиметр».

Определить площадь фигуры значит выяснить, сколько единичных квадратов она вмещает. На рисунке 154 вы видите, что в прямоугольник $ABCD$ со сторонами 2 см и 3 см вмещается 6 единичных квадратов с площадью 1 см^2. Это значит, что площадь прямоугольника $ABCD$ равна 6 см^2.

Записывают: $S = 6$ см^2. Буквой S заменяют слово «площадь».

Площадь прямоугольника зависит от длин его смежных сторон. Действительно, вдоль стороны AB прямоугольника $ABCD$ (рис. 155) вмещается 2 единичных квадрата, а вдоль стороны BC — 3 таких квадрата. Поэтому всего в прямоугольник можно вместить $2 \cdot 3 = 6$ единичных квадратов. Если заменить длины смежных

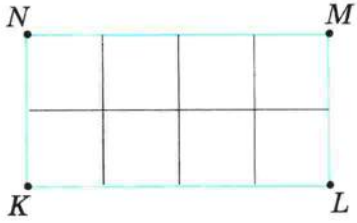


Рис. 156

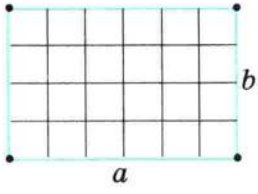


Рис. 157

сторон прямоугольника, то количество единичных квадратов, которые в нём вмещаются, может измениться. Например, увеличив одну из сторон на 2 см и уменьшив вторую на 1 см (рис. 156), получим, что прямоугольник вмещает $4 \cdot 2 = 8$ единичных квадратов.

Вообще, в прямоугольник со сторонами a и b можно вместить ab единичных квадратов (рис. 157). Можем записать *формулу площади прямоугольника*.

Запомните!

Формула площади прямоугольника.

Площадь прямоугольника со сторонами a и b равна произведению этих сторон.

$$S = ab$$

? Можно ли по формуле площади прямоугольника вычислить площадь квадрата? Да, поскольку квадрат — это прямоугольник, у которого все стороны равны (рис. 158). Если сторона квадрата равна a, то его площадь составляет $a \cdot a = a^2$. Итак, получили *формулу площади квадрата*.

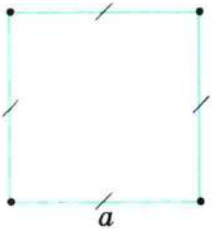


Рис. 158

Запомните!

Формула площади квадрата.

Площадь квадрата со стороной a равна квадрату его стороны.

$$S = a^2$$

Существует ли связь между площадью квадрата и названием второй степени числа? Да. Отсюда и происходит его название — квадрат числа.

Воспользовавшись формулой площади квадрата, получим связь между единицами измерения площади:

$$1\ м^2 = 100\ дм^2 = 10\ 000\ см^2 = 1\ 000\ 000\ мм^2.$$

Задача. Два равных прямоугольника $ABCD$ и $BNKC$ имеют общую сторону BC и образуют квадрат (рис. 159). Найдите площадь каждого прямоугольника и их стороны, если площадь квадрата равна 16 см².

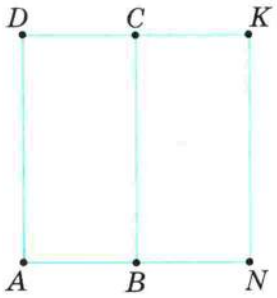


Рис. 159

Решение. У равных прямоугольников равны соответственные стороны, поэтому они имеют равные площади. Следовательно, площадь каждого прямоугольника составляет половину площади данного квадрата и равна: 16 : 2 = 8 (см²). Найдём стороны прямоугольников. Поскольку данные прямоугольники образуют квадрат с площадью 16 (см²), то $AD = AN = 4$ (см). Из равенства прямоугольников следует, что $AB = BN$, то есть $AN = 2\,AB$. Отсюда $AB = AN : 2 = 4 : 2 = 2$ (см). Итак, стороны прямоугольников равны 4 см и 2 см.

Запомните!

1. **Равные фигуры имеют равные площади.**
2. **Площадь фигуры равна сумме площадей её частей.**



Узнайте больше

Для измерения земельных участков используют такие единицы площади, как *ар* и *гектар*. Кратко их обозначают а и га. Термин «ар» происходит от латинского слова *area* (площадь). Другое название ара — сотка, поскольку:

$$1\ а = 100\ м^2.$$

Слово гектар состоит из двух слов: гект (от греческого слова *hekaton*, означающего «сто») и ар. Название подсказывает, что:

$$1\ га = 100\ а = 10\ 000\ м^2.$$

ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ

1. Какой прямоугольник называется плоским?
2. Что такое единичный квадрат?
3. Какими единицами измеряют площадь?
4. Как определить площадь фигуры?
5. Какова формула площади прямоугольника?
6. Запишите формулу площади квадрата.

РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

714. Длина прямоугольника 7 см, а ширина — 5 см. Верно ли, что площадь прямоугольника равна:
1) $7 \cdot 5$ (см^2); 2) $(7+5) \cdot 2$ (см^2)?

715. Длина прямоугольника равна m, а ширина — n. Можно ли по данному выражению найти площадь прямоугольника:
1) $m+n$; 2) $2m+2n$; 3) $2mn$; 4) mn?

716. Сколько квадратов площадью 1 см^2 вмещает прямоугольник, площадь которого равна: 1) 6 см^2; 2) 5 см^2; 3) 10 см^2?

717. Верно ли, что площадь квадрата со стороной 5 см равна:
1) 5^2 (см); 2) $5 \cdot 2$ (см); 3) 5^2 (см^2); 4) $5 \cdot 2$ (см^2)?

718. Запишите 2 дм^2:
1) в квадратных сантиметрах; 2) в квадратных милиметрах.

719. Запишите 650 м^2:
1) в квадратных дециметрах; 2) в квадратных сантиметрах.

720. Выразите в квадратных метрах:
1) 1 000 000 мм^2; 2) 1 км^2; 3) 6 дм^2.

721. Выразите в квадратных сантиметрах:
1) 4 км^2; 2) 1 000 000 мм^2; 3) 25 м^2.

722. Сколько квадратов со стороной 1 см вмещает прямоугольник со сторонами: 1) 4 см и 5 см; 2) 10 см и 2 см?

723. Одна сторона прямоугольника равна 10 см, а вторая — в 3 раза больше. Найдите площадь прямоугольника.

724. Одна сторона прямоугольника равна 9 см, а вторая — на 5 см меньше. Найдите площадь прямоугольника.

725. a, b — стороны прямоугольника, S — его площадь, P — периметр. По данным таблицы 29 найдите неизвестные величины.

Таблица 29

a	4 см	11 м	6 дм	5 м		12 м	
b	9 см	7 м			4 мм		10 км
S				35 м^2	16 мм^2		60 км^2
P			14 дм			34 м	

726 . Найдите площадь квадрата, сторона которого равна:
1) 5 м; 2) 11 см; 3) 100 дм.

727 . Найдите площадь фигуры (рис. 160), если сторона квадрата равна:
1) 3 см; 2) 4 дм.

Рис. 160

728 . Как изменится площадь квадрата, если каждую его сторону:
1) увеличить в 2 раза;
2) уменьшить в 3 раза?

729 . Как изменится сторона квадрата, если его площадь:
1) увеличить в 4 раза; 2) уменьшить в 25 раз?

730 . Найдите площадь фигур, изображённых на рисунках 161—162, если площадь 1 клеточки равна 1 см^2.

731 . Сколько квадратов со стороной 1 см вмещает прямоугольник со сторонами:
1) 30 мм и 4 см; 2) a см и 6 см; 3) a см и b см?

732 . Как изменится площадь прямоугольника, если:
1) одну сторону увеличить в 6 раз, а другую — уменьшить в 6 раз;
2) каждую сторону увеличить в 10 раз?

733 . Одна сторона прямоугольника равна m, а вторая — на n больше. Найдите площадь прямоугольника. Вычислите значение площади, если:
1) $m = 6$ см, $n = 20$ мм; 2) $m = 8$ дм, $n = 4$ см.

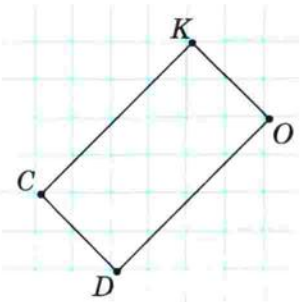


Рис. 161

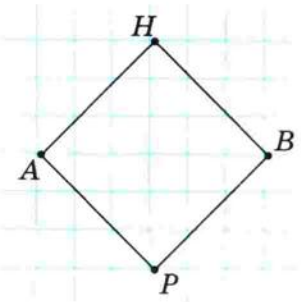


Рис. 162

734. Периметр прямоугольника равен 126 м. Найдите его площадь, если ширина прямоугольника в 6 раз больше его длины.

735. Периметр прямоугольника равен 312 см. Найдите его площадь, если одна сторона прямоугольника в 11 раз меньше другой.

736. Найдите периметр прямоугольника, если его площадь равна 18 см^2, а сторона — 90 мм.

737. Найдите площадь квадрата, если его периметр равен:
1) 64 м; 2) 144 см.

738. Как изменится площадь квадрата, если его периметр уменьшить в 8 раз?

739. Как изменится периметр квадрата, если его площадь уменьшить в 100 раз?

740. Площадь квадрата равна 36 дм^2. Каждую сторону квадрата увеличили на 2 дм. Найдите площадь нового квадрата.

741. Сторону квадрата увеличили на 4 см и получили квадрат, площадь которого равна 196 см^2. Найдите площадь первоначального квадрата.

742. Запишите выражения для нахождения площади фигур, изображённых на рисунках 163—164.

743*. Площадь квадрата равна площади прямоугольника со сторонами 60 мм и 24 см. Чему равна сторона равностороннего треугольника, периметр которого вдвое меньше периметра квадрата?

744*. Квадрат площадью 1 м^2 разбили на квадратики со стороной 1 мм и выставили все эти квадратики в одну линию. Какова длина этой линии?

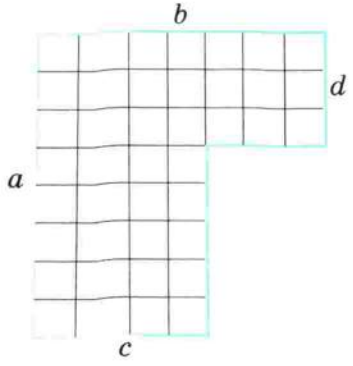


Рис. 163

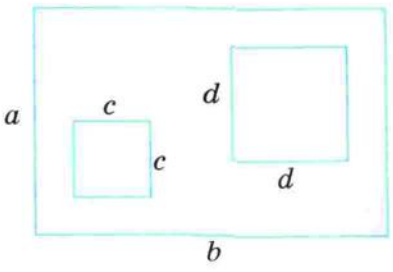


Рис. 164

ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

745. 1 м^2 линолеума стоит 90 грн. Сколько нужно заплатить за линолеум для комнаты у тебя дома?

746. Сколько квадратных метров травяного покрытия потребуется для футбольного поля размером 100 × 75 м?

747. Кафелем размером 20 см x 25 см нужно обложить стену размером 250 см x 4 м. Сколько потребуется кафеля?

748. Площадь дома составляет 68 м^2. Площадь кухни 12 м^2, что в 4 раза больше площади коридора. Площадь детской комнаты равна сумме площадей кухни и коридора. Найдите общую площадь остальных комнат.

ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

749. Решите уравнение:
1) $(25 + 35x) : 15 = 4$; 2) $3x + 2x + 145 = 282 : 3 + 53 \cdot 2$.

750. В классе учится 35 учеников. Девочек на 9 меньше, чем мальчиков. Сколько в классе мальчиков?

751. В классе учится m учеников. Мальчиков на p меньше, чем девочек. Сколько в классе девочек?

§ 20. ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ПАРАЛЕЛЕПИПЕД. КУБ. ПИРАМИДА

Посмотрите на рисунок 165. Вы видите различные предметы, используемые в быту. Все они имеют одну и ту же форму — *прямоугольного параллелепипеда* (рис. 166).



Рис. 165

Рис. 166

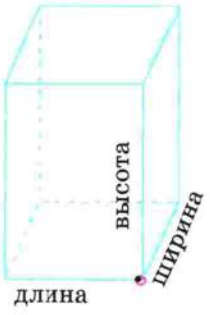


Рис. 167

Прямоугольный параллелепипед является пространственной фигурой. Он имеет три *измерения* — ширину, длину и высоту (рис. 167). Это — длины трёх рёбер параллелепипеда, сходящихся в одной *вершине*. Всего в прямоугольном параллелепипеде 8 вершин и 12 рёбер. Его поверхность образуют 6 прямоугольников, которые называются *гранями* (рис. 168).

Обозначают прямоугольный параллелепипед названиями его вершин, например $ABCDA_1B_1C_1D_1$ (рис. 169).

Противоположные грани прямоугольного параллелепипеда — попарно равные прямоугольники. Например, в прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ на рисунке 169 грань $ABCD$ равна грани $A_1B_1C_1D_1$, грань ABB_1A_1 — грани DCC_1D_1, грань BCC_1B_1 — грани ADD_1A_1. Отсюда следует, что в прямоугольном параллелепипеде по 4 ребра имеют одинаковую длину и таких четвёрок — три. Например, в

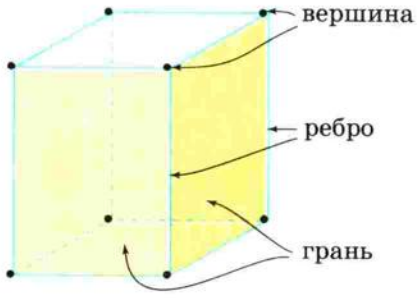


Рис. 168

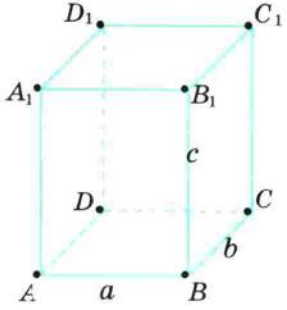


Рис. 169

прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ на рисунке 169 $AB = CD = A_1B_1 = C_1D_1 = a$, $AD = BC = A_1D_1 = B_1C_1 = b$, $AA_1 = BB_1 = CC_1 = DD_1 = c$.

Кратко говорят: прямоугольный параллелепипед с рёбрами a, b и c.

Задача 1. Найдите сумму длин всех рёбер прямоугольного параллелепипеда, если его ширина равна 3 см, высота — на 2 см больше ширины, а длина — на 1 см меньше высоты.

Решение. Обозначим ширину данного прямоугольного параллелепипеда буквой a, длину — буквой b, а высоту — буквой c (рис. 170). Тогда $a = 3$ см, $c = 3 + 2 = 5$ (см), $b = 5 - 1 = 4$ (см). Поскольку у прямоугольного параллелепипеда по 4 ребра каждой длины, то сумма всех рёбер равна: $4a + 4b + 4c = 4(a + b + c) = 4(3 + 4 + 5) = 4 \cdot 12 = 48$ (см).

Запомните!

Сумма длин всех рёбер прямоугольного параллелепипеда с рёбрами a, b и c равна $4(a + b + c)$.

Из начальной школы вы знаете особый вид прямоугольного параллелепипеда — *куб* (рис. 171). У него, так же, как и у прямоугольного параллелепипеда, 8 вершин, 12 рёбер и 6 граней. Но все грани куба — квадраты, следовательно, все его ребра равны. Можно также сказать, что у куба длина, ширина и высота равны, например, a.

Кратко говорят: куб с ребром a.

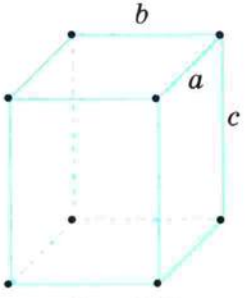


Рис. 170

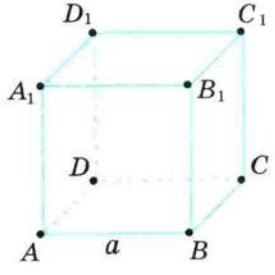


Рис. 171

? Каждый ли прямоугольный параллелепипед является кубом? Нет, поскольку существуют прямоугольные параллелепипеды, ребра которых не равны между собой. Например, прямоугольный параллелепипед на рисунке 169.

Задача 2. Найдите сумму площадей всех граней куба с ребром 3 см.

Решение. Обозначим ребро данного куба буквой a (рис. 172). Тогда $a = 3$ см. Поскольку каждая грань данного куба — квадрат со стороной a, то площадь грани равна a^2. Поскольку у куба 6 граней, то сумма площадей всех его граней равна: $6a^2 = 6 \cdot 3^2 = 6 \cdot 9 = 54$ (см^2).

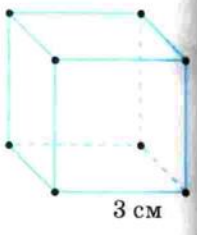


Рис. 172

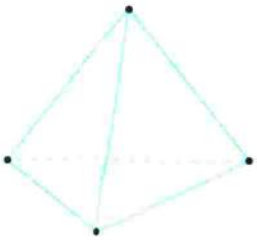
Запомните!

Сумма площадей всех граней куба с ребром a равна $6a^2$.

Посмотрите на рисунок 173. Вы видите объёмный пазл и головоломку Рубика. Эти предметы имеют особую форму — *пирамиды*. Головоломка Рубика является примером *треугольной пирамиды* (рис. 174), а объёмный пазл — *четырёхугольной пирамиды* (рис. 175).

Ограничивают пирамиду её грани. Вы видите, что в треугольной пирамиде все грани являются треугольниками, а в четырёхугольной — не все. Одна грань является четырёхугольником. Вообще, у пирамиды одна грань может быть каким угодно многоугольником. Такая грань называется *основанием пирамиды* (рис. 176). Остальные грани обязательно являются треугольниками. Они назы-


Рис. 173


Рис. 174

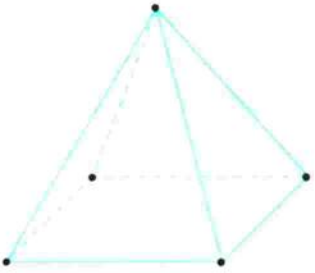


Рис. 175



Рис. 176

ваются *боковыми гранями пирамиды*. Называют пирамиду в зависимости от того, какой многоугольник является её основанием. Если основание — треугольник, пирамида называется треугольной, если четырёхугольник — четырёхугольной, если n-угольник — n-угольной.

Как и грани, вершины пирамиды имеют свои названия. Вершину, в которой сходятся боковые грани пирамиды, называют *вершиной пирамиды* (рис. 177), а остальные вершины — *вершинами* её *основания*. Вершина пирамиды всегда лежит против основания пирамиды. Рассуждая аналогично, получим, что у пирамиды есть *боковые рёбра* и *рёбра основания* (рис. 177). Боковые рёбра, как и боковые грани, сходятся в вершине пирамиды. Они соединяют вершину пирамиды с вершинами основания.

Обозначают пирамиду названиями её вершин, например, $SABCD$ (рис. 178). Первой всегда записывают вершину пирамиды.

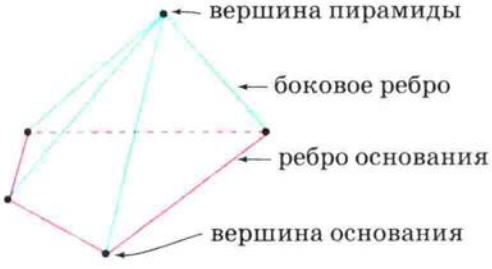


Рис. 177

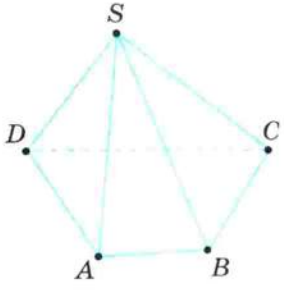


Рис. 178

В отличие от прямоугольного параллелепипеда и куба, количество вершин, рёбер и граней не является одинаковым для всех пирамид, а зависит от вида пирамиды.

Задача 3. Сколько вершин, рёбер и граней у пятиугольной пирамиды $SABCDE$ (рис. 179)?

Решение. Основание данной пирамиды — пятиугольник $ABCDE$. У него 5 вершин и 5 сторон. Чтобы сосчитать количество вершин, нужно к пяти вершинам основания прибавить вершину пирамиды. Получим 6 вершин. Боковые рёбра соединяют вершину пирамиды с вершинами основания. Поэтому боковых рёбер — 5. Чтобы сосчитать количество всех рёбер пирамиды, нужно к боковым рёбрам прибавить рёбра основания. Получим 10 рёбер. Поскольку у основания 5 сторон, то боковых граней также 5. Прибавив грань основания, получим, что у данной пирамиды 6 граней.

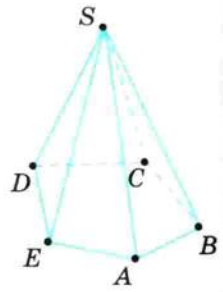


Рис. 179

Узнайте больше

1. Куб имеет и другое название — *гексаэдр*. Древние греки дали кубу такое название по числу граней. «Гекса» значит шесть, «хедра» — грань. Гексаэдр — шестигранник.
2. Египетские пирамиды — архитектурные памятники Древнего Египта, среди которых одно из Семи чудес света — пирамида Хеопса (рис. 180). Пирамиды строились как гробницы для фараонов Древнего Египта.
3. Интересно, что пирамиды-усыпальницы есть и в Украине, на Полтавщине. Они были построены под впечатлением от увиденных пирамид в Египте. На рисунке 181 изображена одна из таких пирамид, находящаяся в Берёзовой Рудке. Её возраст — более ста лет (1898–1899 гг.) Высота пирамиды — 9 м.


Рис. 180


Рис. 181

ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ

1. Объясните, что такое прямоугольный параллелепипед.
2. Что такое измерения прямоугольного параллелепипеда?
3. Какую форму имеют грани прямоугольного параллелепипеда?
4. Чему равна сумма длин всех рёбер прямоугольного параллелепипеда?
5. Объясните, что такое куб.
6. Какую форму имеют грани куба?
7. Чему равна сумма площадей всех граней куба?
8. Объясните, что такое пирамида.
9. Объясните, что такое вершина пирамиды; основание пирамиды; боковые рёбра; рёбра основания.
10. Какую форму имеют боковые грани пирамиды?
11. Какую форму может иметь основание пирамиды?
12. Объясните, от чего зависит название пирамиды.

РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

752 Дан прямоугольный параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$ (рис. 182). Назовите:

1) вершины, рёбра, грани параллелепипеда;
2) рёбра, проходящие через вершину B;
3) грани, проходящие через вершину B.

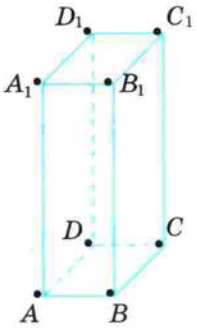


Рис. 182

753 Могут ли рёбра параллелепипеда быть равными:

1) 3 см, 5 см, 6 см, 7 см;
2) 5 см, 5 см, 6 см, 7 см;
3) 3 см, 3 см, 3 см, 3 см?

754 Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$ (рис. 183). Назовите:

1) вершины, рёбра, грани куба;
2) рёбра, проходящие через вершину D_1;
3) грани, проходящие через вершину D_1.

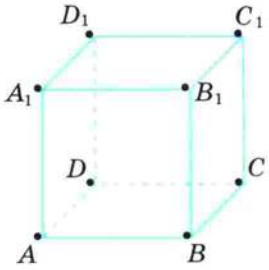


Рис. 183

755 Могут ли рёбра куба быть равными:

1) 5 см, 5 см, 6 см;
2) 6 см, 6 см, 60 мм;
3) 3 см, 3 см, 3 см?

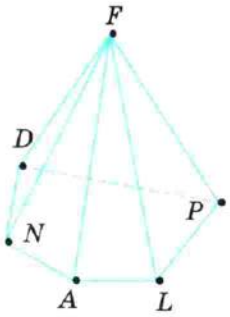


Рис. 184

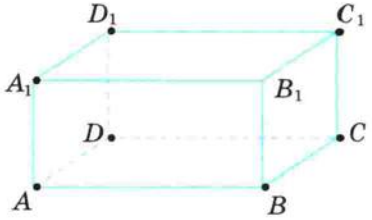


Рис. 185

756°. Какая пирамида изображена на рисунке 184? Назовите:
1) вершину пирамиды;
2) боковые рёбра и рёбра основания пирамиды;
3) боковые грани и основание пирамиды;
4) рёбра, проходящие через вершину пирамиды;
5) грани, проходящие через вершину пирамиды.

757°. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$ (рис. 185). Назовите:
1) рёбра, равные ребру AB;
2) грань, равную грани $ABCD$.

758°. Измерения прямоугольного параллелепипеда n, m и p. По данным таблицы 30 найдите неизвестные величины.

Таблица 30

n	4 см	7 см	8 м	2 м	6 м	10 м
m	6 см	3 см	10 м	8 м	6 м	2 м
p	5 см	3 см	6 м	4 м	4 м	2 м
Сумма длин всех рёбер						

759°. Дан куб. По данным таблицы 31 найдите неизвестные величины.

Таблица 31

Ребро куба	4 см		3 см		6 см	
Сумма длин всех рёбер куба		48 м		60 дм		120 м
Сумма площадей всех граней куба						

760°. Запишите формулу для нахождения суммы длин всех рёбер куба.

761°. Длина ребра первого куба на 5 см больше длины ребра второго куба. На сколько сумма длин всех рёбер первого куба больше суммы длин всех рёбер второго куба?

762°. Длина ребра первого куба в 4 раза меньше длины ребра второго куба. Во сколько раз сумма длин всех рёбер первого куба меньше суммы длин всех рёбер второго куба?

763°. Вычислите сумму длин всех рёбер пирамиды $DABC$, если $DA = DB = DC = 4$ см, $BC = AB = AC = 6$ см.

764°. Вычислите сумму длин всех рёбер пирамиды $PABCD$, если $PA = PB = PC = PD = 17$ см, $BC = AB = CD = AD = 14$ см.

765. Запишите формулу для нахождения суммы площадей всех граней прямоугольного параллелепипеда с рёбрами a, b и c.

766. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Ребро DA равно 8 см, что в 2 раза больше ребра DD_1 и на 10 см меньше ребра DC. Вычислите сумму длин всех рёбер прямоугольного параллелепипеда.

767. Вычислите сумму длин всех рёбер прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, если:
1) $AB + BC + BB_1 = 14$ см; 2) $DA + A_1B_1 + CC_1 = 64$ см.

768. Площади граней $ABCD$ и ABB_1A_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равны 20 м² и 60 м². $CC_1 = 6$ м. Найдите сумму длин всех его рёбер.

769. Периметры граней $ABCD$, ABB_1A_1 и ADD_1A_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равны 20 м, 36 м и 32 м. Найдите сумму длин всех его рёбер.

770. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Ребро DA в 2 раза больше ребра DD_1 и на 11 см меньше ребра DC. Вычислите длины рёбер параллелепипеда, если сумма длин всех его рёбер равна 64 см.

771. Сумма длин рёбер прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равна 80 м. Найдите длины его рёбер, если у него одно из измерений на 3 см больше второго и на 20 см меньше третьего.

772. Вычислите сумму длин всех рёбер куба, если сумма площадей всех его граней равна 216 см².

773. Вычислите сумму площадей всех граней куба, если сумма длин всех его рёбер равна 144 см.

774. Каждое ребро основания n-угольной пирамиды равно c см. Каждое боковое ребро равно a см. Найдите сумму длин всех рёбер пирамиды.

775*. В прямоугольном параллелепипеде длина и ширина равны 8 м и 2 м, а сумма площадей всех его граней — 132 м^2. Найдите сумму длин всех рёбер параллелепипеда.

776*. Измерения прямоугольного бруска, окрашенного в синий цвет, равны12 см, 8 см и 6 см. Этот брусок разрезали на кубики с ребром 2 см. Сколько получили кубиков, у которых окрашены:
1) все грани;
2) три грани;
3) две грани;
4) одна грань?

777*. Вычислите сумму длин рёбер пирамиды $DABC$, если периметры её граней равны 16 м, 20 м, 24 м и 32 м.

ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

778. Для окрашивания кубика с ребром 4 см нужно 1 г краски. Сколько краски потребуется для окрашивания кубика с ребром 12 см?

779. Сколько понадобится метров проволоки, чтобы изготовить каркас прямоугольного параллелепипеда с измерениями 5 м, 6 м и 8 м?

780. Лист бумаги имеет форму прямоугольника размером 210 × 297 мм. Хватит ли одного листа, чтобы оклеить куб с ребром 6 см?

ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

781. Решите уравнение:
1) $250 - (x + 2) : 15 = 242$;
2) $12 \cdot (x + 40) : 4 + 144 = 282$.

782. Мама купила посуду: 6 чашек по 8 грн, 6 тарелок по 10 грн и чайник. Сколько стоит чайник, если за всю покупку мама заплатила 202 грн?

783. Папа купил 2 мяча по m грн, 4 удочки по p грн и палатку. Сколько стоит палатка, если за всю покупку папа заплатил n грн?

§ 21. ОБЪЁМ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА И КУБА

Посмотрите на рисунок 186. Вы видите в комнате шкаф и тумбочку. Каждый предмет занимает определённую часть пространства комнаты и мы можем сравнить, какой из них занимает больше места, а какой меньше. Математики сказали бы, что мы сравниваем предметы по объёму, который они занимают в комнате. Вы знаете, что шкаф и тумбочка имеют форму прямоугольного параллелепипеда. Чтобы найти его объём, нужно выбрать единицу измерения объёма и выяснить, каким образом определять этот объём.

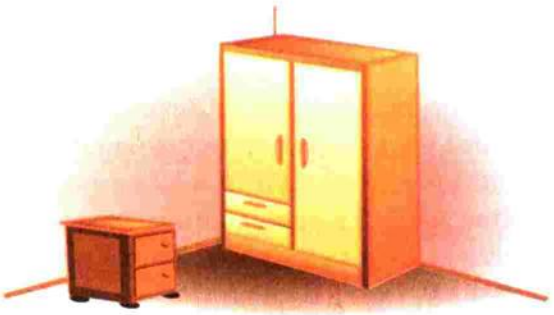


Рис. 186

Единицей измерения объёма считают объём куба, ребро которого равно единице длины. Такой куб называют *единичным кубом*. В таблице 32 вы видите единицы длины и соответствующие им единицы объёма, которыми пользуются в метрической системе мер.

Таблица 32

Единица длины	1 см	1 мм	1 дм	1 м
Единица объёма	1 $см^3$	1 $мм^3$	1 $дм^3$	1 $м^3$

Запись 1 см³ читают так: «один кубический сантиметр».

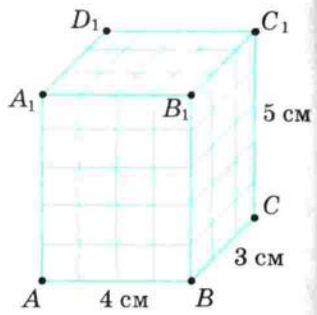


Рис. 187

Определить объём прямоугольного параллелепипеда — означает выяснить, сколько единичных кубов в нём вмещается. На рисунке 187 вы видите, что в прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ с рёбрами 3 см, 4 см и 5 см вмещается 60 единичных кубов с объёмом 1 см³. Это значит, что объём прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ равен 60 см³.

Записывают: $V = 60$ см³. Буквой V заменяют слово «объём».

Объём прямоугольного параллелепипеда зависит от длин его рёбер, так же, как и площадь прямоугольника зависит от длин его сторон. Действительно, на грани $ABCD$ прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ (рис. 188) вмещается слой из $3 \cdot 4 = 12$ единичных кубов. Поскольку ребро $AA_1 = 5$ см, то в данном параллелепипеде можно вместить 5 таких слоёв. Тогда в целом параллелепипед будет вмещать $3 \cdot 4 \cdot 5 = 60$ единичных кубов. Если изменить измерения прямоугольного параллелепипеда, то количество единичных кубов, которые он

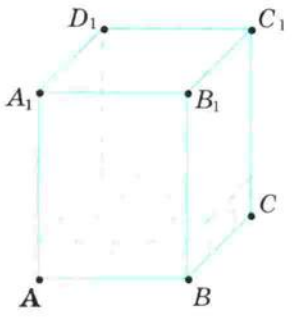


Рис. 188

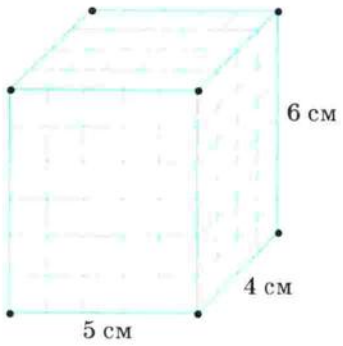


Рис. 189

вмещает, может измениться. Например, увеличив каждое ребро на 1 см (рис. 189), получим, что прямоугольный параллелепипед вмещает $4 \cdot 5 \cdot 6 = 120$ единичных кубов.

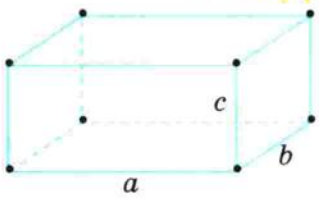


Рис. 190

Вообще, в прямоугольный параллелепипед с рёбрами a, b и c можно вместить abc единичных кубов (рис. 190). Можем записать *формулу объёма прямоугольного параллелепипеда*.

Запомните!

Формула объёма прямоугольного параллелепипеда.
Объём прямоугольного параллелепипеда с рёбрами a, b и c равен произведению этих рёбер.

$$V = abc$$

Можно ли по формуле объёма прямоугольного параллелепипеда вычислить объём куба? Да, поскольку куб — это прямоугольный параллелепипед, у которого все рёбра равны (рис. 191). Если ребро куба равно a, то его объём составляет $a \cdot a \cdot a = a^3$. Итак, получили *формулу объёма куба*.

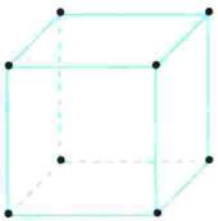


Рис. 191

Запомните!

Формула объёма куба.
Объём куба с ребром a равен кубу его ребра.

$$V = a^3$$

Связан ли объём куба с названием третьей степени числа? Да. Именно отсюда происходит его название — куб числа.

Воспользовавшись формулой объёма куба, получим связь между единицами измерения объёма:

$1\ м^3 = 1000\ дм^3 = 1\ 000\ 000\ см^3 = 1\ 000\ 000\ 000\ мм^3$.

Задача. Из четырёх равных кубов составлен прямоугольный параллелепипед объёмом 32 см³ (рис. 192). Найдите объём и ребро каждого куба.

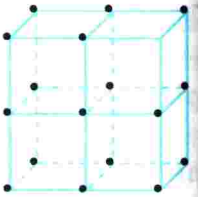


Рис. 192

Решение. Равные кубы имеют равные рёбра, поэтому они имеют равные объёмы. По условию задачи, прямоугольный параллелепипед составлен из 4 равных кубов. Значит, объём данного прямоугольного параллелепипеда в 4 раза больше объёма каждого куба. Отсюда объём куба равен: $32 : 4 = 8$ (см³). По найденному объёму куба находим его ребро $8\ см^3 = 2\ см \cdot 2\ см \cdot 2\ см$. Следовательно, ребро куба равно 2 см.

Запомните!

1. **Равные прямоугольные параллелепипеды имеют равные объёмы.**
2. **Объём прямоугольного параллелепипеда равен сумме объёмов его частей.**



Узнайте больше

Основной единицей измерения объёма считают кубический дециметр. Для измерения объёма жидкости чаще всего используют такую единицу, как литр: 1 л = 1 дм³.

Интересно, что масса 1 литра воды составляет 1 кг.

Большие объёмы измеряют в декалитрах (сокращенно — дал):

1 дал = 10 л, 100 дал = 1 м³.

Маленькие объёмы измеряют в миллилитрах (сокращенно — мл):

1 л = 1000 мл, 1 мл = 1 см³.

Наверное, вы слышали и о такой единице измерения объёма, как американский нефтяной баррель. Его объём составляет 159 л. Английский галлон составляет около 5 л.

ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ

1. Что такое единичный куб?
2. Какими единицами измеряют объём?
3. Как определить объём фигуры?
4. Какова формула объёма прямоугольного параллелепипеда?
5. Запишите формулу объёма куба.
6. Какой объём имеют равные прямоугольные параллелепипеды?

РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

784 Прямоугольный параллелепипед имеет измерения m, n и p. Можно ли по данной формуле найти объём прямоугольного параллелепипеда:
1) $m+n+p$; 2) $2m+2n+2p$; 3) pmn; 4) mn?

785 Сколько кубов с ребром 1 см вмещает прямоугольный параллелепипед, объём которого равен: 1) 25 см^3; 2) 7 см^3; 3) 100 см^3?

786 Верно ли найден объём куба с ребром 4 дм:
1) 4^3 дм; 2) $4 \cdot 3$ дм; 3) 4^2 дм^2; 4) 4^3 дм^3?

787 Измерения прямоугольного параллелепипеда n, m и p. По данным таблицы 33 найдите неизвестные величины.

Таблица 33

n	4 см	7 см	8 м	2 м	6 м	10 м
m	6 см	3 см	10 м	8 м	6 м	2 м
p	5 см	3 см	6 м	4 м	4 м	2 м
Объём параллелепипеда						
Сумма площадей всех граней параллелепипеда						

788 Объём прямоугольного параллелепипеда равен 124 см^3. Могут ли рёбра прямоугольного параллелепипеда быть равными:
1) 2 см, 12 см, 100 см;
2) 2 см, 31 см и 2 см;
3) 4 см, 31 см и 1 см?

789 Сколько кубов с ребром 1 см вмещает прямоугольный параллелепипед, рёбра которого равны:
1) 3 см, 4 см, 6 см; 2) 10 см, 5 см, 2 см?

790 Одно ребро прямоугольного параллелепипеда равно 10 см, второе — в 3 раза больше первого, а третье — на 15 см больше первого. Найдите объём прямоугольного параллелепипеда.

791 Длина прямоугольного параллелепипеда равна $(a + 22)$ см, ширина — $(a + 8)$ см, высота — $(a + 2)$ см. Запишите формулу для нахождения объёма параллелепипеда. Вычислите значение объёма, если: 1) $a = 2$; 2) $a = 8$.

792 Найдите объём куба, ребро которого равно:
1) 2 м; 2) 3 см; 3) 10 дм.

793. Ребро куба равно $(a - 3)$ см. Запишите формулу для нахождения объёма куба. Вычислите значение объёма, если:
1) $a = 5$; 2) $a = 18$.

794. Как изменится объём куба, если его ребро:
1) увеличить в 2 раза; 2) уменьшить в 3 раза?

795. Запишите 2 дм^3:
1) в кубических сантиметрах; 2) в кубических милиметрах.

796. Запишите 77 м^3:
1) в дециметрах;
2) в кубических сантиметрах;
3) в кубических милиметрах.

797. Выразите в кубических метрах:
1) 500 000 000 см^3; 2) 1 км^3; 3) 10 000 дм^3.

798. Найдите объём прямоугольного параллелепипеда, рёбра которого равны 2 см, 5 м и 10 дм.

799. Сколько кубов с ребром 1 см вмещает прямоугольный параллелепипед с рёбрами:
1) 30 мм, 6 см, 4 см; 2) a см, 6 см, p см?

800. Высота прямоугольного параллелепипеда равна m см, длина — в p раз больше высоты, а ширина — на n см меньше длины. Запишите формулу для нахождения объёма параллелепипеда. Вычислите значение объёма, если:
1) $m = 6$, $p = 4$, $n = 14$; 2) $m = 135$, $p = 2$, $n = 70$.

801. Найдите сумму длин всех рёбер прямоугольного параллелепипеда, если его объём равен 1000 см^3, а два ребра равны 125 см и 8 см.

802. Найдите сумму площадей всех граней прямоугольного параллелепипеда, если его объём равен 720 см^3, а два ребра равны 15 см и 24 см.

803. Дан куб. По данным таблицы 34 найдите неизвестные величины.

Таблица 34

Объём куба	125 м^3		216 мм^3			
Сумма длин всех рёбер		48 км		60 дм		
Сумма площадей всех граней					150 м^2	96 см^2

804. Как изменится ребро куба, если его объём:
1) увеличить в 64 раза; 2) уменьшить в 125 раз?

805. Найдите объём куба, если площадь его грани равна:
1) 16 см^2; 2) 144 дм^2; 3) 400 м^2.

806. Во сколько раз объём куба с ребром 2 см больше объёма куба с ребром 10 мм?

807. На сколько кубических сантиметров объём куба с ребром 12 см больше объёма куба с ребром 20 мм?

808. Найдите ребро куба, если его объём равен объёму прямоугольного параллелепипеда с измерениями:
1) 2 см, 4 см, 64 см; 2) 3 см, 12 см, 6 см.

809. Запишите 1 м^3 2 дм^3 15 см^3:
1) в кубических миллиметрах; 2) в кубических сантиметрах.

810*. Длина прямоугольного параллелепипеда в 2 раза больше ширины и на 10 см меньше высоты. Найдите объём прямоугольного параллелепипеда, если сумма длин всех его рёбер равна 160 см.

811*. Измерения прямоугольного параллелепипеда 2 см, 8 см, 3 дм 2 см. Найдите ребро куба, объём которого равен объёму данного прямоугольного параллелепипеда.

812*. Найдите площадь грани $A_1B_1C_1D_1$ прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, если его объём равен 30 см^3, $AA_1 = 6$ мм.

813*. Какой высоты будет столбик, составленный из всех кубиков со стороной 1 мм, вмещающихся в кубе объёмом 1 м^3?

ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

814. У Серёжи был аквариум, основание которого — квадрат со стороной 50 см. Уровень воды в нём составлял 32 см. Мальчику купили новый аквариум, длина дна которого 80 см, а ширина — 40 см. Серёжа перелил воду в новый аквариум. Какой уровень воды в новом аквариуме?

815. На конкурс кондитерских изделий фабрика изготовила две большие плитки шоколада. Первая плитка была изготовлена из чёрного шоколада и имела размеры 150 х 65 х 70 см. Вторая плитка была сделана из белого шоколада и имела размеры 250 х 50 х 120 см. На сколько отличаются объёмы данных шоколадных плиток?

ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

816. Сравните значения выражений:
1) $78 \cdot 9670$ и $49 \cdot 6500$; 2) $209\,223 : 567$ и $8834 : 631$.

817. Решите уравнение:
1) $(25 + x) : 15 = 4 + 136$; 2) $5x + 145 = 282 : 3 + 53 \cdot 2$.

818. Из Киева и Львова одновременно выходят два поезда навстречу друг другу. Скорость одного поезда — 90 км / ч, а другого — 110 км / ч. На какое расстояние приблизятся поезда за один час?

819. Из Киева во Львов одновременно выходят два поезда. Скорость одного поезда — 140 км/ч, а другого — 90 км/ч. Какое расстояние будет между поездами через два часа?

§ 22. КОМБИНАТОРНЫЕ ЗАДАЧИ

В повседневной жизни часто приходится создавать различные комбинации, например: денежных купюр различного достоинства, чтобы получить нужную сумму; блюд для обеда; материалов для ремонта и т.п. При этом возникает вопрос: «Сколькими способами можно составить ту или иную комбинацию?». В поисках ответа на него мы решаем особую задачу. В ней заданы элементы для комбинирования, а требуется найти количество возможных комбинаций. Такие задачи называются *комбинаторными*. Для их решения используют различные способы. Мы ознакомимся с двумя из них.

1. Способ перебора.

Задача 1. Сколькими способами можно составить расписание трёх первых уроков в 5 классе из предметов: математика, украинский язык, история?

Решение. Введём обозначения: математика — М, украинский язык — У, история — И. Если на первый урок поставить математику, тогда на второй — или украинский язык, или историю, а на третий — или историю, или украинский язык соответственно. Получили 2 комбинации: МУИ и МИУ. Рассуждая аналогично, получим еще 4 комбинации: УМИ и УИМ, ИМУ и ИУМ. Итак, расписание можно составить 6 способами.

Пусть математика – М, украинский язык – У, история – И. Тогда:

МУИ	МИУ
УМИ	УИМ
ИМУ	ИУМ

Ответ: расписание можно составить 6 способами.

Обратите внимание:

чтобы перебрать все комбинации заданных элементов и не потерять какую-либо из них, стоит записывать промежуточные результаты, например в таблице.

Решая задачу, мы перебрали все возможные комбинации из заданных элементов для комбинирования. В этом и заключается *суть способа перебора*.

Применяя способ перебора, кроме таблицы можно создать *дерево возможных вариантов*. Это схема, которая помогает выявить все возможные комбинации заданных элементов. Рассмотрим пример.

Задача 2. Сколькими способами можно разместить на столе в один ряд учебник, тетрадь и дневник?

Решение. Введём обозначения: учебник — У, тетрадь — Т, дневник — Д. Очевидно, что уже образовалась первая комбинация. Запишем её в один ряд и обведём каждую букву квадратиком (рис. 193). От каждого квадратика проведём по



Рис. 193

2 ветки (рис. 194), показывающие, что перебирать осталось из 2 элементов. На концах веток разместим квадратики, в которые впишем обозначения этих элементов (рис. 195). Осталось взять по 1 элементу, поэтому проводим по 1 ветке от каждого квадратика второго уровня и вписываем в них соответствующие элементы (рис. 196). Теперь посчитаем количество квадратиков в низшем, третьем уровне. Их оказывается 6. Итак, учебник, тетрадь и дневник можно разместить 6 способами.

Чтобы выписать эти комбинации, пройдем каждой цепочкой ветвей от самого высокого до самого низкого уровня: УТД, УДТ, ТУД, ТДУ, ДУТ, ДТУ.



Рис. 194

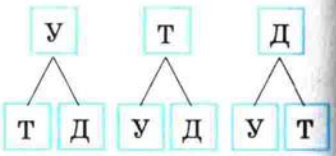


Рис. 195

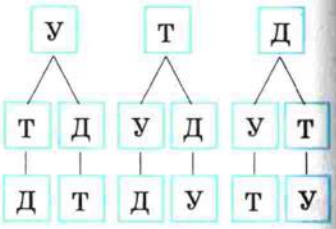


Рис. 196

Обратите внимание:

в дереве возможных вариантов:

1) столько уровней, сколько задано элементов для комбинирования;
2) на каждом уровне проводят столько веток, сколько элементов осталось перебрать.

2. Правило умножения.

Задача 3. В финал соревнований по прыжкам в длину вышли Олег, Игорь, Миша и Дима. Сколькими способами могут распределиться первые 4 места на этих соревнованиях?

Решение. Первое место может завоевать один из четырёх мальчиков. Тогда второе место — один из трёх оставшихся мальчиков, третье место — один из двух оставшихся мальчиков, а четвёртое — только один мальчик. Итак, всех возможных вариантов: $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$. Выпишите самостоятельно эти комбинации.

Можем записать *правило умножения* (*для комбинаторных задач*).

Запомните!

Правило умножения (для комбинаторных задач).
Чтобы найти количество всех комбинаций из n элементов, нужно умножить все натуральные числа, начиная с числа n и заканчивая числом 1.



Узнайте больше



Михаил Иосифович Ядренко
(1932 – 2004 гг.) — выдающийся украинский математик. Родился в селе Дремайловке Черниговской области. Он отдавал много сил и энергии развитию школьного математического образования, организации математических олимпиад, изданию пособий по элементарной математике и комбинаторике, а также сборников задач для математических олимпиад.

ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ

1. Объясните, какие задачи называют комбинаторными.
2. В чём заключается суть способа перебора для решения комбинаторных задач?
3. Объясните, как решают комбинаторные задачи с помощью дерева возможных вариантов.
4. Объясните, как применить правило умножения для решения комбинаторных задач.



РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

820°. На киносеанс Олегу, Игорю, Мише, Диме и Пете достались билеты №1– 5 в шестом ряду. Из скольких элементов будет состоять комбинация?

821°. Назовите все возможные комбинации букв А и У. Сколько их?

822°. Есть синий и красный карандаши. Сколькими способами на контурной карте можно закрасить в красный или синий цвет две страны?

823 . На рисунке 197 начали построение дерева возможных вариантов для комбинаций из цифр 1, 2 и 3. Сколько уровней должно быть у дерева? На всех ли уровнях закончено построение? Достройте дерево. Сколько получили комбинаций?

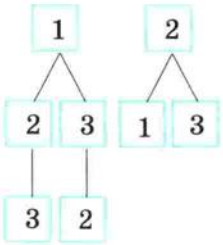


Рис. 197

824 . Верно ли выписаны все возможные комбинации букв Р, А и К в таблице 35?

Таблица 35

РАК	КАР
АКР	РА
РК	АК

825 . Дополните таблицу 36 так, чтобы в ней были выписаны все возможные комбинации цифр 3, 6, 9.

Таблица 36

369	396
693	
963	

826 . Кролик подарил Винни-Пуху банку варенья, торт и банку сгущённого молока. Сколькими способами Винни-Пух может полакомиться сладостями? Верно ли построено к задаче дерево возможных вариантов на рисунке 198?

827 . Наташа купила три порции мороженого: пломбир, фруктовое и ванильное. Сколькими способами девочка может полакомиться мороженым? Верно ли построено к задаче дерево возможных вариантов на рисунке 199?

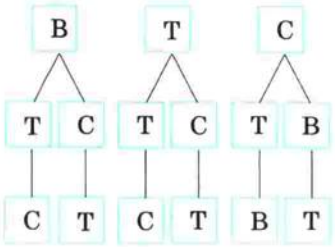


Рис. 198

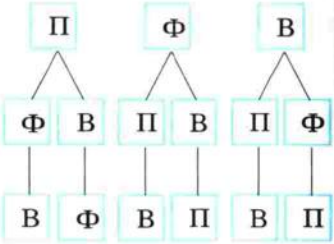


Рис. 199

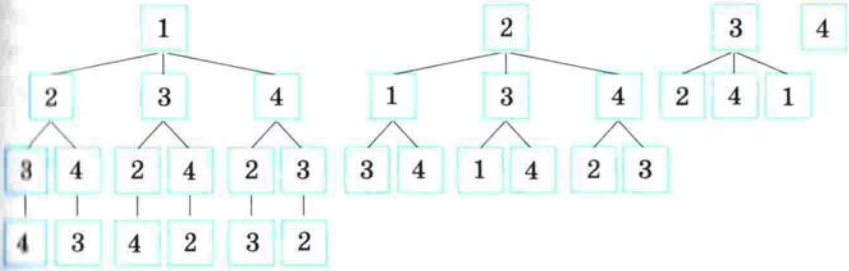


Рис. 200

828. Выпишите все возможные комбинации цифр 1, 2, 3, 4. Достройте дерево возможных вариантов (рис. 200).

829. Выпишите все возможные комбинации букв А, О, И. Постройте дерево возможных вариантов.

830. На гору ведут три дороги. Петя, Коля и Вася решили подняться на гору разными дорогами. Сколькими способами это можно сделать?

831. Сколькими способами можно приклеить три разных картинки в один ряд?

832. Сколько трёхзначных чисел, записанных разными цифрами, можно составить из цифр:
1) 1, 2, 3; 2) 7, 5, 8?

833. Сколько наборов букв можно составить из букв И, К, Т, М?

834. Сколько наборов слов можно составить из слов СОЛНЦЕ, ЗВЁЗДЫ, НЕБО?

835. Верно ли выписаны все возможные комбинации цифр 5, 6, 9 и 3 в таблице 37?

Таблица 37

5369	5936	5963	5693	5639
6593	6953	6539	6935	6359
9563	9653	9635	9356	9365
3569	3596	3695	3659	3956

836. Сколькими способами можно выложить в один ряд четыре разные монеты?

837. Выпишите все возможные комбинации букв А, О, И, У. Постройте дерево возможных вариантов.

838. Составьте дерево возможных вариантов размещения дежурных Петренко, Сидоренко, Василенко и Иваненко на четырёх этажах школы.

839. Сколько трёхзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 0?

840. Сколько трёхзначных чисел можно составить из цифр 4, 2, 5 так, чтобы первой стояла цифра 5?

841. Сколько существует двузначных чисел с разными цифрами?

842. Сколько существует трёхзначных чисел с разными цифрами?

843. На гору ведут три дороги. Сколькими способами можно подняться на гору и спуститься с неё так, чтобы дважды не пройти по одной и той же дороге?

844. Дан четырёхугольник. Сколько существует отрезков с концами в его вершинах?

845. В соревновании приняли участие 4 команды. Каждая команда играла со всеми другими командами. Сколько всего игр было сыграно?

846. Сколькими способами можно расставить на полке учебники по математике, истории, природоведению, украинскому языку так, чтобы первым стоял учебник по математике?

847. Катя, Аня, Даша, Вася, Петя купили билеты на концерт. Сколькими способами могут рассесться дети так, чтобы все девочки сидели рядом?

848. По данным таблицы 38 выясните, из каких элементов состоит комбинация. Перерисуйте и заполните таблицу.

Таблица 38

ОРЕШНИК	ОИКРЕШН	ОИКШНРЕ	ОШНИКРЕ	ОШНРЕИК	ОРЕИКШН
ШНОИКРЕ					
ИКОШНРЕ					
РЕОШНИК					

849*. Сколько комбинаций можно составить из букв М, А, И, К, Р? Сколько из них образуют слово?

850*. Сколько комбинаций можно составить из слов ТАНЦЕ, В, СНЕЖИНКИ, КРУЖИЛИСЬ? Сколько из них образуют предложение?

851*. Сколькими способами можно расставить на полке пять разных книг?

852*. Сколько пятизначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5?

853*. Сколько пятизначных чисел можно составить из цифр 4, 2, 3, 8, 0, если на месте тысяч может стоять 2 или 3, а на месте десятков 8 или 4?

ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

854. Маша забыла две последние цифры номера мобильного телефона подруги. Сколько комбинаций ей придётся перебрать?

855. Вы решили посетить музей, театр и выставку. Сколько вариантов вашей культурной программы можно разработать?

856. На рисунке 201 изображены три фрагмента узора. Сколькими способами можно создать орнамент?



Рис. 201

ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

857. Выполните вычитание:

1) 1976 – 1452;
2) 2875 – 545;
3) 39 898 – 154;
4) 573 431 – 321 220.

858. Сумма двух чисел равна 3678, а их разность — 104. Найдите эти числа.

859. Разность двух чисел равна 25, а их сумма — 180 341. Найдите эти числа.

860. Как изменится периметр квадрата, если его сторону:

1) увеличить в 2 раза;
2) уменьшить в 3 раза?

ПРОВЕРЬТЕ, КАК УСВОИЛИ МАТЕРИАЛ

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое степень числа? Основание степени? Показатель степени?
2. Что значит возвести число a в степень n?
3. Чему равно 1 в степени n?
4. Чему равно a в степени 1?
5. Что называется квадратом числа? Кубом числа?
6. В каких единицах измеряют площадь?
7. Что значит определить площадь фигуры?
8. Какова формула площади прямоугольника? Площади квадрата?
9. Объясните, что такое прямоугольный параллелепипед, куб, пирамида.
10. Чему равна сумма всех рёбер прямоугольного параллелепипеда? Куба?
11. Сколько вершин, граней, рёбер у прямоугольного параллелепипеда? Куба? Треугольной пирамиды?
12. Сколько у куба равных граней? Рёбер?
13. Объясните, что такое вершина пирамиды. Боковые рёбра. Рёбра основания.
14. Что такое единичный куб?
15. В каких единицах измеряют объём?
16. Что значит определить объём фигуры?
17. Какова формула объёма прямоугольного параллелепипеда? Куба?
18. Объясните, какие задачи называют комбинаторными.
19. В чём состоит суть способа перебора решения комбинаторных задач?
20. Объясните правило умножения для комбинаторных задач.

ПРОВЕРЬТЕ, КАК УСВОИЛИ МАТЕРИАЛ

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

Внимательно прочитайте задачи и найдите среди предложенных ответов верный. Для выполнения тестового задания потребуется 10–15 мин.

1°. Вычислите $4^3 + 1^3$.

А. 125. **Б.** 13. **В.** 15. **Г.** 65.

2°. Вычислите сумму длин всех рёбер куба, если периметр его грани равен 8 см.

А. 24 см. **Б.** 48 см. **В.** 16 см. **Г.** 32 см.

3°. Сколькими способами можно назвать треугольник, используя буквы A, B и C?

А. 6. **Б.** 3. **В.** 2. **Г.** 1.

4. На сколько квадратных сантиметров площадь квадрата со стороной 12 см больше площади прямоугольника со сторонами 9 см и 1 см?

А. 3 см^2. **Б.** 134 см^2. **В.** 28 см^2. **Г.** 135 см^2.

5*. Найдите площадь наибольшей грани прямоугольного параллелепипеда, если его объём составляет 480 см^3, а два ребра равны 8 см и 20 мм.

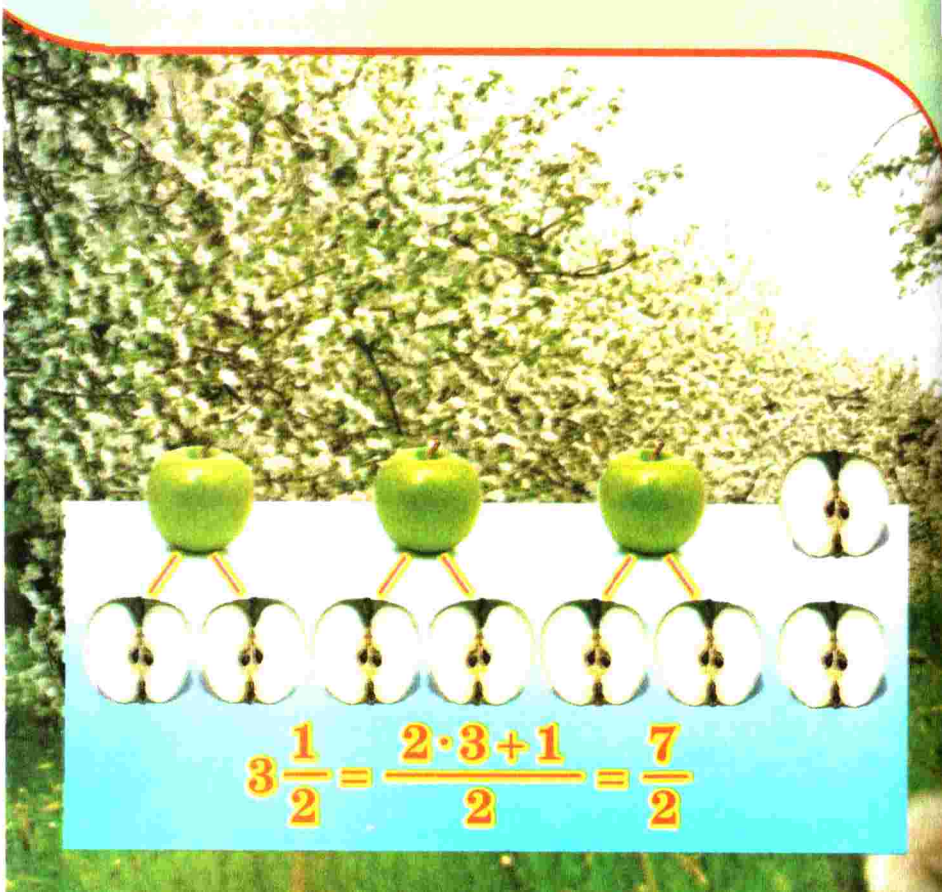
А. 384 см^2. **Б.** 240 см^2. **В.** 600 см^2. **Г.** 60 см^2.

ГЛАВА 5

ОБЫКНОВЕННЫЕ ДРОБИ

Вы узнаете:

- об обыкновенной дроби и её видах;
- как сравнивать дроби с однаковыми знаменателями;
- как связаны дроби с действием деления;
- что такое смешанное число;
- как находить дробь от числа и число по его дроби;
- как применять изученный материал на практике



$$3\frac{1}{2} = \frac{2 \cdot 3 + 1}{2} = \frac{7}{2}$$

§ 23. ЧТО ТАКОЕ ОБЫКНОВЕННАЯ ДРОБЬ. СРАВНЕНИЕ ДРОБЕЙ

Вы уже знаете, что можно считать не только отдельные предметы, но и их части — половинки орехов (рис. 202), трети яблока (рис. 203), четвертушки хлеба (рис. 204) и т. п. Для счёта частей предметов используют обыкновенные дроби. Чтобы записать дробь, нужно знать, на сколько частей разделено целое и сколько таких частей взято. Вы знаете, что «половина» — это дробь «одна вторая», «треть» — дробь «одна третья», «четверть» — дробь «одна четвёртая».



Рис. 202



Рис. 203



Рис. 204

Кратко записывают так: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$.

Тут числа 2, 3 и 4, стоящие *под дробной чертой* дробей, показывают, на сколько частей разделено целое. Они как-бы «знаменуют» особенность разделения целого на части и поэтому называются *знаменателями*. Число 1, стоящее *над дробной чертой* каждой дроби, показывает количество (число) взятых частей целого и называется *числителем*.

Задача 1. К Андрею на день рождения пришли четверо друзей. Праздничный торт разрезали на 8 равных частей (рис. 205). Какую часть торта съели Андрей с друзьями, если каждый полакомился лишь одним кусочком?

Решение. Чтобы ответить на вопрос задачи, надо составить обыкновенную дробь, то есть выяснить, какое число является знаменателем дроби, а какое — его числителем. Торт разрезали на 8 частей, значит,



Рис. 205

число 8 является знаменателем дроби. Андрей вместе с четырьмя друзьями съели 5 кусочков торта, значит, число 5 — это числитель дроби. Следовательно, дети съели $\frac{5}{8}$ торта.

? Могли бы дети съесть $\frac{10}{8}$ торта? Нет, если торт был один. А $\frac{8}{8}$ торта? Да. Это был бы целый торт.

Запомните!

Дробь, у которой числитель меньше знаменателя, называется *правильной*.
Дробь, у которой числитель больше знаменателя или равен ему, называется *неправильной*.

Например, дробь $\frac{5}{8}$ правильная, а дроби $\frac{10}{8}$ и $\frac{8}{8}$ — неправильные.

Числитель и знаменатель дроби можно заменить буквами, например, a и b. Тогда дробь $\frac{a}{b}$ — правильная, если $a < b$, и неправильная, если $a \geq b$.

Знак «$\geq$» читается так: «больше или равно». Знак «$\leq$» читается так: «меньше или равно». Поэтому они называются знаками нестрогих неравенств.

Посмотрите на рисунок 206. Вы видите линейку из ваших школьных принадлежностей. На ней сантиметровое деление соответствует 1 см, а миллиметровое — $\frac{1}{10}$ см. Отрезки, длина которых от $\frac{1}{10}$ см до $\frac{9}{10}$ см, меньше отрезка длиной 1 см. Отрезок длиной $\frac{10}{10}$ см равен отрезку длиной 1 см. А отрезки длиной, например,

$\frac{12}{10}$ см, $\frac{15}{10}$ см, $\frac{23}{10}$ см больше отрезка длиной 1 см. Это небольшое исследование показывает, что **правильная дробь всегда меньше 1, а неправильная — больше 1 или равна 1.**



Рис. 206

? Какая неправильная дробь равна 1? Дробь, у которой числитель равен знаменателю. Например,

$$\frac{10}{10}=1,\ \frac{8}{8}=1,\ \frac{1000000}{1000000}=1.$$

Из приведённых примеров следует, что число 1 всегда можно представить в виде неправильной дроби, у которой числитель равен знаменателю. Например, $1=\frac{15}{15}$, $1=\frac{234}{234}$, $1=\frac{123456789}{123456789}$ и т.п.

Дроби, как и натуральные числа, можно сравнивать. Вернёмся к задаче о торте. Понятно, когда торт разделён на 8 равных частей, то 4 кусочка торта — это больше, чем 3 его кусочка, но меньше, чем 5 таких кусочков. Можем записать: $\frac{4}{8}>\frac{3}{8}$ и $\frac{4}{8}<\frac{5}{8}$, или двойным неравенством: $\frac{3}{8}<\frac{4}{8}<\frac{5}{8}$.

Запомните!

Из двух дробей с одинаковыми знаменателями больше та дробь, числитель которой больше, а меньше та, числитель которой меньше.

Задача 2. Сравните дроби $\frac{100}{158}$ и $\frac{99}{158}$.

Решение. У данных дробей знаменатели равны, поэтому сравниваем их числители. Поскольку $100 > 99$, то $\frac{100}{158} > \frac{99}{158}$.

Как и натуральные числа, дроби можно разместить на координатном луче. На рисунке 207 вы видите, что единичный отрезок разделён на 5 равных частей. Поэтому цена меньшего деления равна $\frac{1}{5}$. Если эту шкалу нанести на координатный луч, то можно определять и дробные координаты точек на нём. Например, на рисунке 208 точки A, B и C имеют координаты: $A\left(\frac{2}{5}\right)$, $B\left(\frac{9}{5}\right)$, $C\left(\frac{16}{5}\right)$.

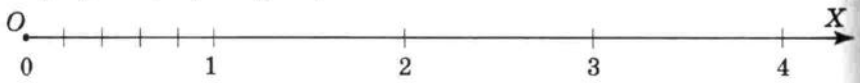


Рис. 207

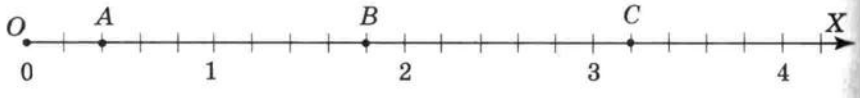


Рис. 208

Обратите внимание:

чем большую координату имеет точка, тем дальше от начала координат она размещается на координатном луче.

Узнайте больше

Впервые понятие дроби встречается ещё у древних египтян. Однако они умели оперировать только дробями, у которых числитель равен 1. Другие дроби они заменяли суммами дробей этого вида. В древнем Вавилоне знали только дроби

со знаменателем 60, в Риме — со знаменателем 12. И лишь греческий математик Герон Александрийский в I веке до нашей эры начал выполнять действия с дробями, у которых числитель и знаменатель — любые натуральные числа.

ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ

1. Что такое обыкновенная дробь?
2. Что показывает знаменатель дроби?
3. Что показывает числитель дроби?
4. Какая дробь называется правильной?
5. Какая дробь называется неправильной?
6. Какая дробь всегда меньше 1? Больше 1? Равна1?
7. Как сравнить дроби с одинаковыми знаменателями?
8. Как на координатном луче размещаются точки с координатами, выраженными дробными числами?

РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

861 Прочитайте дроби $\frac{2}{7}, \frac{3}{16}, \frac{4}{21}, \frac{13}{125}, \frac{49}{925}, \frac{20}{100}$.

а) Назовите знаменатель дроби. Что он показывает?
б) Назовите числитель дроби. Что он показывает?

862 Приведите пример дроби со знаменателем: 1) 3; 2) 33; 3) 333.

863 Сравните числитель и знаменатель дроби $\frac{15}{23}$. Определите вид этой дроби.

864 Сравните числитель и знаменатель дроби $\frac{51}{32}$. Определите вид этой дроби.

865 Прочитайте дроби: $\frac{12}{13}, \frac{12}{11}, \frac{13}{11}, \frac{11}{13}, \frac{11}{11}$. Какая из этих дробей: 1) правильная; 2) неправильная? Ответ объясните.

866 У какой из дробей больше числитель:

1) $\frac{3}{7}$ или $\frac{5}{7}$; 2) $\frac{9}{21}$ или $\frac{8}{21}$; 3) $\frac{126}{11}$ или $\frac{123}{11}$; 4) $\frac{8}{3}$ или $\frac{11}{3}$?

Какая дробь больше?

867 Может ли правильная дробь быть: 1) больше единицы; 2) меньше единицы; 3) равной единице?

868 Может ли неправильная дробь быть: 1) больше единицы; 2) меньше единицы; 3) равной единице?

869 Есть ли среди данных дробей дроби с одинаковыми знаменателями:

1) $\frac{2}{7}, \frac{2}{77}, \frac{5}{7}, \frac{7}{2}, \frac{22}{7}$; 2) $\frac{4}{9}, \frac{9}{4}, \frac{4}{19}, \frac{4}{99}, \frac{14}{9}$?

Назовите их.

870 Запишите дробь: 1) шесть девятнадцатых; 2) восемь четырнадцатых; 3) девять четвёртых; 4) двадцать сорок третьих; 5) сорок три восемьдесят первых; 6) тридцать три двадцать пятых.

871 Какую часть прямоугольника, изображённого на рисунке 209, составляет закрашенная часть?

872 Какую часть квадрата, изображённого на рисунке 210, составляет закрашенная часть?



Рис. 209

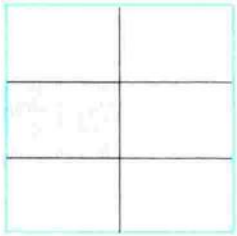


Рис. 210

873 Какую часть года составляет:

1) 1 месяц; 2) 2 месяца; 3) 6 месяцев; 4) 11 месяцев?

874 Какую часть метра составляет:

1) 1 см; 2) 16 см; 3) 54 см; 4) 4 дм; 5) 16 дм; 6) 58 дм?

875 Какую часть часа составляет урок?

876 Какую часть килограмма составляет:

1) 100 г; 2) 235 г; 3) 546 г; 4) 900 г; 5) 300 г; 6) 500 г?

877 Какую часть алфавита составляют гласные буквы? Согласные?

878 Назовите среди данных дробей правильные:

1) $\frac{2}{9}, \frac{9}{2}, \frac{2}{2}, \frac{1}{9}, \frac{8}{9}$; 2) $\frac{10}{19}, \frac{19}{11}, \frac{11}{11}, \frac{1}{19}, \frac{118}{119}$;

3) $\frac{4}{5}, \frac{5}{4}, \frac{4}{4}, \frac{4}{9}, \frac{5}{9}$;

4) $\frac{45}{50}, \frac{50}{45}, \frac{55}{45}, \frac{45}{55}, \frac{55}{55}$.

870°. Назовите среди данных дробей неправильные:

1) $\frac{7}{17}, \frac{77}{77}, \frac{17}{7}, \frac{7}{12}, \frac{17}{17}$;

2) $\frac{15}{14}, \frac{14}{15}, \frac{15}{15}, \frac{5}{15}, \frac{15}{5}$;

3) $\frac{99}{111}, \frac{110}{111}, \frac{119}{111}, \frac{111}{110}, \frac{111}{99}$;

4) $\frac{99}{999}, \frac{999}{99}, \frac{9}{99}, \frac{99}{99}, \frac{99}{9}$.

871°. Даны дроби: $\frac{2}{13}, \frac{3}{4}, \frac{4}{3}, \frac{13}{13}, \frac{12}{6}, \frac{2}{6}, \frac{133}{155}, \frac{1458}{1546}, \frac{145}{144}, \frac{10}{9}, \frac{4}{4}, \frac{51}{52}, \frac{2}{6}, \frac{6}{2}$. Выпишите: 1) правильные дроби; 2) неправильные дроби.

872°. Запишите все правильные дроби со знаменателем 5.

873°. Запишите все неправильные дроби с числителем 9.

874°. Какой является дробь $\frac{c}{d}$ — правильной или неправильной, если: 1) $c < d$; 2) $c \geq d$? Приведите пример.

875°. Даны дроби: $\frac{3}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{2}, \frac{11}{15}, \frac{15}{11}, \frac{11}{11}, \frac{10}{9}, \frac{9}{10}, \frac{19}{20}, \frac{5}{9}$. Выпишите те, которые: 1) меньше 1; 2) больше 1; 3) равны 1.

876°. Даны дроби: $\frac{5}{2}, \frac{4}{9}, \frac{7}{7}, \frac{3}{15}, \frac{15}{3}, \frac{15}{15}, \frac{9}{8}, \frac{8}{9}, \frac{9}{9}, \frac{7}{6}$. Выпишите те, которые: 1) меньше 1; 2) больше 1; 3) равны 1.

877°. При каких значениях a верны равенства:

1) $\frac{10}{a} = 1$; 2) $\frac{5}{a} = 1$; 3) $\frac{451}{a} = 1$; 4) $\frac{a}{15} = 1$; 5) $\frac{a}{63} = 1$; 6) $\frac{a}{10} = 1$?

878°. При каких значениях x верны равенства:

1) $\frac{25}{x} = 1$; 2) $\frac{11}{x} = 1$; 3) $\frac{56}{x} = 1$; 4) $\frac{x}{100} = 1$; 5) $\frac{x}{11} = 1$; 6) $\frac{x}{1} = 1$?

879°. Сравните дроби:

1) $\frac{1}{5}$ и $\frac{3}{5}$;

2) $\frac{19}{20}$ и $\frac{21}{20}$;

3) $\frac{28}{28}$ и $\frac{21}{28}$;

4) $\frac{28}{25}$ и 1;

5) $\frac{18}{25}$ и 1;

6) $\frac{25}{25}$ и 1.

889 Сравните дроби:

1) $\frac{4}{9}$ и $\frac{14}{9}$;
3) $\frac{31}{31}$ и $\frac{30}{31}$;
5) $\frac{40}{41}$ и 1;
2) $\frac{49}{20}$ и $\frac{48}{20}$;
4) $\frac{43}{41}$ и 1;
6) $\frac{41}{41}$ и 1.

890 Запишите в порядке возрастания дроби: $\frac{9}{11}$, $\frac{7}{11}$, $\frac{1}{11}$, $\frac{5}{11}$, $\frac{11}{11}$, $\frac{6}{11}$, $\frac{13}{11}$. Назовите наибольшую и наименьшую из них.

891 Запишите в порядке убывания дроби: $\frac{5}{17}$, $\frac{7}{17}$, $\frac{2}{17}$, $\frac{9}{17}$, $\frac{11}{17}$, $\frac{19}{17}$, $\frac{17}{17}$. Назовите наибольшую и наименьшую из них.

892 При каком значении x дробь $\frac{x}{7}$ больше $\frac{3}{7}$ и меньше $\frac{5}{7}$?

893 При каком значении y дробь $\frac{y}{9}$ меньше $\frac{7}{9}$ и больше $\frac{5}{9}$?

894 Запишите наибольшую правильную дробь со знаменателем:
1) 4; 2) 19; 3) 200; 4) 1111.

895 Начертите координатный луч, приняв за единичный отрезок 9 клеточек. Отметьте точки, соответствующие дробям: 1) $\frac{2}{9}$; 2) $\frac{7}{9}$; 3) $\frac{5}{9}$; 4) $\frac{1}{9}$; 5) $\frac{8}{9}$; 6) $\frac{9}{9}$. Какая из точек лежит дальше всех от начала координат, а какая — ближе всех?

896 Начертите координатный луч, приняв за единичный отрезок 11 клеточек. Отметьте точки, соответствующие дробям: 1) $\frac{2}{11}$; 2) $\frac{8}{11}$; 3) $\frac{5}{11}$; 4) $\frac{11}{11}$; 5) $\frac{9}{11}$; 6) $\frac{10}{11}$. Какая из точек лежит дальше всех от начала координат, а какая — ближе всех?

897 Каким дробям на рисунке 211 соответствуют точки A, B, C, D и E? У какой из этих точек наибольшая координата? У какой — наименьшая?

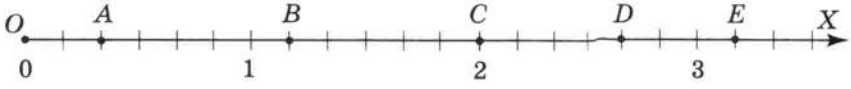


Рис. 211

898*. В зале кинотеатра 160 посадочных мест. При просмотре мультфильма «Шрек» 5-А класс занял 18 мест, 5-Б — 22 места, 5-В — 20 мест. Какую часть посадочных мест кинотеатра заняли 5-А, 5-Б и 5-В класса вместе?

899*. Арбуз разрезали на 15 одинаковых ломтей. За обедом мама съела 3 ломтика, папа — 6 ломтиков, Ваня — 4 ломтика. Какую часть арбуза съела семья за обедом?

900*. Из 46 миллионов жителей Украины в столице проживает 3 миллиона. Какую часть составляет население Киева от общей численности населения страны?

901. Составьте из чисел 2, 5, 7, 15 все возможные правильные дроби.

902. Составьте из 2, 5, 7, 15 все возможные неправильные дроби.

903. Для выпечки двух пирогов мама купила 12 яиц. Для того чтобы испечь яблочный пирог, мама использовала 5 яиц. А для выпечки вишневого пирога — 3 яйца. Какую часть яиц мама использовала для выпечки яблочного пирога? А вишнёвого пирога? Какая из частей больше: та, что использована для выгечки яблочного пирога, или та, что осталась неиспользованной?

904. Используя числа 3, 7 и 9, запишите все возможные дроби, каждая изкоторых:
1) равна единице; 2) меньше 1; 3) больше 1.

905. Используя числа 5, 9, 11, запишите все возможные дроби, каждая изкоторых:
1) равна единице; 2) меньше 1; 3) больше 1.

906*. Катя отлила воду из чайника. Если бы она отлила в 2 раза больше воды, то в чайнике её осталось бы в 2 раза меньше, чем осталось сейчас. Какую часть воды отлила Катя?

907*. Мама разделила 15 персиков между двумя сыновьями так, что старший получил столько раз по 3 персика, сколько раз младший получил по 2 персика. Какую часть всего количества персиков получил каждый из сыновей?

908*. В лагерь «Артек» в отряд № 2 из 5-В класса приехало 6 учеников, что составляет половину от трети всего отряда. Какую часть от общего количества учащихся отряда № 2 составляют ученики 5-В класса?

ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

909. Какую часть вашего класса составляют девочки? А мальчики?

910. Чтобы сделать ремонт в комнате бабушки, мама купила 12 рулонов обоев. Для оклейки двух стен необходимо по 4 рулона обоев, третьей — 2 рулона, а четвёртой — 1 рулон. Какая часть обоев понадобится для того, чтобы оклеить каждую из стен? Какая часть обоев останется?

911. Начертите квадрат со стороной 4 см. Разделите его на 16 равных частей. Закрасьте 5 частей красным карандашом и 7 частей — синим. Запишите с помощью дробей, какая часть квадрата: 1) закрашена красным карандашом; 2) закрашена синим карандашом; 3) не закрашена. Какая из этих частей наибольшая? Наименьшая?

ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

912. Вычислите: 1) $15^2 \cdot 64 - 8400$; 2) $(36 + 16 \cdot 4 : 10 - 5$.

913. Решите уравнение:
1) $144 - (x : 11 + 21) \cdot 5 = 14$; 2) $120 : (x - 11) = 6$.

914. Для школьной ярмарки 15 девочек испекли 270 кексов и продали их по 2 грн за штуку. Полученные средства они разделили поровну. Сколько денег заработала каждая из девочек?

915. Ширина детского парка прямоугольной формы площадью 21 га — 250 м. Вычислите периметр парка.

§ 24. ДРОБИ И ДЕЛЕНИЕ



Рис. 212

Посмотрите на рисунок 212. Вы видите 3 целых ореха. Если их разделить на половины, то получим 6 половин, или $\frac{6}{2}$ орехов. Значит, натуральное число 3 и дробь $\frac{6}{2}$ выражают одно и то же количе-

ство орехов, то есть $3=\frac{6}{2}$. Но, с другой стороны, число 3 равно частному чисел 6 и 2. Получается, что $6:2=\frac{6}{2}$.

Вообще, частное от деления двух натуральных чисел можно представить в виде обыкновенной дроби. Числитель этой дроби равен делимому, знаменатель — делителю, а черта дроби заменяет знак деления. Например, $2:5=\frac{2}{5}$, $7:7=\frac{7}{7}$, $16:3=\frac{16}{3}$. Вы видите, что когда делимое меньше делителя, то полученная дробь — правильная. Когда делимое больше или равно делителю, то полученная дробь — неправильная.

Вы знаете, что одно натуральное число можно разделить на другое или нацело, или с остатком. Например, 30: 6 = 5, а 30: 7 = 4 (ост. 2). Эти равенства можно записать по-другому: $\frac{30}{6}=5$ и $\frac{30}{7}=4+\frac{2}{7}$. Из первого примера следует, что любое натуральное число можно представить в виде дроби: $5=\frac{30}{6}=\frac{25}{5}=\frac{20}{4}$.

Сумму $4+\frac{2}{7}$ кратко записывают $4\frac{2}{7}$ и читают «четыре целых две седьмых».

Число $4\frac{2}{7}$ — это число нового вида. Его называют *смешанным числом*. В его записи число 4 называется *целой частью*, а $\frac{2}{7}$ — *дробной частью*.

Обратите внимание:

смешанное число равно сумме его целой и дробной частей; дробная часть смешанного числа всегда является правильной дробью.

Действие, с помощью которого неправильную дробь преобразуют в смешанное число (или натуральное число), называется *выделением целой части из неправильной дроби*.

Запомните!

Правило выделения целой части из неправильной дроби

Чтобы выделить целую часть из неправильной дроби, нужно:

1) **числитель данной дроби разделить на знаменатель;**
2) **частное записать как целую часть искомого смешанного числа;**
3) **в знаменатель дробной части записать знаменатель данной дроби;**
4) **в числитель дробной части записать остаток от деления.**

? Всегда ли можно выделить целую часть из неправильной дроби? Да, поскольку неправильная дробь всегда больше или равна 1.

Задача 1. Выделите целую часть из дроби $\frac{32}{5}$.

Решение. Разделим числитель данной дроби на его знаменатель. Неполное частное равно 6, а остаток — 2. Поэтому целая часть смешанного числа равна 6, а числитель его дробной части — 2. Можем записать: $\frac{32}{5} = 6\frac{2}{5}$.

? По какому правилу смешанное число можно преобразовать в неправильную дробь? Порассуждаем.

В решённой задаче смешанное число $6\frac{2}{5}$ мы получили, разделив число 32 на число 5. Значит, знаменатель искомой неправильной дроби — число 5. Поскольку число 32 не делится на 5 без остатка, то 32 : 5 = 6 (ост. 2). По формуле нахождения делимого при делении с остатком $32 = 6 \cdot 5 + 2$. А для смешанного числа $6\frac{2}{5}$ это означает,

что мы сначала его целую часть 6 умножили на знаменатель 5 дробной части, а затем прибавили числитель 2 дробной части. В результате мы получили числитель искомой неправильной дроби. Итак, $6\frac{2}{5}=\frac{32}{5}$. Можем обобщить решение задачи и записать правило.

Запомните!

Правило обращения смешанного числа в неправильную дробь.

Чтобы обратить смешанное число в неправильную дробь, нужно:

1) **в знаменатель искомой дроби записать знаменатель дробной части;**
2) **целую часть умножить на знаменатель дробной части;**
3) **к полученному произведению прибавить числитель дробной части;**
4) **полученную сумму записать в числитель искомой дроби.**

Задача 2. Обратите в неправильную дробь число $8\frac{5}{6}$.

Решение.

$$8\frac{5}{6}=\frac{8\cdot 6+5}{6}=\frac{48+5}{6}=\frac{53}{6}$$

Узнайте больше

Запись дробей с помощью числителя и знаменателя появилась в Древней Греции. Однако греки знаменатель записывали сверху, а числитель — снизу. Дроби в привычном для нас виде впервые стали записывать индусы около 1500 лет назад, но они не писали черту дроби между числителем и знаменателем. Черта дроби вошла в обращение лишь около 300 лет назад.



Первым европейским учёным, перешедшим на современную запись дробей, был итальянский купец и путешественник **Фибоначчи** (Леонардо Пизанский).

ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ

1. Как представить в виде дроби частное от деления двух чисел? Что будет числителем такой дроби? Её знаменателем?
2. Как записать дробь в виде частного?
3. Что такое смешанное число? Приведите пример.
4. Какой дробью является дробная часть смешанного числа?
5. Как выделить целую часть из неправильной дроби?
6. Как обратить смешанное число в неправильную дробь?

РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

916°. Верно ли, что $\frac{2}{5}$ равно:

1) $2 + 5$; 2) $5 - 2$; 3) $2 \cdot 5$; 4) $2 : 5$?

917°. Верно ли, что $3 : 4$ равно:

1) $3 + 4$; 2) $4 - 3$; 3) $\frac{3}{4}$; 4) $3 \cdot 4$?

918°. Прочитайте числа:

1) $6\frac{3}{7}$; 2) $4\frac{1}{5}$; 3) $12\frac{13}{14}$; 4) $7\frac{1}{4}$.

Назовите: а) целую часть смешанного числа;
б) дробную часть смешанного числа.

919°. Может ли дробная часть смешанного числа быть равной:

1) $\frac{4}{9}$; 2) $\frac{9}{4}$; 3) $\frac{4}{19}$; 4) $\frac{100}{99}$?

920°. Запишите в виде дроби:

1) $4 : 5$; 2) $12 : 4$; 3) $15 : 12$; 4) $7 : 7$.

Из полученных дробей выпишите:
а) правильные дроби; б) неправильные дроби.

921°. Запишите в виде дроби:

1) $3 : 7$; 2) $15 : 5$; 3) $21 : 5$; 4) $1 : 4$.

Из полученных дробей выпишите:
а) правильные дроби; б) неправильные дроби.

922°. Запишите в виде смешанного числа:

1) $5+\frac{3}{4}$; 2) $7+\frac{3}{5}$; 3) $12+\frac{12}{19}$; 4) $111+\frac{112}{114}$.

923° Запишите в виде смешанного числа:

1) $8+\frac{2}{5}$; 2) $11+\frac{10}{13}$; 3) $15+\frac{22}{27}$; 4) $222+\frac{1125}{1265}$.

924°. Какими данными нужно заполнить пустые клеточки таблицы 39?

Таблица 39

Частное	Дробь	Делимое	Делитель	Числитель	Знаменатель
3 : 5					
	$\frac{13}{7}$				
		5	15		
				5	17

925°. Запишите 1 в виде дроби со знаменателем:

1) 5; 2) 25; 3) 44; 4) 77; 5) 555; 6) 10.

926°. Запишите 1 в виде дроби с числителем:

1) 7; 2) 111; 3) 56; 4) 13; 5) 2369; 6) 100.

927°. Запишите число 3 в виде дроби со знаменателем:

1) 10; 2) 2; 3) 3; 4) 5; 5) 6; 6) 11.

928°. Запишите число 5 в виде дроби с числителем:

1) 5; 2) 10; 3) 50; 4) 25; 5) 40; 6) 100.

929°. Запишите четыре числа, которые:

1) больше 3, но меньше 4;
2) больше 5, но меньше 6;
3) больше 15, но меньше 16.

930°. Запишите три числа, которые:

1) меньше 7, но больше 6;
2) меньше 12, но больше 11;
3) меньше 45, но больше 44.

931°. Сравните:

1) 6 : 5 и $\frac{8}{5}$; 2) 17 : 8 и $\frac{21}{8}$; 3) 125 : 4 и $\frac{81}{4}$; 4) 145 : 12 и $\frac{78}{12}$.

932 Сравните:

1) $8:3$ и $\frac{11}{3}$; 2) $25:12$ и $\frac{49}{12}$; 3) $125:15$ и $\frac{75}{15}$; 4) $124:17$ и $\frac{45}{17}$.

933 Выделите целую часть из неправильной дроби:

1) $\frac{10}{9}$; 2) $\frac{15}{4}$; 3) $\frac{21}{2}$; 4) $\frac{110}{13}$; 5) $\frac{53}{4}$; 6) $\frac{99}{3}$.

934 Выделите целую часть из неправильной дроби:

1) $\frac{12}{11}$; 2) $\frac{17}{3}$; 3) $\frac{23}{2}$; 4) $\frac{112}{5}$; 5) $\frac{65}{4}$; 6) $\frac{77}{7}$.

935 Запишите неправильную дробь в виде смешанного числа:

1) $\frac{13}{9}$; 2) $\frac{78}{5}$; 3) $\frac{154}{13}$; 4) $\frac{145}{5}$; 5) $\frac{123}{3}$; 6) $\frac{125}{23}$.

936 Запишите неправильную дробь в виде смешанного числа:

1) $\frac{23}{11}$; 2) $\frac{45}{4}$; 3) $\frac{111}{13}$; 4) $\frac{147}{27}$.

937 Запишите в виде частного смешанное число:

1) $1\frac{2}{5}$; 2) $4\frac{6}{7}$; 3) $3\frac{5}{11}$; 4) $10\frac{4}{9}$.

938 Запишите в виде частного смешанное число:

1) $1\frac{2}{9}$; 2) $5\frac{3}{8}$; 3) $7\frac{5}{12}$; 4) $11\frac{5}{9}$.

939 Запишите смешанное число в виде неправильной дроби:

1) $6\frac{1}{5}$; 2) $9\frac{2}{7}$; 3) $12\frac{2}{9}$; 4) $5\frac{3}{4}$.

940 Запишите смешанное число в виде неправильной дроби:

1) $31\frac{2}{5}$; 2) $4\frac{1}{6}$; 3) $44\frac{2}{7}$; 4) $3\frac{1}{4}$.

941 Отрез джинсовой ткани разрезали на 12 равных частей, три из которых пошло на пошив брюк, а остальные — на пошив курток. Какую часть ткани потратили на пошив брюк, а какую — на пошив курток?

942 За выполненную работу Саша получил 112 грн, а Ваня — 109 грн. Дома они решили поровну поделить деньги между собой, мамой и папой. Сколько денег досталось каждому?

943 Выделите целую часть из неправильных дробей: $\frac{23}{7}$, $\frac{17}{3}$,

$\frac{19}{2}, \frac{125}{125}$. Запишите полученные числа в порядке возрастания. Какая из этих дробей наибольшая?

944°. Выделите целую часть из неправильных дробей: $\frac{33}{5}$, $\frac{45}{4}, \frac{17}{2}, \frac{625}{625}$. Запишите полученные числа в порядке убывания. Какая из этих дробей наименьшая?

945°. Начертите координатный луч и отметьте на нём точки, соответствующие числам: 1) $\frac{5}{4}$; 2) $\frac{3}{4}$; 3) $\frac{7}{4}$; 4) $\frac{9}{4}$.

Какое из чисел расположено ближе всех к началу координат?

946°. Начертите координатный луч и отметьте на нём точки, соответствующие числам: 1) $\frac{5}{3}$; 2) $\frac{2}{3}$; 3) $\frac{8}{3}$; 4) $\frac{10}{3}$.

Какое из чисел расположено дальше всех от начала координат?

947. Сравните:

1) $3\frac{1}{4}$ и $\frac{15}{4}$; 2) $7\frac{5}{6}$ и $\frac{51}{6}$; 3) $15\frac{3}{5}$ и $\frac{153}{5}$; 4) $124\frac{1}{3}$ и $\frac{124}{3}$.

948. Сравните:

1) $2\frac{1}{8}$ и $\frac{13}{8}$; 2) $12\frac{1}{6}$ и $\frac{43}{6}$; 3) $45\frac{2}{5}$ и $\frac{100}{5}$; 4) $145\frac{2}{3}$ и $\frac{145}{3}$.

949. Запишите в виде смешанного числа дробь $\frac{a}{b}$, если:

1) $b = 5$, а числитель — на 3 больше знаменателя;
2) $b = 9$, а числитель — на 8 больше знаменателя;
3) $a = 85$, а знаменатель — на 4 меньше числителя.

950. Запишите в виде смешанного числа дробь $\frac{a}{b}$, если:

1) $a = 46$, а знаменатель — на 7 меньше числителя;
2) $a = 235$, а знаменатель — на 13 меньше числителя;
3) $b = 8$, а числитель — на 8 больше знаменателя.

951. Запишите в виде неправильной дроби смешанное число $a\frac{2}{5}$, если: 1) $a = 1$; 2) $a = 10$; 3) $a = 21$; 4) $a = 24$; 5) $a = 100$.

952. Запишите в виде неправильной дроби смешанное число $b\frac{12}{13}$, если: 1) $b = 2$; 2) $b = 20$; 3) $b = 19$; 4) $b = 145$; 5) $b = 101$.

953. Для ремонта трёх одинаковых классных комнат требуется 25 рулонов обоев. Хватит ли 17 рулонов обоев для ремонта двух таких классных комнат?

954. На полив пяти одинаковых участков потребуется 345 л воды. Хватит ли 196 л на полив трёх таких участков?

955. При каком значении x верно равенство:

1) $\frac{x}{8} = \frac{3}{3}$; 2) $\frac{x}{8} = 2\frac{3}{8}$; 3) $\frac{x}{8} = 1 + \frac{7}{8}$?

956. При каком значении y верно равенство:

1) $\frac{y}{5} = \frac{8}{8}$; 2) $\frac{y}{5} = 3\frac{1}{5}$; 3) $\frac{y}{5} = 1 + \frac{4}{5}$?

957*. Найдите наименьшее двузначное число, при делении которого на 19 в остатке получим 9.

958*. Найдите наибольшее двузначное число, в результате деления которого на 11 в остатке получим 3.

959*. Назовите 5 пар чисел, которыми можно заменить x и y, чтобы равенство $\frac{x}{10} = y + \frac{7}{10}$ было верным.

960*. При делении на 7 удвоенной суммы некоторого неизвестного числа и числа 8 в частном получили 4, а в остатке — число 2. Найдите неизвестное число.

ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

961. Для ремонта комнаты Виталика папа закупил $12\frac{1}{4}$ м плинтуса. Хватит ли его папе, если длина комнаты равна 3 м, а ширина — 4 м?

962. По рецепту для выпечки сырных булочек маме потребуется $\frac{17}{12}$ кг муки. У мамы есть 2 кг. Хватит ли ей муки?

ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

963. Решите уравнение:
1) $100 : (18 + (82 - 10x) : 6) = 5$; 2) $(105 - (25 + 6x) \cdot 4) \cdot 30 = 150$.

964. Турист прошёл за четыре дня 82 км. Каждый день он проходил на 3 км меньше, чем в предыдущий. Сколько километров турист прошёл в последний день?

965. Сколько наборов слов можно составить из слов ТРАВА, ЦВЕТЫ, СОЛНЦЕ?

§ 25. НАХОЖДЕНИЕ ДРОБИ ОТ ЧИСЛА И ЧИСЛА ПО ЕГО ДРОБИ

В предыдущих параграфах вы узнали, что такое дробь, выяснили, что показывает числитель дроби, а что — её знаменатель. На практике приходится находить число, составляющее от данного числа, например, $\frac{1}{100}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{17}{25}$ и т.п. Такие задачи называют задачами на *нахождение дроби от числа*. Их можно решать и арифметическим, и алгебраическим способами.

Задача 1. От дома Андрея до школы 540 м. Он прошёл $\frac{2}{3}$ пути. Сколько метров прошёл Андрей?

Решение. Выполним рисунок к задаче (рис. 213).

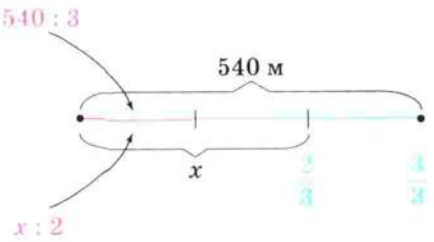


Рис. 213

Составим краткую запись данных задачи.

Путь в школу: 540 м — $1=\frac{3}{3}$

Прошёл Андрей: ? — $\frac{2}{3}$

1. Арифметический способ.

1. Сколько метров соответствует $\frac{1}{3}$ пути?

$$540 : 3 = 180 \text{ (м)}.$$

2. Сколько метров приходится на $\frac{2}{3}$ пути?

$$180 \cdot 2 = 360 \text{ (м)}.$$

Итак, Андрей прошёл 360 м.

Запомните!

Правило нахождения дроби от числа.

Чтобы найти дробь от числа, нужно данное число разделить на знаменатель дроби и полученный результат умножить на её числитель.

2. Алгебраический способ.

Путь в школу: 540 м — $1=\frac{3}{3}$

Прошел Андрей: ? — $\frac{2}{3}$

Пусть x — путь, который прошёл Андрей. Тогда:

$x : 2 = 540 : 3,$

$x = (540 : 3) \cdot 2,$

$x = 180 \cdot 2,$

$x = 360.$

Ответ: Андрей прошёл 360 м.

Обратите внимание:

1) число, которое вы принимаете за 1, преобразуйте в неправильную дробь с тем же знаменателем, что и у данной дроби;
2) чтобы составить уравнение, составьте выражения для одной части от данного числа и от искомого числа и приравняйте их.

На практике часто приходится решать обратную задачу. То есть находить число, зная, что некоторое число составляет его часть. Такие задачи называют задачами на *нахождение числа по его дроби*. Их также можно решать и арифметическим, и алгебраическим способами.

Задача 2. Площадь территории Норвегии — 384 000 км², что составляет $\frac{16}{25}$ площади территории Украины. Какова площадь территории Украины?

Решение.

1. Арифметический способ.

1. Сколько квадратных километров составляет $\frac{1}{25}$ площади территории Норвегии?

$$384\,000 : 16 = 24\,000 \text{ (км}^2\text{)}.$$

2. Сколько квадратных километров составляет 25 таких частей?

$$24\,000 \cdot 25 = 600\,000 \text{ (км}^2\text{)}.$$

Итак, площадь территории Украины составляет 600 000 км².

Запомните!

Правило нахождения числа по его дроби.

Чтобы найти число по его дроби, нужно данное число разделить на числитель дроби и полученный результат умножить на её знаменатель.

2. Алгебраический способ.

Норвегия: 384000 км — $\frac{16}{25}$

Украина: ? — $1=\frac{25}{25}$

Пусть x – площадь территории Украины. Тогда:

$x:25=384000:16,$

$x=(384000:16)\cdot 25,$

$x=24000\cdot 25,$

$x=600000.$

Ответ: площадь территории Украины составляет 600000 км².

Обратите внимание:

1) число, которое вы принимаете за 1, запишите в виде неправильной дроби с тем же знаменателем, что у данной дроби;
2) чтобы составить уравнение, составьте выражения для одной части от данного числа и от искомого числа и приравняйте их.

Узнайте больше

Андрей Григорьевич Конфорович — выдающийся украинский математик и педагог. Родился он 21 декабря 1923 года в с. Буда-

Бабинецкая Бородянского района Киевской области. Основным направлением методической и научной деятельности А. Г. Конфоровича стали история математики и популяризация математических знаний. В его активе более 200 печатных работ. Они посвящены математической подготовке учащихся, олимпиадам по математике, анализу научно-популярной литературы по математике и информатике, применению математики, вопросам истории математики, математическим играм и головоломкам.

ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ

1. Объясните, что дано и что нужно найти в задачах на нахождение дроби от числа.
2. Как найти дробь от числа?
3. Объясните, что дано и что нужно найти в задачах на нахождение числа по его дроби.
4. Как найти число по его дроби?

РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

966°. Укажите верное окончание правила.

Чтобы найти дробь от числа, нужно данное число ... :

1) умножить на знаменатель дроби и разделить на её числитель;

2) разделить на знаменатель дроби и умножить на её числитель.

967°. В каком из двух случаев Андрей рассуждал верно?

Чтобы найти $\frac{3}{4}$ от 24, нужно:

1) $24 : 4 = 6$, а затем $6 \cdot 3 = 18$; 2) $24 : 3 = 8$, а затем $8 \cdot 4 = 32$.

968°. Укажите верное окончание правила.

Чтобы найти число по его дроби, нужно данное число ... :

1) умножить на числитель дроби и разделить на её знаменатель;

2) разделить на числитель дроби и умножить на её знаменатель.

969°. В каком из двух случаев Андрей рассуждал верно?

Чтобы найти число, $\frac{8}{12}$ которого равно 48, нужно:

1) $48 : 8 = 6$, а затем $6 \cdot 12 = 72$; 2) $48 : 12 = 4$, а затем $4 \cdot 8 = 32$.

970°. Найдите: 1) $\frac{2}{3}$ от 9; 3) $\frac{4}{5}$ от 20; 5) $\frac{21}{20}$ от 80;

2) $\frac{3}{4}$ от 12; 4) $\frac{7}{4}$ от 32; 6) $\frac{12}{7}$ от 49.

971°. Начертите отрезок AB длиной 6 см и отрезок CD, длина которого составляет:

1) $\frac{1}{3}$ длины отрезка AB; 3) $\frac{3}{2}$ длины отрезка AB;

2) $\frac{2}{3}$ длины отрезка AB; 4) $\frac{7}{6}$ длины отрезка AB.

972°. Чему равна градусная мера угла, составляющего:

1) $\frac{2}{10}$ развёрнутого угла; 3) $\frac{4}{9}$ прямого угла;

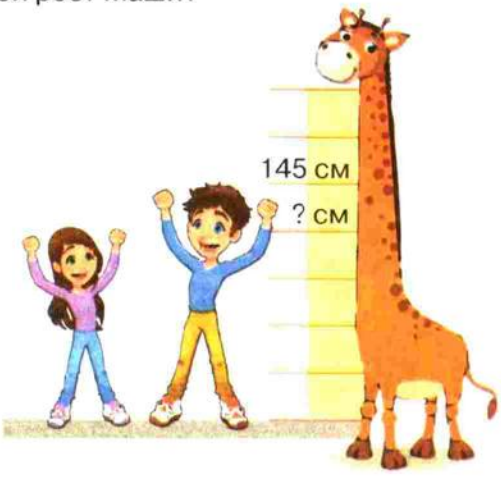
2) $\frac{5}{18}$ развёрнутого угла; 4) $\frac{11}{9}$ прямого угла?

973°. Чему равна градусная мера угла, составляющего:

1) $\frac{7}{10}$ развёрнутого угла; 3) $\frac{8}{9}$ прямого угла;

2) $\frac{11}{18}$ развёрнутого угла; 4) $\frac{13}{10}$ прямого угла?

974°. Рост Саши 145 см, а рост Маши составляет $\frac{4}{5}$ роста Саши. Какой рост Маши?



975°. 5-А класс собрал 65 кг макулатуры, а 5-Б — $\frac{14}{13}$ того, что собрал 5-А. Сколько килограммов макулатуры собрали оба класса?

976°. Маша планировала выполнить домашнее задание за 45 мин, а затратила всего $\frac{7}{9}$ этого времени. За сколько минут выполнила домашнее задание Маша?

977°. Саша планировал затратить на дорогу к бабушке 50 мин, а затратил $\frac{7}{5}$ этого времени. Сколько минут Саша добирался до бабушки?

978°. Масса арбуза 12 кг. Сколько килограммов составляют $\frac{5}{6}$ арбуза?

979°. В ноябре $\frac{2}{3}$ всех дней шёл дождь. Сколько дождливых дней было в ноябре?

980°. Найдите число, если:

1) его $\frac{1}{3}$ равна 12;
2) его $\frac{5}{6}$ равны 30;
3) его $\frac{17}{4}$ равны 68;
4) его $\frac{2}{7}$ равны 28;
5) его $\frac{9}{5}$ равны 45;
6) его $\frac{25}{12}$ равны 150.

981°. Чему равна длина отрезка AB, если:

1) $\frac{1}{2}$ его длины равна 5 см;
2) $\frac{5}{7}$ его длины равны 15 см;
3) $\frac{4}{3}$ его длины равны 24 см?

982°. Чему равен угол, если:

1) его $\frac{2}{3}$ равны прямому углу;
2) его $\frac{5}{9}$ равны прямому углу;
3) его $\frac{9}{2}$ равны развёрнутому углу?

983. Чему равен угол, если:

1) его $\frac{5}{6}$ равны прямому углу;

2) его $\frac{9}{10}$ равны прямому углу;

3) его $\frac{9}{8}$ равны развёрнутому углу?

984. Петя решил 20 примеров, что составляет $\frac{5}{7}$ всего задания. Сколько примеров нужно было решить Пете?

985. На экскурсию во Львов собралось 24 ученика, что составляет $\frac{4}{5}$ всего класса. Сколько учеников в классе?

986. В магазине было 280 кг мороженого. В первый день продали $\frac{3}{7}$ всего количества мороженого, а во второй — $\frac{3}{4}$, проданного в первый день. Сколько килограммов мороженого было продано за два дня?

987. Туристы прошли 24 км. В первый день они прошли $\frac{3}{8}$ всего пути, а во второй — $\frac{2}{3}$ пути, пройденного в первый день. Оставшийся путь они преодолели в третий день. Сколько километров прошли туристы за первых два дня?

988. От ленты длиной 21 м отрезали кусок, составляющий $\frac{2}{3}$ её длины, а остальное разрезали на 7 равных частей. Какова длина каждой части?

989. Из ящика массой 30 кг отсыпали $\frac{3}{5}$ конфет, а остальные разделили поровну между 4 покупателями. Сколько килограммов конфет купил каждый покупатель?

990. В саду растут груши и сливы. Площадь, занятая под сливы, составляет $\frac{7}{3}$ площади, отведённой под груши. Какова пло-

щадь сада, если груши занимают 30 000 м^2?

991. Из канистры отлили $\frac{1}{3}$ бензина, а потом долили количество бензина, составляющее $\frac{1}{5}$ бензина, оставшегося в канистре. Больше или меньше бензина оказалось в канистре, чем было сначала? Сколько бензина оказалось в канистре, если сначала в ней было 120 л?

992. Саша выиграл в лотерею сумму, составляющую $\frac{8}{5}$ суммы, выигранной Арсением. Кто выиграл больше денег и на сколько, если Арсений выиграл 400 грн?

993. Капусту разложили в два мешка, причём масса первого из них составляет $2\frac{1}{3}$ массы второго. Какова масса двух мешков вместе, если в певом мешке капусты было 70 кг?

994. Андрей за январь сэкономил 12 грн, что составляет $\frac{4}{3}$ сэкономленного им в декабре, и на 3 грн меньше, чем он сэкономил в феврале. В каком месяце Андрей сэкономил денег меньше всего и на сколько?

995. В пекарне испекли 120 булочек с вишнями, что составляет $\frac{6}{5}$ булочек с клубникой. Каких булочек испекли больше и на сколько?

996. К 1 сентября в одном ателье пошили 196 костюмов для девочек, что составляет $\frac{14}{9}$ количества костюмов для мальчиков. Каких костюмов пошили меньше и на сколько?

997. Один фермер собрал картофель, масса которого составляет $\frac{11}{9}$ массы картофеля, собранного вторым фермером. У какого фермера урожай картофеля больше и на сколько, если первый собрал 121 000 кг?

998. Мама заготовила на зиму вишнёвое и клубничное варенье. Количество банок с клубничным вареньем составляет $\frac{11}{5}$ количества банок с вишнёвым вареньем. Сколько всего банок заготовила мама, если для клубничного варенья была использована 121 банка?

999. Шрек решил начать новую жизнь и составил новое расписание своего дня. Он решил $\frac{1}{6}$ суток посвятить чтению свежей прессы, $\frac{1}{12}$ — осуществлению добрых дел, $\frac{3}{8}$ — занятию спортом, $\frac{2}{8}$ — приёму пищи и 8 ч отвести на сон. Помогите Шреку узнать, сможет ли осуществиться его замысел.

1000*. Катя прочитала книгу из 240 страниц за 4 дня. В первый день она прочитала $\frac{1}{3}$ книги, во второй — $\frac{3}{4}$ прочитанного в первый день, а в третий день — $\frac{2}{7}$ прочитанного за первых два дня вместе и ещё 10 страниц. Сколько страниц прочитала девочка в четвёртый день?

1001*. У Андрея было книг вдвое больше, чем у Марка. Андрей отдал Марку $\frac{1}{4}$ своих книг. У кого теперь больше книг?

1002*. Рыбак поймал рыбу. Маса её хвоста — 1 кг, а головы — как хвоста и половины туловища. Масса туловища равна массе головы и хвоста. Какова масса рыбы?

1003*. На вопрос «Который час?» — один шутник ответил: «Половина времени, прошедшего после полуночи, равно $\frac{3}{4}$ времени, оставшегося до полудня». Который тогда был час?

1004*. Четверть отличников класса занимаются музыкой, а треть музыкантов — отличники. Кого в классе больше: отличников или музыкантов?

ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

1005. На закупку канцтоваров в школу родители потратили $\frac{4}{16}$ суммы, потраченной на ремонт комнаты. Сколько потратили родители на канцтовары, если на ремонт они потратили 1600 грн?

1006. Площадь комнаты Алёны составляет $\frac{8}{5}$ площади комнаты Саши. У кого больше комната и на сколько, если площадь комнаты Саши равна 40 м^2?

1007. Сколько дней длится первый семестр, если его $\frac{3}{5}$ составляют 72 дня?

ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

1008. Вычислите:
1) $1024 - 7^2 \cdot 2$; 2) $(1024 - 7^2) \cdot 2$.

1009. Решите уравнение:
1) $385 - (x + 124) = 198$; 2) $18 \cdot (x + 9) = 1854$.

1010. Одна сторона прямоугольника втрое больше другой. Найдите стороны прямоугольника, если его периметр равен 64 см.

1011. Найдите ребро куба, если его объём равен объёму прямоугольного параллелепипеда с измерениями 4 см, 3 см, 144 см.

ПРОВЕРЬТЕ, КАК УСВОИЛИ МАТЕРИАЛ

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое обыкновенная дробь? Что показывает её числитель? Знаменатель?
2. Какая дробь называется правильной?
3. Какая дробь называется неправильной?
4. Какая дробь равна 1?
5. Какая дробь больше 1?
6. Какая дробь меньше 1?
7. Объясните, как сравнить дроби с одинаковыми знаменателями.
8. Объясните, как записать дробь в виде частного.
9. Что такое смешанное число?
10. Какой дробью является дробная часть смешанного числа?
11. Как выделить целую часть из неправильной дроби?
12. Как обратить смешанное число в неправильную дробь?
13. Объясните, как найти дробь от числа.
14. Объясните, как найти число по его дроби.

ПРОВЕРЬТЕ, КАК УСВОИЛИ МАТЕРИАЛ

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

Внимательно прочитайте задачи и найдите среди предложенных ответов верный. Для выполнения тестового задания потребуется 10 –15 мин.

1°. Какая из данных дробей неправильная?

А. $\frac{3}{4}$. **Б.** $\frac{4}{9}$. **В.** $\frac{10}{10}$. **Г.** $\frac{9}{10}$.

2°. Чему равна целая часть числа $\frac{16}{5}$?

А. 1. **Б.** 16. **В.** 5. **Г.** 3.

3°. В саду 36 деревьев, из них $\frac{7}{12}$ — яблони. Сколько яблонь в саду?

А. 18. **Б.** 21. **В.** 12. **Г.** 16.

4. При каком значении y верно равенство $\frac{y}{7} = 2\frac{2}{7}$?

А. 14. **Б.** 11. **В.** 16. **Г.** 4.

5*. На ремонт кабинета 5-А класса потратили сумму, составляющую $2\frac{2}{5}$ суммы, потраченной на ремонт кабинета 5-Б класса. На сколько больше потратили на ремонт кабинета 5-А класса, если на ремонт кабинета 5-Б класса потратили 2400 грн?

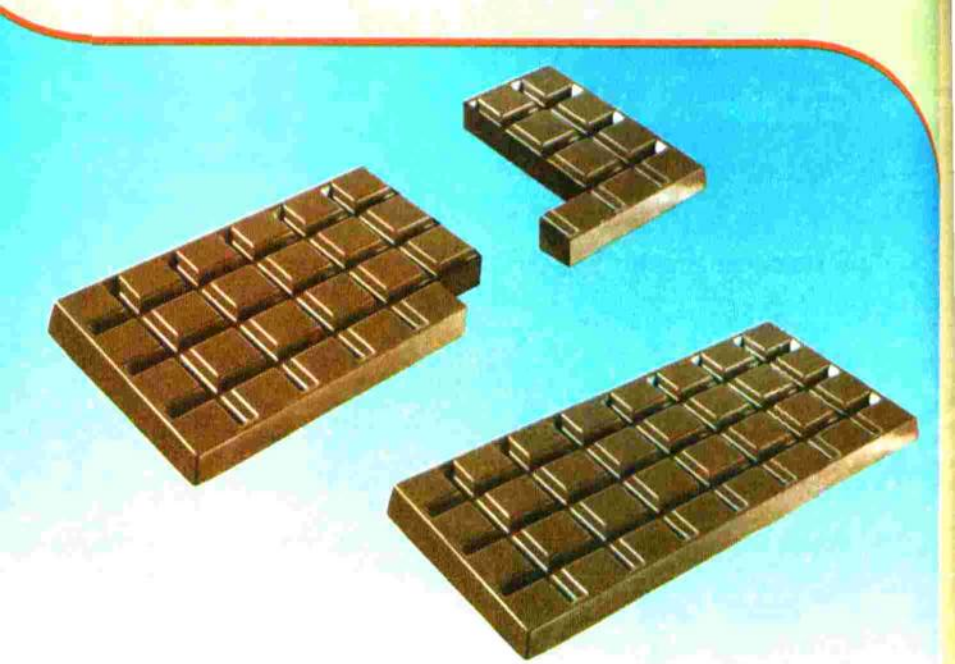
А. 5760 грн. **Б.** 1400 грн. **В.** 1000 грн. **Г.** 3360 грн.

ГЛАВА 6

ДЕЙСТВИЯ ПЕРВОЙ СТУПЕНИ НАД ОБЫКНОВЕННЫМИ ДРОБЯМИ С ОДИНАКОВЫМИ ЗНАМЕНАТЕЛЯМИ

Вы узнаете:

- как складывать и вычитать дроби с одинаковыми знаменателями;
- что такое дополнение правильной дроби до единицы;
- как вычитать правильную дробь из натурального числа;
- каковы правила сложения и вычитания смешанных чисел;
- как применять изученный материал на практике



$$\frac{23}{32} + \frac{9}{32} = \frac{32}{32} = 1$$

§ 26. СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ДРОБЕЙ С ОДИНАКОВЫМИ ЗНАМЕНАТЕЛЯМИ

Вы уже знаете, как складывать и вычитать натуральные числа. Дроби с одинаковыми знаменателями тоже можно складывать и вычитать.

Так же, как и при сложении натуральных чисел, дроби, которые складывают, называются *слагаемыми*, а результат их сложения называется *суммой*.

По какому правилу складывают дроби с одинаковыми знаменателями? Рассмотрим пример.

Задача 1. Мама купила детям молочный шоколад, в котором 18 долек. Таня сказала, что съела бы 5 долек плитки шоколада, а Ваня сказал, что съел бы 7 долек (рис. 214). Какую часть плитки шоколада съели бы Таня и Ваня вместе?



Рис. 214

Решение. Одна долька составляет $\frac{1}{18}$ часть плитки шоколада. Тогда Таня съела бы $\frac{5}{18}$, а Ваня — $\frac{7}{18}$ плитки. Вместе дети съели бы 12 долек, то есть $\frac{12}{18}$ плитки шоколада.

Решая задачу, мы действовали, как с именованными числами — прибавляли количество долек плитки, а словом «долька» называли $\frac{1}{18}$ часть плитки шоколада. Другими словами, находя сумму $\frac{5}{18}+\frac{7}{18}$, мы оставили без изменений одинаковые знаменатели слагаемых, а сложили только их числители. Попробуйте самостоятельно сформулировать правило сложения дробей с одинаковыми знаменателями и сравните его с приведённым в учебнике.

1018°. Вычислите устно:

1) $\frac{2}{25}+\frac{4}{25}$; 3) $\frac{11}{29}+\frac{4}{29}$; 5) $\frac{9}{11}+\frac{1}{11}$;

2) $\frac{7}{28}+\frac{3}{28}$; 4) $\frac{16}{25}+\frac{3}{25}$; 6) $\frac{4}{13}+\frac{7}{13}$.

1019°. Найдите сумму дробей:

1) $\frac{35}{71}$ и $\frac{35}{71}$; 2) $\frac{53}{69}$ и $\frac{14}{69}$; 3) $\frac{45}{97}$ и $\frac{15}{97}$; 4) $\frac{12}{49}$ и $\frac{25}{49}$.

1020°. Вычислите:

1) $\frac{12}{31}+\frac{14}{31}$; 3) $\frac{24}{59}+\frac{17}{59}$; 5) $\frac{39}{151}+\frac{106}{151}$;

2) $\frac{22}{73}+\frac{39}{73}$; 4) $\frac{216}{253}+\frac{19}{253}$; 6) $\frac{240}{1237}+\frac{357}{1237}$.

1021°. Вычислите:

1) $\frac{23}{37}+\frac{14}{37}$; 3) $\frac{25}{59}+\frac{27}{59}$; 5) $\frac{116}{157}+\frac{26}{157}$;

2) $\frac{22}{83}+\frac{39}{83}$; 4) $\frac{26}{67}+\frac{17}{67}$; 6) $\frac{44}{123}+\frac{37}{123}$.

1022°. Найдите значение суммы $\frac{a}{c}+\frac{b}{c}+\frac{d}{c}$, если:

1) $a=1, b=2, c=5, d=1$;
2) $a=2, b=5, c=11, d=3$;
3) $a=7, b=6, c=23, d=5$.

1023°. Найдите сумму:

1) двух седьмых и трёх седьмых;
2) семнадцати двадцать седьмых и пяти двадцать седьмых;
3) девяти двадцать вторых и пяти двадцать вторых.

1024°. Сравните:

1) $\frac{11}{35}+\frac{12}{35}$ и $\frac{21}{35}$; 3) $\frac{27}{79}+\frac{28}{79}$ и $\frac{55}{79}$;

2) $\frac{27}{67}+\frac{32}{67}$ и $\frac{50}{67}$; 4) $\frac{25}{83}+\frac{35}{83}$ и $\frac{50}{83}$.

1025°. Сравните:

1) $\frac{12}{37}+\frac{19}{37}$ и $\frac{29}{37}$; 2) $\frac{34}{61}+\frac{23}{61}$ и $\frac{60}{61}$.

1026°. Сложите дроби:

1) $\frac{12}{30}+\frac{13}{30}$; 2) $\frac{21}{55}+\frac{34}{55}$; 3) $\frac{11}{56}+\frac{17}{56}$; 4) $\frac{15}{48}+\frac{17}{48}$.

1027°. Сложите дроби:

1) $\frac{23}{42}+\frac{5}{42}$; 2) $\frac{20}{49}+\frac{8}{49}$; 3) $\frac{41}{66}+\frac{25}{66}$; 4) $\frac{43}{81}+\frac{11}{81}$.

1028°. Найдите уменьшаемое, если разность равна $\frac{123}{143}$, а вычитаемое — $\frac{17}{143}$.

1029°. Решите уравнение:

1) $\frac{x}{19}-\frac{9}{19}=\frac{8}{19}$; 2) $\frac{x}{53}-\frac{14}{53}=\frac{28}{53}$; 3) $\frac{8}{29}+\frac{13}{29}=\frac{x}{29}$.

1030°. Решите уравнение:

1) $\frac{x}{31}-\frac{17}{31}=\frac{6}{31}$; 2) $\frac{x}{67}-\frac{15}{67}=\frac{48}{67}$; 3) $\frac{34}{89}+\frac{27}{89}=\frac{x}{89}$.

1031°. Чтобы пришить пуговицы к платью, Оксана затратила 15 мин, а чтобы погладить платье — 10 мин. Какую часть часа затратила девочка для приведения своего платья в порядок?

1032°. На уроке математики дети писали контрольную работу. $\frac{7}{33}$ всех учеников получили оценки от 10 до 12 баллов, $\frac{19}{33}$ — от 7 до 9 баллов, остальные ученики — оценки, ниже 6 баллов. Какая часть учеников получила хорошие оценки (от 7 до 12 баллов)?

1033°. Вычислите устно:

1) $\frac{12}{13}-\frac{7}{13}$; 2) $\frac{17}{19}-\frac{15}{19}$; 3) $\frac{12}{15}-\frac{12}{15}$.

1034°. Найдите разность дробей:

1) $\frac{35}{71}$ и $\frac{35}{71}$; 2) $\frac{53}{69}$ и $\frac{14}{69}$; 3) $\frac{45}{97}$ и $\frac{15}{97}$; 4) $\frac{27}{49}$ и $\frac{25}{49}$.

1035°. Вычислите:

1) $\frac{22}{31}-\frac{14}{31}$; 2) $\frac{52}{73}-\frac{39}{73}$; 3) $\frac{440}{1237}-\frac{337}{1237}$.

1036°. Найдите значение разности $\frac{a}{c}-\frac{b}{c}$, если:

1) $a=6, b=3, c=7$; 2) $a=8, b=5, c=11$.

1037°. Найдите разность дробей:

1) тринадцать пятнадцатых и семь пятнадцатых;

2) тридцать четыре сорок первых и тринадцать сорок первых;

3) пятьдесят восемь девяносто девятых и одиннадцать девяносто девятых.

1038°. Выполните вычитание дробей:

1) $\frac{23}{42}-\frac{5}{42}$; 2) $\frac{20}{49}-\frac{13}{49}$; 3) $\frac{41}{66}-\frac{25}{66}$; 4) $\frac{43}{81}-\frac{7}{81}$.

1039°. Сумма трёх дробей равна $\frac{112}{159}$, две из этих дробей равны $\frac{56}{159}$ и $\frac{37}{159}$. Найдите неизвестную дробь.

1040°. Сумма двух дробей равна $\frac{42}{43}$, а одна из дробей — $\frac{29}{43}$. Найдите вторую дробь.

1041°. Какие числа нужно подставить вместо букв a или b, чтобы равенство было верным:

1) $\frac{a}{17}+\frac{7}{17}=\frac{11}{17}$; 3) $\frac{15}{37}+\frac{a}{37}=\frac{34}{37}$;

2) $\frac{32}{41}-\frac{b}{41}=\frac{23}{41}$; 4) $\frac{b}{63}-\frac{13}{63}=\frac{27}{63}$?

1042°. Решите уравнение:

1) $\frac{x}{29}+\frac{13}{29}=\frac{28}{29}$; 2) $\frac{x}{79}+\frac{29}{79}=\frac{58}{79}$; 3) $\frac{52}{81}-\frac{x}{81}=\frac{29}{81}$.

1043°. Решите уравнение:

1) $\frac{17}{31}+\frac{x}{31}=\frac{26}{31}$; 2) $\frac{x}{89}+\frac{27}{89}=\frac{54}{89}$; 3) $\frac{53}{96}-\frac{x}{96}=\frac{27}{96}$.

1044°. $\frac{19}{33}$ девочек 5-Б класса посещает спортивные секции, причём $\frac{7}{33}$ занимается волейболом, а другая часть — гимнастикой. Какая часть девочек класса занимается гимнастикой?

1045. В магазин завезли партию овощей. $\frac{11}{17}$ всех овощей составляет перец, а $\frac{3}{17}$ — огурцы. На сколько больше завезли в магазин перца, чем огурцов?

1046. Вычислите:

1) $\left(\frac{16}{53}+\frac{26}{53}\right)+\frac{17}{53}$; 3) $\frac{24}{59}-\frac{17}{59}+\frac{35}{59}$; 5) $\frac{66}{151}+\left(\frac{111}{151}+\frac{44}{151}\right)$;

2) $\frac{73}{83}-\frac{49}{83}-\frac{19}{83}$; 4) $\frac{26}{93}+\left(\frac{54}{93}+\frac{17}{93}\right)$; 6) $\frac{72}{127}+\left(\frac{123}{127}+\frac{68}{127}\right)$.

1047. Вычислите:

1) $\left(\frac{13}{37}+\frac{14}{37}\right)+\frac{17}{37}$; 2) $\frac{72}{83}-\frac{29}{83}-\frac{17}{83}$; 3) $\frac{35}{59}-\frac{17}{59}+\frac{45}{59}$.

1048. Разместите следующие суммы в порядке возрастания их значений: $\frac{13}{47}+\frac{25}{47}$, $\frac{15}{47}+\frac{27}{47}$, $\frac{19}{47}+\frac{7}{47}$, $\frac{29}{47}+\frac{3}{47}$.

1049. Разместите следующие суммы в порядке убывания их значений: $\frac{32}{43}-\frac{17}{43}$, $\frac{22}{43}-\frac{9}{43}$, $\frac{37}{43}-\frac{8}{43}$, $\frac{28}{43}-\frac{19}{43}$.

1050. Найдите значение выражения $\frac{a}{c}-\left(\frac{b}{c}+\frac{d}{c}\right)$, если:

1) $a=51$, $b=23$, $c=77$, $d=14$;
2) $a=72$, $b=25$, $c=97$, $d=33$;
3) $a=107$, $b=26$, $c=127$, $d=66$.

1051. Решите уравнение:

1) $\frac{x}{39}+\frac{14}{39}+\frac{5}{39}=\frac{28}{39}$;

2) $\frac{x}{53}-\left(\frac{17}{53}+\frac{8}{53}\right)=\frac{27}{53}$;

3) $\frac{x}{89}+\left(\frac{39}{89}-\frac{17}{89}\right)=\frac{58}{89}$;

4) $\left(\frac{53}{101}+\frac{17}{101}\right)-\frac{x}{101}=\frac{32}{101}$.

1052. Решите уравнение:

1) $\frac{15}{41}+\frac{x}{41}+\frac{6}{41}=\frac{39}{41}$;

2) $\frac{36}{67}-\left(\frac{19}{67}-\frac{x}{67}\right)=\frac{28}{67}$;

3) $\frac{x}{85}-\left(\frac{37}{85}+\frac{11}{85}\right)=\frac{17}{85}$;

4) $\left(\frac{67}{111}+\frac{28}{111}\right)-\frac{x}{111}=\frac{35}{111}$.

1053. Отрезок AB длиной 26 см разделили на части точками M и N. Отрезок AM составляет $\frac{5}{13}$ отрезка AB, а отрезок MN — $\frac{7}{13}$ отрезка AB. Какова длина отрезка NB?

1054. Отрезок MN длиной 48 см разделён на части точками A и C. Отрезок MA составляет $\frac{3}{16}$ отрезка MN, отрезок AC — $\frac{7}{16}$ отрезка MN. Какова длина отрезка CN?

1055. В микрорайоне проживает 6300 детей школьного возраста. В первой школе учится $\frac{14}{45}$ всех учащихся, во второй школе — на $\frac{2}{45}$ учеников больше, чем в первой, а в третьей школе — на $\frac{3}{45}$ меньше, чем во второй. Остальные дети учатся в школах другого микрорайона. Какая часть детей учится в трёх школах вместе? Сколько детей учится в трёх школах вместе? Сколько детей учится в других школах?

1056. В конкурсе «Кенгуру» в 2010 г. приняло участие $\frac{1}{20}$ учеников школы, в 2011 г. — $\frac{3}{20}$ учеников школы, а в 2012 г. — на $\frac{1}{20}$ больше суммы учеников за два предыдущих года. Какая часть учеников приняла участие в конкурсе «Кенгуру» за три года? Сколько учащихся приняло участие в конкурсе за три года вместе, если в школе учится 600 учеников?

1057. Маша задумала дробь, которую сначала увеличила на $\frac{15}{83}$, а затем — ещё на $\frac{34}{83}$. В результате она получила $\frac{81}{83}$. Какое число задумала Маша?

1058. Андрей задумал дробь, которую сначала увеличил на $\frac{27}{91}$, а затем уменьшил на $\frac{19}{91}$. В результате он получил $\frac{82}{91}$. Какое число задумал Андрей?

1059. На сколько сумма $\frac{34}{137}+\frac{56}{137}$ меньше числа $\frac{108}{137}$ и больше разности $\frac{135}{137}-\frac{77}{137}$?

1060. На сколько сумма $\frac{134}{211}+\frac{17}{211}$ больше разности $\frac{134}{211}-\frac{117}{211}$ и меньше суммы $\frac{67}{211}+\frac{98}{211}$?

1061*. Вычислите: 1) $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{8}+\frac{1}{9}+\frac{1}{12}$; 2) $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{12}+\frac{1}{32}+\frac{1}{48}$.

1062*. Последовательно записаны несколько чисел. Первое число равно $\frac{1}{6}$, а каждое последующее — на $\frac{1}{3}$ больше предыдущего. Найдите число, стоящее на пятом месте в этой последовательности.

1063*. Найдите сумму чисел: $\frac{1}{101}+\frac{2}{101}+\ldots+\frac{100}{101}$.

1064*. Запишите дробь, знаменатель которой является наибольшим четырёхзначным числом, а числитель равен сумме всех трёхзначных чисел, каждое из которых записано одними и теми же цифрами.

ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

1065. Расстояние от Киева до Харькова составляет $\frac{478}{541}$ расстояния от Киева до Львова, а расстояние от Киева до Черкасс — на $\frac{289}{541}$ меньше. Какую часть расстояния от Киева до Львова составляет расстояние от Киева до Черкасс? Какое расстояние от Киева до Черкасс и от Киева до Харькова, если расстояние от Киева до Львова равно 541 км?

1066. Как разделить 7 буханок хлеба на 8 человек?

1067. Ира помогала маме по хозяйству. $\frac{5}{12}$ ч она мыла посуду, $\frac{3}{12}$ ч — подметала. Сколько времени Ира помогала маме?

ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

1068. Вычислите:
1) 11 120 + 5555 + 21 080 + 4445; 2) 8 ч 37 мин – 6 ч 56 мин.

1069. Расстояние между двумя городами 60 км. Из них одновременно в одном направлении выехали два велосипедиста. Скорость одного велосипедиста 12 км/ч, а другого, следующего за первым, — 15 км/ч. Через какое время второй велосипедист догонит первого?

1070. Решите уравнение:
1) $(140 - x) \cdot 15 = 1845$; 2) $325 - (x - 340) : 9 = 85$.

1071. Ира прочитала 60 страниц «Тореодоров из Васюковки» за 2 ч, а Олег — за 3 ч. Сколько времени нужно каждому из детей, чтобы прочитать книгу полностью, если в ней 540 страниц?

§ 27. ДОПОЛНЕНИЕ ПРАВИЛЬНОЙ ДРОБИ ДО ЕДИНИЦЫ. ВЫЧИТАНИЕ ДРОБИ ИЗ НАТУРАЛЬНОГО ЧИСЛА

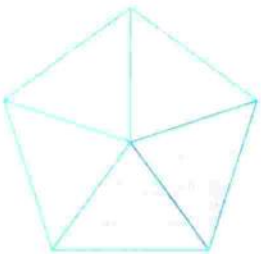


Рис. 216

Посмотрите на рисунок 216. Вы видите, что пятиугольник разделён на 5 равных треугольников. Два из них закрашены, а три — нет. Понятно, что закрашенная и незакрашенная части пятиугольника дополняют одна другую до целого пятиугольника. Эту мысль можно выразить с помощью дробей. Закрашенная часть составляет $\frac{2}{5}$ пятиугольника, а незакрашенная — $\frac{3}{5}$. Если пятиугольник — это 1, то можно сказать: дробь $\frac{2}{5}$ *дополняет* дробь $\frac{3}{5}$ *до 1*, и наоборот, дробь

$\frac{3}{5}$ дополняет дробь $\frac{2}{5}$ до 1. Иными словами, $\frac{2}{5}$ и $\frac{3}{5}$ являются парой дробей, дополняющих друг друга до 1.

Чтобы найти вторую дробь такой пары, нужно найти разность числа 1 и данной дроби. Для этого следует 1 обратить в неправильную дробь, а затем выполнить вычитание. Например: $1=\frac{5}{5}$, тогда $\frac{5}{5}-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$ или $\frac{5}{5}-\frac{3}{5}=\frac{2}{5}$.

Вы наверняка заметили, что сумма числителей дробей такой пары всегда равна знаменателю. Поэтому, чтобы найти вторую дробь такой пары, достаточно найти разность знаменателя и числителя данной дроби и записать это число в числителе искомой дроби.

Обратите внимание:

разность числа 1 и правильной дроби является дробью, дополняющей данную дробь до 1.

Можно ли вычесть обыкновенную дробь из целого числа? Рассмотрим задачу.

Задача 1. Найдите разность числа 4 и дроби $\frac{3}{2}$.

Решение. У данной дроби знаменатель 2, поэтому представим число 4 в виде неправильной дроби с таким же знаменателем: $4=\frac{8}{2}$. Найдём разность полученной дроби и данной: $\frac{8}{2}-\frac{3}{2}=\frac{5}{2}$. Эта разность $\frac{5}{2}$ — неправильная дробь, поэтому выделим в ней целую часть: $\frac{5}{2}=2\frac{1}{2}$. Итак, $4-\frac{3}{2}=2\frac{1}{2}$.

$$4-\frac{3}{2}=\frac{8}{2}-\frac{3}{2}=\frac{8-3}{2}=\frac{5}{2}=2\frac{1}{2}$$

Запомните!

Правило вычитания дроби из натурального числа.
Чтобы вычесть дробь из натурального числа, нужно:

1) **записать натуральное число в виде неправильной дроби со знаменателем, как у данной дроби;**
2) **выполнить вычитание дробей с одинаковыми знаменателями;**
3) **если в разности получили неправильную дробь, то в ней нужно выделить в ней целую часть.**

Особым является случай, когда вычитаемое — правильная дробь. Тогда можно действовать и по-другому.

Задача 2. Винни-Пух в гостях у Кролика нашёл бочонок мёда и съел $\frac{2}{3}$ кг этого мёда (рис. 217). Сколько мёда осталось у Кролика, если в бочонке его было 3 кг?



Рис. 217

Решение.

Было — 3 кг

Съел — $\frac{2}{3}$ кг

Осталось — ?

Тогда: $3-\frac{2}{3}=(2+1)-\frac{2}{3}=2+\left(1-\frac{2}{3}\right)=$

$=2+\frac{1}{3}=2\frac{1}{3}$ (кг).

Ответ: у Кролика осталось $2\frac{1}{3}$ кг мёда.

Обратите внимание:

разностью натурального числа, большего 1, и правильной дроби является смешанное число, целая часть которого на 1 меньше данного числа, а дробная часть является дополнением данной дроби до 1.



Узнайте больше



Феофан Прокопович (1681—1736) — украинский богослов, писатель, поэт, математик, философ, видный деятель науки, культуры и образования первой половины XVIII в. Учился в Киево-Могилянской коллегии на философском отделении. Затем продолжил своё образование в Польше и Италии. Вернулся в Киев и преподавал в Киево-Могилянской академии. В 1711–1716 гг. Феофан Прокопович — ректор этой академии. Под руководством Ф. Прокоповича академия стала передовым вузом Европы. Ф. Прокопович — автор «Букваря», по которому многие десятилетия учились украинцы, русские, белорусы, греки, молдаване, сербы, грузины, болгары. Его произведения были широко известны во всех восточнославянских странах. Ф. Прокопович уделял большое внимание и математике. В 1707–1708 гг. в цикл лекций по философии в Киево-Могилянской академии он включил лекции по математике. Это был первый курс математики, построенный на научной основе.

ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ

1. Как найти дробь, дополняющую правильную дробь до 1?
2. Какие две дроби взаимно дополняют друг друга до 1?
3. Как вычесть правильную дробь из единицы?
4. Как вычесть дробь из натурального числа?
5. Как вычесть правильную дробь из натурального числа?
6. Чему равна разность натурального числа, большего 1, и правильной дроби?

РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

1072°. Какая из данных дробей дополняет дробь $\frac{3}{11}$ до 1:

1) $\frac{3}{11}$; 2) $\frac{6}{11}$; 3) $\frac{8}{11}$; 4) $\frac{1}{11}$?

1073°. Какие из данных пар дробей взаимно дополняют друг друга до 1:

1) $\frac{3}{7}$ и $\frac{3}{7}$; 2) $\frac{3}{7}$ и $\frac{5}{7}$; 3) $\frac{3}{7}$ и $\frac{4}{7}$; 4) $\frac{4}{7}$ и $\frac{2}{7}$?

1074°. Представьте число 2 в виде неправильной дроби со знаменателем:

1) 3; 2) 4; 3) 5; 4) 8.

1075°. Представьте число 5 в виде неправильной дроби со знаменателем:

1) 2; 2) 5; 3) 6; 4) 10.

1076°. Нужно из 1 вычесть $\frac{4}{5}$.

1) Какой будет у разности знаменатель: а) 4; б) 5; в) 10; г) 1?
2) Какой будет у разности числитель: а) 5; б) 4; в) 1; г) 0?
3) Назовите дробь, которую получим в результате вычитания.

1077°. Если из 1 вычесть $\frac{2}{8}$, то получим дробь, у которой:

1) знаменатель равен: а) 2; б) 8; в) 6; г) 1;
2) числитель равен: а) 8; б) 2; в) 6; г) 1.

1078°. Вычислите:

1) $1-\frac{4}{17}$; 2) $1-\frac{13}{15}$; 3) $1-\frac{4}{47}$.

1079°. Вычислите:

1) $1-\frac{3}{22}$; 2) $1-\frac{24}{25}$; 3) $1-\frac{16}{37}$.

1080°. Сумма двух дробей равна 1, одна из дробей равна $\frac{29}{43}$.

Найдите другую дробь.

1081°. Верно ли, что разность $2-\frac{3}{5}$ равна:

1) $\frac{4}{5}$; 2) $1\frac{2}{5}$; 3) $\frac{2}{5}$?

1082°. Верно ли, что разность $3-\frac{1}{3}$ равна:

1) $1\frac{2}{3}$; 2) $2\frac{1}{3}$; 3) $2\frac{2}{3}$?

1083°. Вычислите:

1) $2-\frac{4}{11}$; 3) $5-\frac{6}{7}$; 5) $6-\frac{10}{11}$;

2) $4-\frac{2}{5}$; 4) $10-\frac{4}{9}$; 6) $10-\frac{5}{8}$.

1084°. Вычислите:

1) $3-\frac{2}{3}$; 3) $11-\frac{3}{7}$; 5) $8-\frac{8}{11}$;

2) $5-\frac{5}{6}$; 4) $10-\frac{2}{9}$; 6) $4-\frac{12}{13}$.

1085°. Сумма двух чисел равна 6, а одно из них равно $\frac{32}{43}$. Найдите другое число.

1086°. Сумма трёх чисел равна 11. Два из этих чисел известны и равны $\frac{10}{19}$ и $\frac{7}{19}$. Найдите неизвестное число.

1087°. Вычислите:

1) $2-\frac{4}{17}$; 3) $3-\frac{4}{7}$; 5) $5-\frac{10}{11}$;

2) $4-\frac{3}{5}$; 4) $10-\frac{2}{15}$; 6) $11-\frac{3}{8}$.

1088°. Вычислите:

1) $3-\frac{3}{22}$; 3) $7-\frac{6}{7}$; 5) $11-\frac{7}{11}$;

2) $5-\frac{4}{5}$; 4) $10-\frac{2}{13}$; 6) $8-\frac{3}{7}$.

1089 . Найдите разность чисел:

1) 2 и $\frac{15}{21}$; 2) 3 и $\frac{14}{19}$; 3) 5 и $\frac{13}{17}$.

1090 . Найдите разность:

1) числа два и четырёх седьмых;
2) числа три и пяти восьмых;
3) числа четыре и одной девятой.

1091 . Сравните:

1) $1-\frac{12}{35}$ и $\frac{21}{35}$; 3) $5-\frac{18}{19}$ и $4\frac{11}{19}$;

2) $2-\frac{16}{33}$ и $1\frac{16}{33}$; 4) $13-\frac{26}{33}$ и $12\frac{7}{33}$.

1092 . Сравните:

1) $1-\frac{17}{26}$ и $\frac{7}{26}$; 3) $12-\frac{19}{21}$ и $11\frac{5}{21}$;

2) $2-\frac{11}{26}$ и $1\frac{17}{26}$; 4) $23-\frac{15}{22}$ и $22\frac{9}{22}$.

1093 . Сумма трёх дробей равна 2. Две из этих дробей равны $\frac{12}{19}$ и $\frac{17}{19}$. Найдите неизвестную дробь.

1094 . Уменьшаемое 2, разность $\frac{24}{35}$. Найдите вычитаемое.

1095 . Уменьшаемое 3, разность $\frac{14}{17}$. Найдите вычитаемое.

1096 . В магазин завезли партию фруктов. $\frac{7}{23}$ всех фруктов составляют бананы, $\frac{8}{23}$ — апельсины, а остальное — мандарины. Какую часть фруктов, завезённых в магазин, составляют мандарины? Сколько килограммов каждого вида фруктов было завезено в магазин, если всего было завезено 345 кг фруктов?

1097 . Решите уравнение:

1) $\frac{x}{29}+\frac{13}{29}=1$; 2) $3-\frac{x}{23}=\frac{15}{23}$; 3) $\frac{7}{9}+\frac{x}{9}=5$.

1098. Решите уравнение:

1) $\frac{x}{25}+\frac{17}{25}=1$; 2) $5-\frac{x}{14}=\frac{9}{14}$; 3) $\frac{x}{17}+\frac{13}{17}=7$.

1099. Найдите значение разности $2-\frac{a}{c}$, если:

1) $a=2, c=5$; 2) $a=3, c=7$; 3) $a=5, c=9$.

1100. Вычислите:

1) $4-\frac{2}{16}-\frac{17}{16}$; 3) $4-\frac{11}{49}-\frac{52}{49}$;

2) $5-\frac{45}{43}-\frac{23}{43}$; 4) $10-\frac{22}{15}-\frac{34}{15}$.

1101. Вычислите:

1) $3-\frac{17}{47}-\frac{53}{47}$; 3) $10-\frac{55}{31}-\frac{69}{31}$;

2) $5-\frac{35}{33}-\frac{22}{33}$; 4) $12-\frac{133}{101}-\frac{166}{101}$.

1102. Вычислите:

1) $2-\left(\frac{16}{33}+\frac{17}{33}\right)$; 3) $4-\left(\frac{27}{55}+\frac{48}{55}\right)$;

2) $3-\left(\frac{39}{43}-\frac{19}{43}\right)$; 4) $10-\left(\frac{34}{41}-\frac{17}{41}\right)$.

1103. Вычислите:

1) $3-\left(\frac{20}{27}+\frac{14}{27}\right)$; 3) $4-\left(\frac{17}{25}+\frac{11}{25}\right)$;

2) $5-\left(\frac{19}{22}-\frac{9}{22}\right)$; 4) $8-\left(\frac{39}{40}-\frac{14}{40}\right)$.

1104. Найдите значение выражения $a-\left(\frac{b}{c}+\frac{d}{c}\right)$, если:

1) $a=3, b=13, c=27, d=7$;
2) $a=7, b=16, c=35, d=11$;
3) $a=5, b=67, c=120, d=43$.

1105. Найдите значение выражения $a-\left(\frac{b}{c}-\frac{d}{c}\right)$, если:

1) $a=3, b=9, c=13, d=7$; 2) $a=5, b=25, c=26, d=3$.

1106. Решите уравнение:

1) $\frac{x}{39}+\left(\frac{13}{39}+\frac{25}{39}\right)=2$;

2) $2-\left(\frac{17}{43}+\frac{x}{43}\right)=\frac{47}{43}$;

3) $\frac{x}{89}+\left(1-\frac{17}{89}\right)=\frac{78}{89}$;

4) $\left(\frac{53}{101}+\frac{48}{101}\right)-\frac{x}{101}=\frac{27}{101}$.

1107. Решите уравнение:

1) $2-\left(\frac{x}{41}+\frac{18}{41}\right)=\frac{49}{41}$;

2) $1-\left(\frac{49}{67}-\frac{x}{67}\right)=\frac{18}{67}$;

3) $\frac{x}{85}-\left(1-\frac{51}{85}\right)=\frac{17}{85}$;

4) $\left(\frac{67}{121}+\frac{54}{121}\right)-\frac{x}{121}=\frac{21}{121}$.

1108. В конкурсе «Кенгуру» участвовали ученики школы «Умники». Из них красный диплом получили $\frac{3}{25}$ учеников, синий — на $\frac{6}{25}$ больше, чем предыдущих, а зелёный — остальные ученики. Какая часть учеников получила зелёные дипломы? Сколько дипломов каждого вида получили ученики школы, если всего в конкурсе приняло участие 625 учеников?

1109. Маша задумала дробь, которую сначала увеличила на $\frac{63}{71}$, а затем — ещё на $\frac{75}{71}$. В результате получила число 3. Какую дробь задумала Маша?

1110*. Разность числа и его четверти равна 9. Найдите это число.

1111*. Сумма числа и его четверти равна 30. Найдите это число.

1112*. Вычислите: $3-\frac{1}{2}-\frac{1}{6}-\frac{1}{8}-\frac{1}{18}$.

1113*. Какие числа нужно поставить вместо звёздочек, чтобы получить верные равенства:

1) $\frac{15}{17}+\frac{*}{17}=\frac{*}{17}=1\frac{14}{17}$;

2) $2\frac{*}{10}+4\frac{7}{10}=6\frac{*}{10}=7$;

3) $12-4\frac{*}{8}=11\frac{*}{8}-4\frac{*}{8}=7\frac{3}{8}$;

4) $5\frac{1}{9}-2\frac{*}{9}=4\frac{*}{9}-2\frac{*}{9}=2\frac{5}{9}$?

1114*. Первое число в последовательности равно 3, а каждое последующее — на $\frac{1}{8}$ меньше предыдущего. Найдите число, стоящее на седьмом месте в этой последовательности.

ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

1115. Выполните вычитание с помощью дробей:
1) 1 ч – 45 мин; 2) 2 м – 8 дм; 3) 3 сут – 10 ч

1116. Одна сторона клумбы треугольной формы равна 1 м, вторая — на $\frac{2}{7}$ м меньше первой, а третья — на $\frac{5}{7}$ м меньше первой стороны. Найдите периметр клумбы.

ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

1117. Вычислите:
1) $35 \cdot 166 - 66 \cdot 35$; 2) $(18 \cdot 49 - 16 \cdot 49) : 14 - 7$.

1118. Разность двух чисел равна 80. Одно из них в 6 раз меньше другого. Найдите эти числа.

1119. Луч ON — внутренний луч угла AOB. Найдите:
1) $\angle AON$, если $\angle AOB = 88°$ и $\angle BON = 54°$;
2) $\angle AOB$, если $\angle AON = 108°$ и $\angle BON = 27°$.

1120. На математическом турнире три команды вместе решили 36 задач. Первая команда решила на 3 задачи меньше второй, а третья — на 6 меньше количества задач, решённых первой и второй командами вместе. Сколько задач решила каждая команда? Какая команда победила в турнире?

§28. СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ СМЕШАННЫХ ЧИСЕЛ

Вы уже знаете, как складывать и вычитать натуральные числа и дроби с одинаковыми знаменателями. Смешанные числа тоже можно складывать и вычитать. В этом параграфе мы рассмотрим правила сложения и вычитания смешанных чисел, у которых дробные части — дроби с одинаковыми знаменателями. С другими случаями вы ознакомитесь в 6 классе.

Задача 1. Найдите сумму: $2\frac{5}{11}+3\frac{7}{11}$.

Решение. Обратим каждое из данных чисел в неправильную дробь:

$2\frac{5}{11}=\frac{27}{11}$, $3\frac{7}{11}=\frac{40}{11}$. Теперь сложим полученные дроби, пользуясь правилом сложения дробей с одинаковыми знаменателями: $\frac{27}{11}+\frac{40}{11}=\frac{67}{11}$. В полученной сумме выделим целую и дробную части: $\frac{67}{11}=6\frac{1}{11}$. Итак, $2\frac{5}{11}+3\frac{7}{11}=6\frac{1}{11}$.

$$2\frac{5}{11}+3\frac{7}{11}=\frac{27}{11}+\frac{40}{11}=\frac{67}{11}=6\frac{1}{11}$$

Запомните!

Правило сложения смешанных чисел.

Чтобы найти сумму двух смешанных чисел, нужно:

1) **представить данные числа в виде неправильных дробей;**
2) **сложить эти дроби;**
3) **в полученной сумме выделить целую и дробную части.**

? Можно ли иначе складывать смешанные числа? Да. Рассмотрим пример.

Задача 2. Для пошива сценических костюмов для школьного театра нужно купить $9\frac{3}{5}$ м ткани красного цвета и $6\frac{1}{5}$ м ткани белого цвета. Сколько всего метров ткани нужно закупить?

Решение.

Красная ткань – $9\frac{3}{5}$ м
Белая ткань – $6\frac{1}{5}$ м
} ?

Тогда: $9\frac{3}{5}+6\frac{1}{5}=\left(9+\frac{3}{5}\right)+\left(6+\frac{1}{5}\right)=$

$=(9+6)+\left(\frac{3}{5}+\frac{1}{5}\right)=15+\frac{4}{5}=15\frac{4}{5}$ (м).

Ответ: нужно закупить $15\frac{4}{5}$ м ткани.

? Можно ли этим способом сложить три и более смешанных чисел? Да. Например:

$$1\frac{1}{21}+2\frac{3}{21}+3\frac{5}{21}+4\frac{7}{21}=(1+2+3+4)+$$

$$+\left(\frac{1}{21}+\frac{3}{21}+\frac{5}{21}+\frac{7}{21}\right)=10+\frac{16}{21}=10\frac{16}{21}.$$

При сложении смешанных чисел сумма их дробных частей может оказаться неправильной дробью. Тогда нужно выделить в ней целую и дробную части, а дальше выполнить сложение по правилу сложения смешанных чисел. Например:

$$2\frac{5}{11}+3\frac{7}{11}=(2+3)+\left(\frac{5}{11}+\frac{7}{11}\right)=$$

$$=5+\frac{12}{11}=5+1\frac{1}{11}=(5+1)+\frac{1}{11}=6+\frac{1}{11}=6\frac{1}{11}.$$

Обратите внимание:

сложение смешанных чисел, так же, как и сложение натуральних чисел, подчиняется переместительному и сочетательному законам сложения.

Действие вычитания смешанных чисел выполняется по правилу, аналогичному правилу сложения таких чисел.

Запомните!

Правило вычитания смешанных чисел.

Чтобы найти разность двух смешанных чисел, нужно:

1) **записать смешанные числа в виде неправильних дробей;**
2) **вычесть эти дроби;**
3) **в полученной разности выделить целую и дробную части.**

Например: $3\frac{4}{5}-1\frac{3}{5}=\frac{19}{5}-\frac{8}{5}=\frac{11}{5}=2\frac{1}{5}$.

? Как из целого числа вычесть смешанное число? Для этого нужно обратить уменьшаемое и вычитаемое в неправильные дроби и выполнить вычитание. Например:

$$3-1\frac{3}{7}=\frac{21}{7}-\frac{10}{7}=\frac{11}{7}=1\frac{4}{7}.$$



Узнайте больше

Найти разность двух смешанных чисел можно, как и при сложении, не преобразуя данные числа в неправильные дроби. Например:

$$3\frac{4}{5}-1\frac{3}{5}=\left(3+\frac{4}{5}\right)-\left(1+\frac{3}{5}\right)=(3-1)+\left(\frac{4}{5}-\frac{3}{5}\right)=2\frac{1}{5}.$$

Если дробная часть уменьшаемого меньше дробной части вычитаемого, то: 1) у целой части уменьшаемого «одалживают» 1; 2) представляют 1 в виде неправильной дроби со знаменателем, равным знаменателю дробной части уменьшаемого; 3) прибавляют его к дробной части уменьшаемого; 4) выполняют вычитание известным способом. Например, нужно найти разность $5\frac{4}{7}-2\frac{5}{7}$. Видим, что $\frac{4}{7}<\frac{5}{7}$. Поэтому будем действовать по приведённому плану:

$$5\frac{4}{7}-2\frac{5}{7}=4\frac{11}{7}-2\frac{5}{7}=2\frac{6}{7}.$$

ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ

1. Сформулируйте правило сложения смешанных чисел.
2. Как сложить два, три и более смешанных чисел?
3. Сформулируйте правило вычитания смешанных чисел.
4. Как из целого числа вычесть смешанное число?

РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

1121. Нужно сложить два смешанных числа $5\frac{1}{7}$ и $6\frac{2}{7}$.

1) Запишите число $5\frac{1}{7}$ в виде неправильной дроби.

2) Запишите число $6\frac{2}{7}$ в виде неправильной дроби.

3) Найдите сумму дробей, полученных в пунктах 1 и 2. В полученной дроби выделите целую и дробную части.

1122. Нужно сложить два смешанных числа $1\frac{1}{5}$ и $3\frac{3}{5}$.

1) Какой будет целая часть у их суммы: а) 1; б) 3; в) 4; г) 5?

2) Какой будет дробная часть у их суммы: а) $\frac{3}{5}$; б) $\frac{4}{5}$; в) $\frac{1}{5}$; г) $\frac{3}{25}$?

3) Назовите число, которое будет результатом сложения данных смешанных чисел.

1123. Верно ли, что суммой чисел $2\frac{4}{17}$ и $5\frac{2}{17}$ является число:

1) $7\frac{6}{34}$; 2) $10\frac{8}{17}$; 3) $7\frac{6}{17}$; 4) $8\frac{6}{17}$?

1124. Нужно найти разность чисел $15\frac{3}{4}$ и $10\frac{1}{4}$.

1) Запишите число $15\frac{3}{4}$ в виде неправильной дроби.

2) Запишите число $10\frac{1}{4}$ в виде неправильной дроби.

3) Найдите разность неправильных дробей, полученных в пунктах 1 и 2. В полученной дроби выделите целую и дробную части.

1125. Нужно выполнить вычитание двух смешанных чисел $4\frac{7}{9}$ и $1\frac{4}{9}$.

1) Какой будет целая часть у их разности: а) 4; б) 3; в) 2; г) 1?
2) Какой будет дробная часть у их разности:
а) $\frac{11}{9}$; б) $\frac{3}{9}$; в) $\frac{3}{18}$; г) $\frac{2}{9}$?

3) Назовите число, являющееся результатом вычитания данных смешанных чисел.

1126. Верно ли, что $7\frac{9}{13}-4\frac{3}{13}$ равно:

1) $11\frac{3}{13}$; 2) $11\frac{6}{13}$; 3) $3\frac{3}{13}$; 4) $3\frac{6}{13}$?

1127°. Вычислите:

1) $5\frac{2}{25}+6\frac{4}{25}$; 3) $5\frac{11}{29}+9\frac{4}{29}$; 5) $10\frac{9}{11}+\frac{2}{11}$;

2) $7\frac{7}{28}+3\frac{3}{28}$; 4) $8\frac{6}{25}+8\frac{3}{25}$; 6) $11\frac{4}{13}+2\frac{9}{13}$.

1128°. Вычислите:

1) $3\frac{3}{7}+14\frac{3}{7}$; 2) $6\frac{5}{13}+7\frac{3}{13}$; 3) $2\frac{3}{5}+6\frac{1}{5}$; 4) $7\frac{11}{22}+5\frac{7}{22}$.

1129°. Найдите сумму чисел:

1) $3\frac{5}{21}$ и $4\frac{4}{21}$; 3) $6\frac{15}{17}$ и $10\frac{2}{17}$; 5) $7\frac{12}{15}$ и $8\frac{13}{15}$;

2) $3\frac{13}{19}$ и $11\frac{14}{19}$; 4) $25\frac{2}{9}$ и $4\frac{8}{9}$; 6) $11\frac{11}{13}$ и $22\frac{12}{13}$.

1130°. Найдите сумму:

1) трёх целых двух седьмых и пяти целых трёх седьмых;
2) шести целых семнадцати двадцать первых и пяти целых трёх двадцать первых;
3) девяти целых четырёх одиннадцатых и двух целых семи одиннадцатых.

1131°. Сравните:

1) $11\frac{2}{13}+\frac{12}{13}$ и 12; 2) $7\frac{17}{21}+2\frac{3}{21}$ и 10;

3) $6\frac{7}{9}+8\frac{2}{9}$ и 14; 4) $8\frac{5}{18}+6\frac{14}{18}$ и 15.

1132°. Сравните:

1) $7\frac{4}{15}+5\frac{11}{15}$ и 12; 2) $5\frac{7}{17}+4\frac{10}{17}$ и $10\frac{1}{17}$; 3) $9\frac{9}{11}+3\frac{2}{11}$ и 13.

1133°. Найдите уменьшаемое, если разность равна $10\frac{12}{13}$, а вычитаемое — $1\frac{4}{13}$.

1134°. Между какими последовательными натуральными числами на координатном луче размещены смешанные числа, полученные в результате сложения следующих чисел:

1) $2\frac{2}{7}+1\frac{1}{7}$; 2) $5\frac{6}{11}+3\frac{3}{11}$; 3) $11\frac{3}{5}+2\frac{1}{5}$; 4) $12\frac{7}{12}+5\frac{1}{12}$?

1135°. Вычислите:

1) $5\frac{21}{25}-3\frac{4}{25}$; 3) $15\frac{11}{29}-9\frac{4}{29}$; 5) $10\frac{3}{11}-3\frac{10}{11}$;

2) $7\frac{17}{28}-3\frac{8}{28}$; 4) $8\frac{6}{15}-6\frac{7}{15}$; 6) $11\frac{4}{13}-2\frac{9}{13}$.

1136°. Вычислите:

1) $13\frac{3}{7}-4\frac{2}{7}$; 2) $7\frac{11}{22}-5\frac{17}{22}$; 3) $9\frac{11}{15}-4\frac{14}{15}$; 4) $10\frac{7}{12}-8\frac{11}{12}$.

1137°. Найдите разность чисел:

1) $5\frac{5}{11}$ и $4\frac{9}{11}$; 3) $6\frac{5}{7}$ и $4\frac{6}{7}$; 5) $17\frac{12}{15}$ и $8\frac{3}{15}$;

2) $13\frac{8}{9}$ и $11\frac{4}{9}$; 4) $25\frac{2}{9}$ и $4\frac{8}{9}$; 6) $11\frac{11}{13}$ и $9\frac{12}{13}$.

1138°. Сравните:

1) $7\frac{2}{7}-\frac{3}{7}$ и 7; 2) $7\frac{7}{11}-6\frac{9}{11}$ и 1; 3) $6\frac{5}{9}-3\frac{8}{9}$ и $2\frac{2}{9}$.

1139°. Сравните:

1) $7\frac{14}{15}-5\frac{11}{15}$ и $2\frac{3}{15}$; 2) $5\frac{7}{17}-4\frac{10}{17}$ и $\frac{3}{17}$; 3) $9\frac{7}{11}-3\frac{9}{11}$ и 6.

1140°. Найдите вычитаемое, если разность равна $8\frac{2}{9}$, а уменьшаемое — $10\frac{7}{9}$.

1141°. Найдите неизвестное слагаемое, если сумма равна $16\frac{2}{5}$, а известное слагаемое — $\frac{77}{5}$.

1142°. Найдите неизвестное слагаемое, если сумма равна $11\frac{3}{7}$, а известное слагаемое — $\frac{65}{7}$.

1143°. Определите координаты точек, изображённых на рисунке 218. Найдите длины всех возможных отрезков.

1144°. Определите координаты точек, изображённых на рисунке 219. Найдите длины всех возможных отрезков.

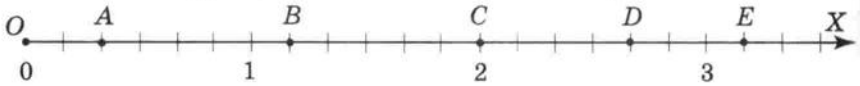


Рис. 218

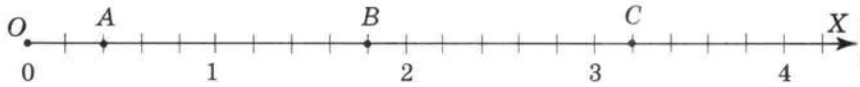


Рис. 219

1145°. Начертите координатный луч. За единичный отрезок примите длину трёх клеточек тетради. Отметьте на этом луче точки $A\left(1\frac{1}{3}\right)$, $B\left(2\frac{2}{3}\right)$, $C\left(\frac{1}{3}\right)$, $D\left(4\frac{2}{3}\right)$, $K\left(3\frac{1}{3}\right)$. Найдите длины всех возможных отрезков.

1146°. Начертите координатный луч. За единичный отрезок примите длину четырёх клеточек тетради. Отметьте на этом луче точки $F\left(1\frac{3}{4}\right)$, $K\left(2\frac{1}{4}\right)$, $N\left(1\frac{1}{4}\right)$, $M\left(3\frac{1}{4}\right)$, $E\left(\frac{2}{4}\right)$. Найдите длины всех возможных отрезков.

1147°. Решите уравнение:

1) $\frac{x}{13}-\frac{9}{13}=2\frac{8}{13}$; 2) $4\frac{4}{23}-\frac{x}{23}=3\frac{6}{23}$; 3) $2\frac{8}{29}+\frac{x}{29}=3\frac{5}{29}$.

1148°. Решите уравнение:

1) $\frac{x}{9}-\frac{7}{9}=3\frac{7}{9}$; 2) $5\frac{4}{15}-\frac{x}{15}=4\frac{7}{15}$; 3) $3\frac{18}{19}+\frac{x}{19}=4\frac{15}{19}$.

1149. Вычислите:

1) $\left(1\frac{3}{13}+2\frac{2}{13}\right)+3\frac{7}{13}$; 3) $5\frac{6}{17}+\left(6\frac{16}{17}+13\frac{8}{17}\right)$;

2) $5\frac{7}{18}+\left(4\frac{11}{18}+2\frac{10}{18}\right)$; 4) $11\frac{16}{23}+\left(4\frac{14}{23}+7\frac{13}{23}\right)$.

1150. Вычислите:

1) $\left(3\frac{13}{21}+5\frac{14}{21}\right)+8\frac{16}{21}$; 2) $15\frac{1}{27}+\left(6\frac{17}{27}+4\frac{19}{27}\right)$.

1151. Разместите в порядке возрастания значения выражений:

$2\frac{3}{17}+5\frac{5}{17}$, $4\frac{6}{17}+3\frac{7}{17}$, $1\frac{9}{17}+6\frac{16}{17}$, $3\frac{9}{17}+3\frac{15}{17}$.

1152. Разместите в порядке убывания значения выражений:

$2\frac{12}{13}+6\frac{7}{13}$, $1\frac{9}{13}+7\frac{9}{13}$, $5\frac{5}{13}+3\frac{8}{13}$, $4\frac{9}{13}+3\frac{11}{13}$.

1153. Найдите периметр треугольника, если одна его сторона равна $5\frac{5}{8}$ дм, вторая — на $3\frac{2}{8}$ дм больше первой, а третья — на $1\frac{1}{8}$ дм больше второй.

1154. Вычислите сумму длин всех рёбер пирамиды $DABC$, если $DA=DB=DC=2\frac{5}{11}$ см, $BC=AB=AC=6\frac{3}{11}$ см.

1155. Найдите сумму длин всех рёбер прямоугольного параллелепипеда, если его ширина равна $4\frac{5}{7}$ см, высота — на $2\frac{2}{7}$ см больше ширины, а длина — на $1\frac{6}{7}$ см меньше высоты.

1156. Найдите сумму длин всех рёбер прямоугольного параллелепипеда, если его ширина равна $13\frac{2}{9}$ см, высота — на $4\frac{4}{9}$ см меньше ширины, а длина — на $10\frac{7}{9}$ см больше высоты.

1157. Маша задумала число, которое сначала увеличила на $3\frac{15}{83}$, а затем — ещё на $2\frac{34}{83}$. В результате получила $7\frac{11}{83}$. Какое число задумала Маша?

1158. На сколько число $11\frac{13}{21}+22\frac{19}{21}$ больше числа $54\frac{16}{21}-21\frac{17}{21}$ и меньше числа $26\frac{7}{21}+9\frac{20}{21}$?

1159. Горы Áпецка, Боревка и Говерла находятся в Украинских Карпатах. Гора Апецка имеет высоту $1\frac{512}{1000}$ км, гора Боревка — $1\frac{695}{1000}$ км, а гора Говерла — $2\frac{61}{1000}$ км. На сколько гора Говерла выше, чем горы Апецка и Боревка?

1160. Разместите на координатном луче точки, координаты которых равны значениям выражений: $3\frac{2}{5}-2\frac{3}{5}$, $7\frac{3}{5}-5\frac{4}{5}$, $1\frac{2}{5}+1\frac{1}{5}$.

1161. Разместите на координатном луче точки, координаты которых равны значениям выражений: $1\frac{3}{4}+1\frac{1}{4}$, $5\frac{1}{4}-3\frac{3}{4}$, $10\frac{2}{4}-8\frac{3}{4}$.

1162*. В развёрнутом угле MON проведены внутренние лучи OK и OL. Найдите градусную меру угла MOK, если $\angle KOL = 88\frac{8}{18}^\circ$ и $\angle MOK = \angle NOL$.

1163*. Катер по течению реки проходит $11\frac{5}{6}$ км за час, а против течения — $4\frac{1}{2}$ км за час. Найдите скорость катера и скорость течения реки.

1164*. Известно, что сумма двух смешанных чисел, первое из которых больше второго, равна 7. Разность их целых частей равна 2, а разность дробных частей — $\frac{7}{17}$. Найдите эти числа.

1165*. Известно, что разность двух смешанных чисел, первое из которых меньше второго, равна 1. Сумма их целых частей равна 7, а суммой дробных частей является смешанным числом, дробная часть которого равна $\frac{4}{6}$. Найдите эти числа.

ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

1166. Приусадебный участок нужно оградить забором. Участок имеет форму прямоугольника со сторонами $10\frac{5}{6}$ м и $7\frac{2}{6}$ м. Сколько метров забора нужно приобрести, чтобы оградить участок?

1167. Таня заплатила за печенье $7\frac{3}{25}$ грн, а за конфеты — $15\frac{7}{25}$ грн. Мама дала Тане для покупки 30 грн. Сколько денег осталось у Тани?

1168. Тарас и Андрей решили купить мороженое. У Тараса было 5 грн, а у Андрея — $4\frac{7}{20}$ грн. Порция мороженого стоит 4 грн 55 к. Хватило ли каждому из мальчиков денег на мороженое? Если нет, то кто, у кого и сколько одолжил?

ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

1169. Вычислите удобным способом:
1) $4 \cdot 17 \cdot 50$; 2) $25 \cdot 123 \cdot 4$; 3) $(357 \cdot 125) \cdot 8$.

1170. За 30 дней на фабрике планировали пошить 240 костюмов. Однако каждый день шили на 2 костюма больше, чем планировали. За сколько дней на фабрике выполнили план?

1171. Решите уравнение: 1) $3^3 + 5x = 2^5$; 2) $225 - 4x = 5^3$.

1172. Сколько трёхзначных чисел можно составить из цифр 3, 5, 0?

ПРОВЕРЬТЕ, КАК УСВОИЛИ МАТЕРИАЛ

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Сформулируйте правило сложения двух дробей с одинаковыми знаменателями.
2. Сформулируйте правило вычитания двух дробей с одинаковыми знаменателями.
3. Чему равна разность двух дробей с одинаковыми знаменателями, числители которых равны?
4. Как найти дробь, дополняющую правильную дробь до 1?
5. Какие две дроби взаимно дополняют друг друга до 1?
6. Как вычесть правильную дробь из единицы?
7. Чему равна разность натурального числа, не равного 1, и правильной дроби?
8. Сформулируйте правило сложения смешанных чисел.
9. Сформулируйте правило вычитания смешанных чисел.
10. Как из целого числа вычесть смешанное число?

ПРОВЕРЬТЕ, КАК УСВОИЛИ МАТЕРИАЛ

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

Внимательно прочитайте задачи и найдите среди предложенных ответов верный. Для выполнения тестового задания нужно 10 –15 мин.

1°. Вычислите: $2-\frac{12}{13}$.

А. $2\frac{12}{13}$. **Б.** $1\frac{12}{13}$. **В.** $1\frac{1}{13}$. **Г.** $1\frac{11}{13}$.

2°. Укажите верное числовое неравенство:

А. $\frac{5}{11}+\frac{7}{11}>2$. **Б.** $\frac{5}{11}+\frac{7}{11}<1$. **В.** $\frac{5}{11}+\frac{7}{11}>1$. **Г.** $\frac{5}{11}+\frac{7}{11}>1\frac{3}{11}$.

3°. Какое из чисел является корнем уравнения $\frac{x}{19}+1\frac{17}{19}=2\frac{4}{19}$?

А. 2. **Б.** 6. **В.** $\frac{6}{19}$. **Г.** 10.

4. Найдите длину отрезка AB, если координата точки B равна $5\frac{5}{7}$, а координата точки A — на $2\frac{6}{7}$ меньше координаты точки B.

А. $2\frac{6}{7}$. **Б.** $2\frac{4}{7}$. **В.** $5\frac{5}{7}$. **Г.** $3\frac{6}{7}$.

5°. Найдите периметр наибольшей грани прямоугольного параллелепипеда, если его измерения равны значениям выражений: $\frac{6}{11}+\frac{9}{11}$, $3-1\frac{5}{11}$, $1\frac{4}{11}+1\frac{10}{11}$.

А. $6\frac{2}{11}$. **Б.** $9\frac{3}{11}$. **В.** $5\frac{9}{11}$. **Г.** $9\frac{7}{11}$.

ГЛАВА 7

ДЕСЯТИЧНЫЕ ДРОБИ И ДЕЙСТВИЯ НАД НИМИ

Вы узнаете:

- что такое десятичная дробь и из чего она состоит;
- как сравнивать десятичные дроби;
- каковы правила сложения и вычитания десятичных дробей;
- как находить произведение и частное двух десятичных дробей;
- что такое округление числа и как округлять числа;
- как применять изученный материал на практике



$1см = \frac{1}{10}дм = 0{,}1дм$

$1мм = \frac{1}{10}см = 0{,}1см$

$1мм = \frac{1}{100}дм = 0{,}01дм$

$1мм = \frac{1}{1000}м = 0{,}001м$



§ 29. ЧТО ТАКОЕ ДЕСЯТИЧНАЯ ДРОБЬ. СРАВНЕНИЕ ДЕСЯТИЧНЫХ ДРОБЕЙ

Посмотрите на рисунок 220. Вы видите, что длина отрезка AB равна 7 мм, а длина отрезка DC — 18 мм. Чтобы подать длины этих отрезков в сантиметрах, нужно использовать дроби $\frac{7}{10}$ см, $\frac{18}{10}$ см. Вы знаете много других примеров, когда используются дроби со знаменателями 10, 100, 1000 и т.д. Так, 5 к. = $\frac{5}{100}$ грн, 15 г = $\frac{15}{1000}$ кг, 25 см^2 = $\frac{25}{10000}$ м^2. Такие дроби называют *десятичными*. Понять, как записывают такие дроби можно при помощи обыкновенной линейки. Обратимся к рассматриваемому примеру.

Вы знаете, что длину отрезка DC (рис. 220) можно выразить смешанным числом $1\frac{8}{10}$ см. Если после целой части этого числа поставить запятую, а после неё — числитель дробной части, то получим более компактную запись: 1,8 см. Для отрезка AB тогда получим: 0,7 см. Действительно, дробь $\frac{7}{10}$ является правильной, она меньше единицы, поэтому её целая часть равна 0. Числа 1,8 и 0,7 — примеры десятичных дробей.

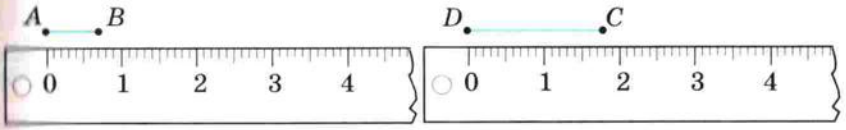


Рис. 220

Десятичную дробь 1,8 читают так: «одна целая восемь десятых», а дробь 0,7 — «нуль целых семь десятых».

? Как записать дроби $\frac{5}{100}$, $\frac{15}{1000}$, $\frac{25}{10000}$ в виде десятичных дробей? Для этого надо знать особенности записи десятичной дроби.

В записи десятичной дроби всегда есть целая и дробная части. Их разделяет запятая. В целой части классы и разряды такие же, как у натуральных чисел. Вы знаете, что это — классы единиц, тысяч, миллионов и т. д., а в каждом из них по 3 разряда — единиц, десятков и сотен. В дробной части десятичной дроби классы не выделяют, а разрядов может быть сколько угодно. Их названия соответствуют названиям знаменателей обыкновенных дробей — *десятые*, *сотые*, *тысячные*, *десятитысячные*, *стотысячные*, *миллионные*, *десятимиллионные* т.д. Разряд десятых является старшим в дробной части десятичной дроби.

В таблице 40 вы видите названия разрядов десятичной дроби и число «сто двадцать три целых четыре тысячи пятьсот шесть стотысячных», или $123\frac{4506}{100000}$.

Название дробной части «стотысячных» в обыкновенной дроби определяет её знаменатель, а в десятичной — последний разряд его дробной части. Вы видите, что в числителе дробной части числа $123\frac{4506}{100000}$ цифр на одну меньше, чем нулей в знаменателе. Если не учесть этого, то в записи дробной части получим ошибку — вместо 4506 стотысячных запишем 4506 десятитысячных, но $123\frac{4506}{100000} \neq 123{,}4506$. Поэтому в записи данного числа десятичной дробью нужно поставить 0 после запятой (в разряде десятых): 123,04506.

Таблица 40

Разряд	Сотни	Десятки	Единицы	,	Десятые	Сотые	Тысячные	Десяти-тысячные	Стотысячные	Миллионные
Число	1	2	3		0	4	5	0	6	

Обратите внимание:

в десятичной дроби после запятой должно стоять столько цифр, сколько нулей в знаменателе соответствующей обыкновенной дроби.

Можем теперь записать дроби $\frac{5}{100}$, $\frac{15}{1000}$, $\frac{25}{10000}$ в виде десятичных.

$\frac{5}{100} = 0{,}05$; $\frac{5}{1000} = 0{,}005$;

$\frac{25}{10000} = 0{,}0025$.

Десятичные дроби можно сравнивать так же, как и натуральные числа. Если в записи десятичных дробей много цифр, то пользуются специальными правилами. Рассмотрим примеры.

Задача. Сравните дроби: 1) 96,234 и 830,123; 2) 3,574 и 3,547.

Решение. 1) Целая часть первой дроби — двузначное число 96, а целая часть второй дроби — трёхзначное число 830, поэтому:

$$96{,}234 < 830{,}123.$$

2) В записях дробей 3,574 и 3,547 целые части равны. Поэтому сравниваем поразрядно их дробные части. Для этого запишем данные дроби одну под другой:

3,574
3,547

Каждая из дробей имеет 5 десятых. Но в первой дроби 7 сотых, а во второй — лишь 4 сотых. Поэтому первая дробь больше второй: 3,574 > 3,547.

Запомните!

Правила сравнения десятичных дробей.

1. **Из двух десятичных дробей больше та, у которой целая часть больше.**
2. **Если целые части десятичных дробей равны, то сравнивают их дробные части поразрядно, начиная со старшего разряда.**

Как и обыкновенные дроби, десятичные дроби можно разместить на координатном луче. На рисунке 221 вы видите, что точки A, B и C имеют координаты: $A(0{,}2)$, $B(0{,}9)$, $C(1{,}6)$.

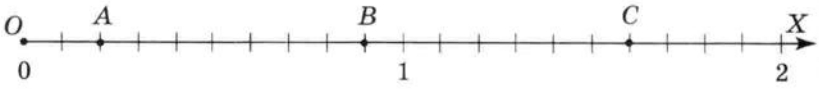


Рис. 221



Узнайте больше

Десятичные дроби связаны с десятичной позиционной системой счисления. Однако их появление имеет более давнюю историю, связанную с именем выдающегося математика и астронома аль-Каши (полное имя — аль-Каши Джемшид ибн Масуд). В работе «Ключ к арифметике» (XV в.) он впервые сформулировал правила действий с десятичными дробями, привёл примеры выполнения действий с ними.

Ничего не зная об открытии аль-Каши, повторно «открыл» десятичные дроби примерно через 150 лет фламандский математик и инженер Симон Стевин. В работе «Дециmаль»

(1585 г.) С. Стевин изложил теорию десятичных дробей. Он всячески пропагандировал их, подчёркивая удобство десятичных дробей для практических вычислений.

Отделять целую часть десятичной дроби от дробной предлагали по-разному. Так, аль-Каши целую и дробную части писал разными чернилами или ставил между ними вертикальную черту. С. Стевин для отделения целой части от дробной ставил нуль в кружочке. Принятую в наше время запятую предложил известный немецкий астроном Йоганн Кеплер (1571–1630).

ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ

1. Какая дробь называется десятичной?
2. Как называются разряды десятичной дроби, стоящие от запятой слева? Справа?
3. Какова зависимость между количеством цифр после запятой десятичной дроби и количеством нулей в знаменателе соответствующей обыкновенной дроби?
4. Как сравнить десятичные дроби с разными целыми частями?
5. Как сравнить десятичные дроби с равными целыми частями?

РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

1173 . Запишите в сантиметрах длину отрезка AB, если:
1) $AB = 5$ мм; 2) $AB = 8$ мм; 3) $AB = 9$ мм; 4) $AB = 2$ мм.

1174 . Прочитайте дроби:
1) 12,5; 3) 3,54; 5) 19,345; 7) 1,1254;
2) 5,6; 4) 12,03; 6) 15,103; 8)12,1065.
Назовите: а) целую часть дроби; б) дробную часть дроби; в) разряды дроби.

1175 . Приведите пример десятичной дроби, у которой после запятой стоит:
1) одна цифра; 2) две цифры; 3) три цифры.

1176 . Сколько знаков после запятой имеет десятичная дробь, если знаменатель соответствующей обыкновенной дроби равен:
1) 10; 2) 100; 3) 1000; 4) 10 000?

1177 . У какой из дробей больше целая часть:
1) 12,5 или 115,2;
2) 5,25 или 35,26;
3) 185,25 или 56,325;
4) 789,154 или 78,4569;
5) 1258,00265 или 125,0333;
6) 1269,569 или 16,12?

1178 . В числе 1 256 897 отделите запятой последнюю цифру и прочитайте полученное число. Затем переставляйте запятую на одну цифру влево и называйте полученную дробь.

1179 . Прочитайте дроби и запишите их в виде десятичной дроби:

1) $1\frac{4}{10}$, 3) $74\frac{1}{1000}$; 5) $1\frac{12}{100}$; 7) $25\frac{35}{1000}$;

2) $2\frac{7}{10}$; 4) $101\frac{7}{1000}$; 6) $12\frac{125}{1000}$; 8) $45\frac{3}{1000}$.

1180 . Прочитайте дроби и запишите их в виде десятичной дроби:

1) $12\frac{8}{100}$; 2) $55\frac{7}{100}$; 3) $85\frac{89}{1000}$; 4) $5\frac{55}{1000}$.

1181 . Запишите обыкновенной дробью:

1) 2,5; 4) 0,5; 7) 315,89; 10) 45,089;
2) 125,5; 5) 12,12; 8) 0,15; 11) 258,063;
3) 0,9; 6) 25,36; 9) 458,025; 12) 0,026.

1182 . Запишите обыкновенной дробью:

1) 4,6; 2) 34,45; 3) 0,05; 4) 185,342.

1183 . Запишите десятичной дробью:

1) 8 целых 3 десятые;
2) 12 целых 5 десятых;
3) 0 целых 5 десятых;
4) 12 целых 34 сотые;
5) 145 целых 14 сотых;
6) 125 целых 19 сотых;
7) 0 целых 12 сотых;
8) 0 целых 3 сотые.

1184 . Запишите десятичной дробью:

1) нуль целых восемь тысячных;
2) двадцать целых четыре сотых;
3) тринадцать целых пять сотых;
4) сто сорок пять целых две сотые.

1185 . Запишите частное в виде обыкновенной дроби, а затем в виде десятичной дроби:

1) 33 : 100; 3) 567 : 1000; 5) 8 : 1000;
2) 5 : 10; 4) 56 : 1000; 6) 5 : 100.

1186 . Запишите частное в виде смешанного числа, а затем в виде десятичной дроби:

1) 188 : 100; 3) 1567 : 1000; 5) 12 548 : 1000;
2) 25 : 10; 4) 1326 : 1000; 6) 15 485 : 100.

1187 . Запишите частное в виде смешанного числа, а затем в виде десятичной дроби:

1) 1165 : 100; 3) 2546 : 1000; 5) 26 548 : 1000;
2) 69 : 10; 4) 1269 : 1000; 6) 3569 : 100.

1188. Выразите в гривнях:
1) 35 к.; 2) 6 к.; 3) 12 грн 35 к.; 4) 123 к.

1189. Выразите в гривнях:
1) 58 к.; 2) 2 к.; 3) 56 грн 55 к.; 4) 175 к.

1190. Запишите в гривнях и копейках:
1) 10,34 грн; 2) 12,03 грн; 3) 0,52 грн; 4) 126,05 грн.

1191. Выразите в метрах и ответ запишите десятичной дробью:
1) 5 м 7 дм; 2) 15 м 58 см; 3) 5 м 2 мм; 4) 12 м 4 дм 3 см 2 мм.

1192. Выразите в километрах и ответ запишите десятичной дробью: 1) 3 км 175 м; 2) 45 км 47 м; 3) 15 км 2 м.

1193. Запишите в метрах и сантиметрах:
1) 12,55 м; 2) 2,06 м; 3) 0,25 м; 4) 0,08 м.

1194. Наибольшая глубина Чёрного моря составляет 2,211 км. Выразите глубину моря в метрах.

1195. Сравните дроби:
1) 15,5 и 16,5;
2) 12,4 и 12,5;
3) 45,8 и 45,59;
4) 0,4 и 0,6;
5) 4,2 и 4,3;
6) 14,5 и 15,5;
7) 43,04 и 43,1;
8) 1,23 и 1,364;
9) 1,4 и 1,52;
10) 4,568 и 4,569;
11) 78,45 и 78,458;
12) 2,25 и 2,243.

1196. Сравните дроби:
1) 78,5 и 79,5;
2) 22,3 и 22,7;
3) 78,3 и 78,89;
4) 0,3 и 0,8;
5) 25,03 и 25,3;
6) 23,569 и 23,568.

1197. Запишите в порядке возрастания десятичные дроби:
1) 15,3; 6,9; 18,1; 9,3; 12,45; 36,85; 56,45; 36,2;
2) 21,35; 21,46; 21,22; 21,56; 21,59; 21,78; 21,23; 21,55.

1198. Запишите в порядке убывания десятичные дроби:
15,6; 15,9; 15,5; 15,4; 15,45; 15,95; 15,2; 15,35.

1199. Выразите в квадратных метрах и запишите десятичной дробью: 1) 5 $дм^2$; 2) 15 $см^2$; 3) 5 $дм^2$ 12 $см^2$.

1200. Комната имеет форму прямоугольника. Её длина составляет 90 дм, а ширина — 40 дм. Найдите площадь комнаты. Ответ запишите в квадратных метрах.

1201. Сравните дроби:
1) 0,04 и 0,06;
2) 402,0022 и 40,003;
3) 104,05 и 105,05;
4) 40,04 и 40,01;
5) 1,003 и 1,03;
6) 1,05 и 1,005;
7) 4,0502 и 4,0503;
8) 60,4007 и 60,04007;
9) 120,058 и 120,051;
10) 78,05 и 78,58;
11) 2,205 и 2,253;
12) 20,12 и 25,012.

1202. Сравните дроби:

1) 0,03 и 0,3;
2) 5,03 и 5,003;
3) 50,3 и 5,03;
4) 6,4012 и 6,404;
5) 450,025 и 450,2054;
6) 3,05 и 3,041.

1203. Запишите пять десятичных дробей, расположенных на координатном луче между дробями:

1) 6,2 и 6,3; 2) 9,2 и 9,3; 3) 5,8 и 5,9; 4) 0,4 и 0,5.

1204. Запишите пять десятичных дробей, которые на координатном луче расположены между дробями: 1) 3,1 и 3,2; 2) 7,4 и 7,5.

1205. Между какими двумя соседними натуральными числами находится десятичная дробь:

1) 3,5; 2) 12,45; 3) 125,254; 4) 125,012?

1206. Запишите пять десятичных дробей, удовлетворяющих неравенству:

1) $3{,}41 < x < 5{,}25$;
2) $15{,}25 < x < 20{,}35$;
3) $1{,}59 < x < 9{,}43$;
4) $2{,}18 < x < 2{,}19$.

1207. Запишите пять десятичных дробей, удовлетворяющих неравенству:

1) $3 < x < 4$; 2) $3{,}2 < x < 3{,}3$; 3) $5{,}22 < x < 5{,}23$.

1208. Запишите наибольшую десятичную дробь, которая:

1) меньше 2 и имеет две цифры после запятой;
2) меньше 3 и имеет одну цифру после запятой;
3) меньше 4 и имеет три цифры после запятой;
4) меньше 1 и имеет четыре цифры после запятой.

1209. Запишите наименьшую десятичную дробь:

1) больше 2 и имеет две цифры после запятой;
2) больше 4 и имеет три цифры после запятой.

1210. Запишите все цифры, которые можно поставить вместо звёздочки, чтобы получить верное неравенство:

1) $0{,}*3 > 0{,}13$; 3) $3{,}75 > 3{,}*7$; 5) $2{,}15 < 2{,}1*$;
2) $8{,}5* < 8{,}57$; 4) $9{,}3* < 9{,}34$; 6) $9{,}*4 > 9{,}24$.

1211. Какую цифру можно поставить вместо звёздочки, чтобы получить верное неравенство:

1) $0{,}*3 > 0{,}1*$; 2) $8{,}5* < 8{,}*7$; 3) $3{,}7* > 3{,}*7$?

1212. Запишите все десятичные дроби, целая часть которых равна 6, а дробная часть содержит три десятичных знака, записанных цифрами 7 и 8. Запишите эти дроби в порядке их убывания.

1213. Запишите шесть десятичных дробей, целая часть которых равна 45, а дробная часть состоит из четырёх разных цифр: 1, 2, 3, 4. Запишите эти дроби в порядке их возрастания.

1214*. Сколько можно составить десятичных дробей, целая часть которых равна 86, а дробная часть состоит из трёх разных цифр: 1, 2, 3?

1215*. Сколько можно составить десятичных дробей, целая часть которых равна 5, а дробная часть является трёхзначной, записанной цифрами 6 и 7? Запишите эти дроби в порядке их убывания.

1216*. Зачеркните в числе 50,004007 три нуля так, чтобы образовалось:
1) наибольшее число; 2) наименьшее число.

ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

1217. Измерьте длину и ширину своей тетради в миллиметрах и запишите ответ в дециметрах.

1218. Запишите свой рост в метрах с помощью десятичной дроби.

1219. Измерьте свою комнату и вычислите её периметр и площадь. Ответ запишите в метрах и квадратных метрах.

ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

1220. При каких значениях x дробь $\frac{13}{x}$ является неправильной?

1221. Решите уравнение: 1) $\frac{x}{11}-\frac{7}{11}=3\frac{7}{11}$; 2) $5\frac{4}{17}-\frac{x}{17}=4\frac{7}{17}$.

1222. Магазин должен был продать 714 кг яблок. В первый день было продано $\frac{5}{17}$ всех яблок, а во второй — $\frac{3}{5}$ от проданного в первый день. Сколько яблок продали за два дня?

1223. Ребро куба уменьшили на 10 см и получили куб, объём которого равен 8 дм^3. Найдите объём первого куба.

§ 30. СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ДЕСЯТИЧНЫХ ДРОБЕЙ

Вы уже знаете, как складывать и вычитать дроби с одинаковыми знаменателями, смешанные числа. Попробуем сложить десятичные дроби.



Задача 1. Найдите сумму 3,12 + 8,26.

Решение. Запишем десятичные дроби в виде смешанных чисел и найдём их сумму:

$3\frac{12}{100}+8\frac{26}{100}=(3+8)+\frac{12+26}{100}=11\frac{38}{100}$. Представим полученную сумму в виде десятичной дроби: 11,38.

Итак, 3,12 + 8,26 = 11,38.

Для шаписи десятичных дробей используют тот же позиционный принцип, что и для натуральных чисел. Поэтому сложение и вычитание таких дробей выполняют аналогично натуральным числам. Если числа многозначные, то эти действия удобнее выполнять «столбиком». При этом десятичные дроби записывают так, чтобы запятые в слагаемых были одна под другой. Тогда одноимённые разряды будут стоять друг под другом — сотые под сотыми, десятые под десятыми, единицы под единицами, десятки под десятками и т.д. Складывают десятичные дроби, не обращая внимания на запятые, т.е. как натуральные числа. В сумме запятую ставят под запятыми в слагаемых.



Задача 2. Найдите сумму: 23,6515 + 45,3342.

Решение.

$$\begin{array}{r} 23,6515 \\ +\ 45,3342 \\ \hline 68,9857 \end{array}$$

Запомните!

Правило сложения десятичных дробей.

Чтобы найти сумму двух десятичных дробей, нужно:

1) **записать дроби друг под другом так, чтобы запятая оказалась под запятой;**
2) **выполнить сложение, не обращая внимания на запятые;**
3) **в полученной сумме поставить запятую под запятыми, стоящими в слагаемых.**

Можно ли складывать десятичные дроби с разным количеством цифр после запятой? Да. Для этого в дроби с меньшим количеством десятичных знаков дописывают нужное количество нулей справа, и тогда дроби складывают по данному правилу.

Задача 3. Найдите сумму чисел 5,31254 и 15,42.

Решение. У числа 5,31254 после запятой стоят 5 цифр, а у числа 15,42 — только 2 цифры. Уравняем количество десятичных знаков. Для этого представим второе число в виде: 15,42 = 15,42000. Тогда:

$$\begin{array}{r} 15{,}42000 \\ +\ 5{,}31254 \\ \hline 20{,}73254 \end{array}$$

Обратите внимание:

сложение десятичных дробей, так же, как и сложение натуральных чисел, подчиняется переместительному и сочетательному законам сложения.

Вычитание десятичных дробей выполняют по правилу, аналогичному правилу их сложения.

Запомните!

Правило вычитания десятичных дробей.

Чтобы найти разность двух десятичных дробей, нужно:

1) **записать дроби друг под другом так, чтобы запятая оказалась под запятой;**
2) **выполнить вычитание, не обращая внимания на запятые;**
3) **в полученной разности поставить запятую под запятыми, стоящими в уменьшаемом и вычитаемом.**

? Можно ли вычитать десятичные дроби с разным количеством цифр после запятой? Да. Рассмотрим пример.

Задача 4. Найдите разность: 9,5 – 3,128.

Решение.

$$\begin{array}{r} 9,500 \\ -\ 3,128 \\ \hline 6,372 \end{array}$$

Узнайте больше



Остроградский Михаил Васильевич — выдающийся украинский математик, происходил из казацко-старшинского рода Остроградских. Родился в селе Пашеновка Полтавской губернии. В 1816–1820 гг. учился в Харьковском университете, в 1822 –1828 гг. продолжил обучение в Collège de France в Париже. Работал преимущественно во Франции и России. С 1828 г. — профессор вузов в Петербурге. Ученик Лапласа, Ампера. Преподаватель Коллегии Анри IV (Париж), профессор Петербургского университета и Морского кадетского корпуса, член Петербургской академии наук (с 1830 г., в возрасте 29 лет), Парижской (с 1856 г.), Римской и Туринской академий наук. Широко известны в мире его исследования по теории чисел, алгебре, теории вероятностей и вариационного исчисления. Поддерживал дружеские отношения с Тарасом Шевченко. ЮНЕСКО в 2001 г. внесла М. Остроградского в перечень выдающихся математиков мира.

ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ

1. Сформулируйте правило сложения десятичных дробей.
2. Какие законы сложения выполняются при сложении десятичных дробей?
3. Как складывать десятичные дроби с разным количеством цифр после запятой?

4. Сформулируйте правило вычитания десятичных дробей.
5. Как вычитать десятичные дроби с разным количеством цифр после запятой?

РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

1224°. Верно ли, что сумма дробей 2,1 и 3,5 равна:
1) 56; 2) 5,06; 3) 5,6; 4) 2,135?

1225°. Верно ли сложили десятичные дроби:

1) $\begin{array}{r} 2{,}35 \\ +\ 6{,}4 \\ \hline 8{,}75; \end{array}$ 2) $\begin{array}{r} 2{,}35 \\ +\ 6{,}4 \\ \hline 2{,}99; \end{array}$ 3) $\begin{array}{r} 2{,}35 \\ +\ 6{,}4 \\ \hline 29{,}9? \end{array}$

1226°. Верно ли, что разность 9,7 и 3,2 равна:
1) 65; 2) 12,9; 3) 9,38; 4) 6,5?

1227°. Верно ли вычли десятичные дроби:

1) $\begin{array}{r} 46{,}97 \\ -\ 2{,}4 \\ \hline 44{,}57; \end{array}$ 2) $\begin{array}{r} 46{,}97 \\ -\ 2{,}4 \\ \hline 46{,}73; \end{array}$ 3) $\begin{array}{r} 46{,}97 \\ -\ 2{,}4 \\ \hline 22{,}97? \end{array}$

1228°. Найдите сумму:
1) 3 + 0,5; 3) 4 + 3,87; 5) 0,2 + 78;
2) 5 + 0,25; 4) 0,4 + 5; 6) 0,87 + 56.

1229°. Вычислите устно:
1) 3,3 + 1,5; 3) 4,7 + 2,2; 5) 5,2 + 78,1;
2) 2,5 + 0,3; 4) 4,4 + 5,2; 6) 11,8 + 15,1.

1230°. Вычислите:

1) $\begin{array}{r} 13{,}45 \\ +\ 2{,}42 \end{array}$ 2) $\begin{array}{r} 47{,}26 \\ +\ 5{,}41 \end{array}$ 3) $\begin{array}{r} 147{,}78 \\ +\ 2{,}45 \end{array}$ 4) $\begin{array}{r} 2652{,}19 \\ +\ 2145{,}45 \end{array}$

1231°. Вычислите:
1) 2,9 + 3,7;
2) 5,3 + 2,8;
3) 19,14 + 15,25;
4) 25,45 + 48,19;
5) 15,148 + 12,125;
6) 12,125 + 13,145;
7) 145,154 + 125,548;
8) 25,1456 + 12,1256;
9) 2,1205 + 3,1045;
10) 5,2564 + 2,1498;
11) 54,58 + 13,05;
12) 20,86 + 23,09;
13) 10,008 + 1,005;
14) 1,025 + 3,105;
15) 105,004 + 120,508;
16) 2,1006 + 12,0056;
17) 12,0005 + 3,0045;
18) 50,2004 + 2,1007.

1232°. Вычислите:
1) 1,8 + 2,5;
2) 15,16 + 54,36;
3) 12,87 + 12,11;
4) 15,456 + 11,256;
5) 14,458 + 23,478;
6) 156,478 + 569,123;
7) 23,1458 + 11,1154;
8) 3,1085 + 4,7089;
9) 4,5809 + 1,9876.

1233°. Найдите значение выражения:

1) 2,31 + (17,65 + 8,69);
2) 0,387 + (12,613 + 9,142);
3) (15,302 + 7,279) + 1,419;
4) (28,243 + 27,107) + 2,77.

1234°. Найдите значение выражения:

1) (7,891 + 3,9) + (16,01 + 2,109);
2) 14,537 + (2,143 + 5,9).

1235°. Решите уравнение:

1) $x - 2{,}5 = 1{,}8$;
2) $x - 7{,}3 = 15{,}9$;
3) $x - 85{,}75 = 38{,}96$;
4) $x - 32{,}5 = 105{,}84$;
5) $x - 12{,}7 = 234{,}69$;
6) $x - 123{,}56 = 34{,}23$.

1236°. Решите уравнение:

1) $x - 3{,}6 = 2{,}9$;
2) $x - 75{,}8 = 23{,}9$;
3) $x - 36{,}59 = 78{,}91$;
4) $x - 13{,}506 = 304{,}234$.

1237°. С одного участка собрали 85,69 т зерна, а с другого — на 26,3 т больше. Сколько тонн зерна собрали с двух участков?

1238°. Ширина прямоугольника равна 9,56 см, а его длина — на 3,3 см больше. Найдите периметр прямоугольника.

1239°. 5-А класс собрал 56,89 кг макулатуры, а 5-В — на 12,065 кг больше. Сколько макулатуры собрали два класса вместе?

1240°. Вычитаемое равно 12,58, а разность — 2,569. Найдите уменьшаемое.

1241°. Вычитаемое равно 45,02, а разность — 0,009. Найдите уменьшаемое.

1242°. Вычислите устно:

1) 3,8 – 1,5;
2) 2,5 – 0,3;
3) 4,7 – 2,2;
4) 9,4 – 5,3;
5) 98,2 – 78,1;
6) 21,8 – 17,3.

1243°. Вычислите:

1) $\begin{array}{r} 23{,}95 \\ -\ 2{,}32 \\ \hline \end{array}$
2) $\begin{array}{r} 48{,}86 \\ -\ 3{,}51 \\ \hline \end{array}$
3) $\begin{array}{r} 258{,}98 \\ -\ 4{,}25 \\ \hline \end{array}$

1244°. Найдите разность:

1) 9,3 – 3,7;
2) 29,14 – 15,55;
3) 95,35 – 38,29;
4) 15,148 – 12,125;
5) 22,105 – 14,345;
6) 145,154 – 125,548;
7) 35,1456 – 11,1256;
8) 8,1205 – 4,1045;
9) 5,2564 – 2,1498;
10) 3,08 – 1,51;
11) 89,16 – 54,36;
12) 33,87 – 12,11;
13) 56,456 – 25,256;
14) 104,45 – 92,478;
15) 789,4 – 569,123;
16) 29,14 – 11,1154;
17) 8,1085 – 0,708;
18) 7,5809 – 2,98.

1245°. Вычислите:

1) 7,8 – 6,9;
2) 24,2 – 0,867;
3) 1 – 0,999;
4) 129 – 9,72;
5) 3 – 0,007;
6) 425 – 2,647;
7) 8,1 – 5,46;
8) 0,02 – 0,0156;
9) 83 – 82,877.

1246. Решите уравнение:

1) $x + 4,5 = 9,8$;
2) $x + 5,2 = 18,9$;
3) $x + 85,75 = 96,96$;
4) $x + 65,3 = 115,89$;
5) $x + 10,4 = 456,73$;
6) $x + 123,6 = 156,03$.

1247. Решите уравнение:

1) $x + 8,8 = 9,9$;
2) $x + 45,3 = 87,7$;
3) $x + 25,45 = 83,89$;
4) $x + 103,7 = 109,58$.

1248. Уменьшаемое равно 125,6, а разность — 6,8. Найдите вычитаемое.

1249. Уменьшаемое равно 45,1546, а вычитаемое — 2,0156. Найдите разность.

1250. От куска шёлка длиной 29,8 м отрезали 5,45 м. Сколько метров шёлка осталось?

1251. Рост Андрея равен 1,56 м. Антон выше Андрея на 0,06 м, а Лена ниже Антона на 0,25 см. Какой рост Антона и Лены?

1252. Сумма трёх дробей равна 125,56, две из этих дробей равны 15,6 и 25,33. Найдите неизвестную дробь.

1253. Найдите периметр треугольника, если одна его сторона равна 25,3 см, вторая — на 1,5 см длиннее первой, а третья — на 1,2 см короче второй.

1254. Один тракторист вспахал 28,7 га земли, что оказалось на 5,38 га меньше, чем вспахал второй тракторист. Сколько гектаров земли вспахали оба тракториста вместе?

1255. Найдите сумму:

1) $5,19 + 7,81 + 3,58$;
2) $0,38 + 12,63 + 9,64$;
3) $15,109 + 17,081 + 23,508$;
4) $100,308 + 120,603 + 119,609$;
5) $105,09 + 1147,001 + 2,879$;
6) $10,348 + 125,3 + 1019,789$.

1256. Найдите сумму:

1) $8,91 + 3,92 + 36,02$;
2) $45,37 + 22,45 + 85,09$;
3) $800,901 + 303,092 + 360,007$;
4) $405,303 + 220,045 + 805,102$.

1257. Вычислите:

1) $15,19 - 10,11 - 4,56$;
2) $180,3 - 152,6 - 19,4$;
3) $105,129 - 100,081 - 2,408$;
4) $705,308 - 520,723 - 100,585$;
5) $2569,9 - 25,1056 - 2112,7944$;
6) $510,3 - 1,253 - 101,047$.

1258. Вычислите:

1) $158,97 - 113,55 - 10,03$;
2) $405,45 - 202,65 - 15,08$;
3) $1256,803 - 1021,032 - 235,771$;
4) $5255,336 - 2365,077 - 2125,119$.

1259. Вычислите:

1) $2{,}31 + 17{,}65 - 8{,}69$;
2) $0{,}387 + (12{,}613 - 9{,}142)$;
3) $7{,}891 + 3{,}9 - (16{,}01 - 2{,}109)$;
4) $14{,}537 - (2{,}145 + 5{,}392)$;
5) $15{,}302 + 7{,}879 - 1{,}321$;
6) $28{,}243 + 27{,}17 - 2{,}713$.

1260. Вычислите:

1) $12{,}51 - (19{,}85 - 8{,}79)$;
2) $0{,}974 + (20{,}258 - 7{,}232)$;
3) $3{,}789 + 7{,}8 + 23{,}02 - 4{,}109$;
4) $19{,}807 - (4{,}165 + 7{,}602)$.

1261. Решите уравнение:

1) $(x + 5{,}5) - 7{,}9 = 12{,}35$;
2) $(x - 13{,}78) + 27{,}6 = 105{,}56$;
3) $15{,}45 + (x - 96{,}37) = 102{,}3$;
4) $150{,}705 - (x + 10{,}09) = 100{,}305$;
5) $(x - 105{,}01) - 0{,}99 = 199$;
6) $(x - 50{,}47) - 107{,}3 = 58{,}63$.

1262. Решите уравнение:

1) $(x + 3{,}8) - 5{,}4 = 72{,}85$;
2) $(x - 23{,}58) + 37{,}6 = 150{,}78$;
3) $10{,}36 + (x - 56{,}051) = 120{,}309$;
4) $35{,}56 - (x + 12{,}07) = 18{,}49$.

1263. Как изменится сумма, если:

1) одно слагаемое увеличить на 7,2, а второе — на 3,15;
2) одно слагаемое увеличить на 17,02, а второе — уменьшить на 3,05?

1264. Как изменится разность, если:

1) уменьшаемое увеличить на 13,7, а вычитаемое увеличить на 4,5;
2) уменьшаемое уменьшить на 2,45, а вычитаемое уменьшить на 10,07?

1265. На сколько сумма чисел 102,3 и 15,06 меньше числа 155,78 и больше числа 13,258?

1266. На сколько сумма чисел 145,258 и 12,362 больше разности чисел 125,6 и 13,56 и меньше числа 987,62?

1267. Верёвку разрезали на пять кусков. Первый кусок больше второго на 4,2 м, но меньше третьего на 2,3 м. Четвёртый кусок больше пятого на 3,7 м, но меньше третьего на 1,3 м. Какова длина верёвки, если длина четвёртого куска 7,8 м?

1268. Найдите периметр треугольника ABC, если $AB = 2{,}8$ см, а BC — больше AB на 0,8 см, но меньше AC на 1,1 см.

1269. Груз, поднимаемый вертолётом, легче вертолёта на 5,89 т. Какова масса вертолёта вместе с грузом, если масса груза 2,324 т?

1270. Трубу длиной 12,35 м разрезали на две части. Длина одной части равна 3,78 м. На сколько метров вторая часть длиннее первой?

1271. Воздушный шар состоит из оболочки, гондолы для пассажиров и газовой горелки для нагрева воздуха внутри оболочки. Масса гондолы 0,23 т и она меньше массы оболочки на 0,33 т, но больше массы газовой горелки на 0,16 т. Какова масса воздушного шара?

1272*. Найдите разность выражения $a - c$ и числа p, если:
1) $a = 102{,}35$, $c = 25{,}65 - 2{,}3$, $p = 10{,}3 - 2{,}6$;
2) $a = 100{,}305 - 56{,}25$, $c = 20{,}05 + 3{,}003$, $p = 4{,}506$.

1273*. Замените * знаками «+» или «–» так, чтобы получить верное равенство:
1) $3{,}78 * 12{,}921 * 11{,}01 = 5{,}691$; 2) $7{,}17 * 5{,}92 * 12{,}008 = 13{,}258$.

1274*. Поставьте вместо звёздочек цифры так, чтобы действия были выполнены верно.

1) $\begin{array}{r} *{,}8*4 \\ +\ 14{,}72* \\ \hline *0{,}*84 \end{array}$ 2) $\begin{array}{r} 17{,}*4 \\ -\ **{,}5* \\ \hline 5{,}23 \end{array}$

1275*. Поставьте вместо звёздочек цифры так, чтобы действия были выполнены верно.

1) $\begin{array}{r} 72{,}** \\ +\ 1*{,}59 \\ \hline *2{,}69 \end{array}$ 2) $\begin{array}{r} 9*{,}7*5 \\ -\ *4{,}*6* \\ \hline 34{,}841 \end{array}$

1276*. Задумайте произвольное число, умножьте его на 2 и к произведению прибавьте число 15. Полученную сумму разделите на 2 и от частного отнимите задуманное число. В результате получится 7,5. Составьте формулу для вычисления результата.

ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

1277. Составьте и решите задачу на:
1) сложение десятичных дробей;
2) вычитание десятичных дробей.

1278. Оля помогала маме в выпечке хлеба. По рецепту кроме воды в хлебопечку нужно положить 600 г муки, 20 г сливочного масла, 25 г сухого молока, 7 г соли, 20 г сахара, 7 г сухих дрожжей. Сколько граммов продуктов Оля должна была потратить на приготовление хлеба? Ответ запишите в килограммах.

1279. Начертите в тетради треугольник, измерьте его стороны в сантиметрах и найдите его периметр в метрах.

ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

1280. Сравните дроби:
1) 0,03 и 0,09; 2) 204,05 и 205,05; 3) 42,03 и 40,3.

1281. Решите уравнение:
1) $\frac{x}{9}-\frac{7}{9}=5\frac{7}{9}$; 2) $7\frac{4}{15}-\frac{x}{15}=3\frac{7}{15}$; 3) $5\frac{18}{19}+\frac{x}{19}=9\frac{15}{19}$.

1282. На экскурсию в Канев собрались 12 учеников, что составляет $\frac{3}{8}$ количества учеников класса. Сколько учеников в классе?

1283. Ульяна задумала число, которое сначала увеличила на $2\frac{3}{13}$, а затем — ещё на $1\frac{2}{13}$. В результате получила $8\frac{5}{13}$. Какое число задумала Ульяна?

§ 31. УМНОЖЕНИЕ ДЕСЯТИЧНЫХ ДРОБЕЙ

Вы знаете, что действием умножения натуральных чисел можно заменить сложение равных слагаемых. О десятичных дробях такого сказать нельзя, поскольку слагаемых не может быть дробное количество. А вот если слагаемые являются равными дробями, тогда их сложение можно заменить умножением, а именно — умножением дроби на натуральное число.

Задача 1. Для пикника купили 3 упаковки зефира по 0,5 кг. Сколько килограммов зефира приобрели для пикника?

Решение. Чтобы найти искомое количество зефира, нужно вычислить сумму: 0,5 + 0,5 + 0,5 = 1,5 (кг). Итак, для пикника приобрели 1,5 кг зефира.

Решая задачу, мы искали сумму трёх равных слагаемых. Поэтому действие сложения можно заменить действием умножения: $0,5 \cdot 3$. Получается, что это произведение равно 1,5, т.е. $0,5 \cdot 3 = 1,5$. Действительно,

0,5 кг = 500 г. Тогда в граммах получим: 500 · 3 = = 1500 (г), а в килограммах это составляет 1,5 кг.

На практике часто возникает потребность найти произведение двух дробных чисел. Рассмотрим пример.

Задача 2. Экран электронной книги имеет форму прямоугольника с размерами 8,7 см и 15,5 см. Найдите площадь экрана.

Решение. Чтобы найти площадь экрана, нужно найти площадь прямоугольника со сторонами 8,7 см и 15,5 см:

$$S = 8{,}7 \cdot 15{,}5 \text{ (см}^2\text{)}.$$

Переведём ширину и длину этого прямоугольника в миллиметры: 8,7 см = 87 мм, а 15,5 см = 155 мм. Тогда $S = 87 \cdot 155 =$ $= 13\,485$ (мм^2). Поскольку 1 см^2 = 100 мм^2, то 1 мм^2 = $\frac{1}{100}$ см^2.

Итак, $13\,485$ мм^2 = $\frac{13485}{100}$ см^2 = $134\frac{85}{100}$ см^2 = 134,85 см^2.

Можно ли найти массу зефира, площадь экрана без переведения величин в меньшие единицы? Да.

Обратите внимание, что для получения результата в задаче 1 можно умножить натуральные числа 5 и 3, получить число 15 и в нём отделить запятой справа 1 десятичный знак. В задаче 2 можно перемножить 87 и 155, получить 13 485, а затем получить число 134,85, отделив запятой справа 2 десятичных знака. Именно столько цифр стоит после запятой в обоих множителях вместе.

Можем сформулировать правило умножения десятичных дробей.

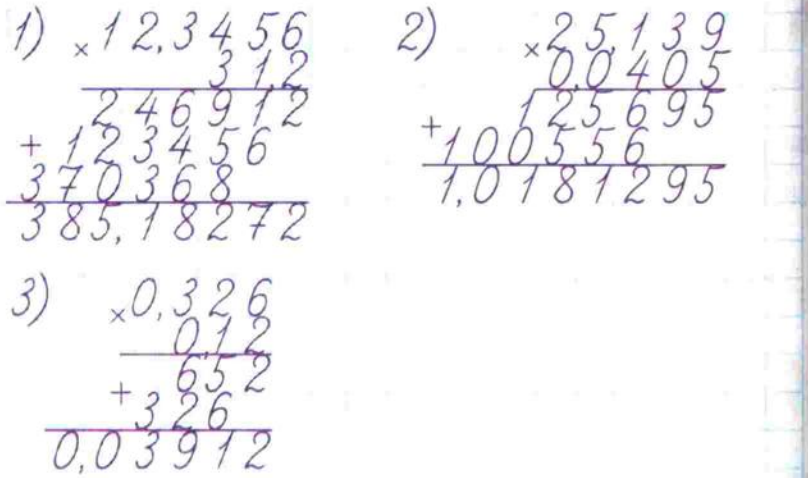
Запомните!

Правило умножения десятичных дробей.

Чтобы найти произведение двух десятичных дробей, нужно:

1) **перемножить десятичные дроби как натуральные числа, не обращая внимания на запятые;**
2) **в произведении отделить запятой справа столько цифр, сколько их стоит после запятой в первом и втором множителях вместе.**

Если в записи десятичных дробей много цифр, то удобнее умножать их «столбиком». Первым, как правило, записывают число с бóльшим количеством цифр. Второе число размещают под первым так, чтобы его последняя цифра стояла под последней цифрой первого множителя. Например:



? Может ли в произведении быть меньше цифр, чем нужно отделить запятой? Да. Тогда впереди дописывают нужное количество нулей и ставят запятую согласно правилу умножения, как в примере 3.

Особыми являются случаи умножения десятичной дроби на 10, 100, 1000 и на 0,1, 0,01, 0,001. Для этого пользуются следующими правилами.

Запомните!

Чтобы умножить десятичную дробь:

1) **на 10, 100, 1000,..., нужно в данной дроби перенести запятую вправо на столько цифр, сколько нулей записано после 1 в числе, на которое умножаем;**
2) **на 0,1, 0,01, 0,001,..., нужно в данной дроби перенести запятую влево на столько цифр, сколько цифр стоит после запятой в числе, на которое умножаем.**

Например:

$128{,}543 \cdot 10 = 1285{,}43$; $128{,}543 \cdot 0{,}1 = 12{,}8543$;

$128{,}543 \cdot 100 = 12\,854{,}3$; $128{,}543 \cdot 0{,}01 = 1{,}28543$;

$128{,}543 \cdot 1000 = 128\,543$; $128{,}543 \cdot 0{,}001 = 0{,}128543$.

Можно ли найти десятичную дробь от числа? Да.

Задача 3. В школьной столовой испекли 200 булочек. Пятиклассники съели 0,15 этого количества булочек. Сколько булочек съели пятиклассники?

Решение. Составим краткую запись задачи.

Испекли:	200	—	1
Съели:	?	—	0,15

Пусть пятиклассники съели x булочек. Тогда $x : 0{,}15 = 200 : 1$. Отсюда $x = 200 \cdot 0{,}15$ и $x = 30$ (шт.). Итак, пятиклассники съели 30 булочек.

Обратите внимание:

Чтобы найти десятичную дробь от числа, нужно данное число умножить на эту десятичную дробь.



Узнайте больше



Гипа́тия — дочь известного греческого учёного Теона. Она родилась и жила в Александрии в 370–415 гг. Гипатия была первой женщиной-математиком, философом, астрономом и врачом. В 400 г. её пригласили читать лекции в Александрийскую школу. Она была настолько всесторонне образованной, что с её мнением считались все учёные того времени. Гипатия написала комментарии к работам Диофанта и Аполлония. К сожалению, научные труды Гипатии не сохранились. Однако благодарное человечество достойно оценило её вклад в развитие науки. Имя Гипатии нанесено на карту Луны и в её честь назван астероид (238) Гипатия, который был открыт в 1884 г.

ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ

1. Сформулируйте правило умножения десятичных дробей.
2. Что необходимо сделать, если в произведении получили меньшее количество цифр, чем нужно отделить запятой?
3. Как умножить дробь на 10? На 100? На 1000?
4. Как умножить дробь на 0,1? На 0,01? На 0,001?
5. Как найти десятичную дробь от числа?

РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

1284 Сколько знаков после запятой будет в произведении:

1) $2{,}12 \cdot 2{,}3$;
2) $14{,}3 \cdot 2{,}156$;
3) $125{,}2 \cdot 1{,}2$;
4) $125{,}2589 \cdot 1{,}258$;
5) $12{,}0145 \cdot 2154{,}2$;
6) $154{,}1256 \cdot 2{,}3256$?

1285 Известно, что $25 \cdot 13 = 325$. Где нужно поставить запятую в произведении, чтобы умножение было выполнено верно:

1) $2{,}5 \cdot 13 = 325$;
2) $0{,}25 \cdot 13 = 325$?

1286 В какую сторону нужно перенести запятую, если десятичную дробь умножают на:

1) 10; 2) 100; 3) 1000; 4) 10 000?

1287 На сколько знаков вправо нужно перенести запятую, если десятичную дробь умножают на:

1) 10; 2) 100; 3) 1000; 4) 10 000?

1288 В какую сторону нужно перенести запятую в произведении, если десятичную дробь умножают на:

1) 0,1; 2) 0,01; 3) 0,001; 4) 0,00001?

1289 На сколько знаков влево нужно перенести запятую в произведении, если десятичную дробь умножают на:

1) 0,1; 2) 0,01; 3) 0,001; 4) 0,00001?

1290° Вычислите устно: 1) $6 \cdot 0{,}6$; 2) $5 \cdot 0{,}3$; 3) $7 \cdot 0{,}4$; 4) $12 \cdot 0{,}2$.

1291° Увеличьте десятичную дробь вдвое:

1) 0,6; 2) 1,2; 3) 1,6; 4) 10,52; 5) 0,08; 6) 12,25.

1292° Вычислите с помощью умножения:

1) $4{,}78 + 4{,}78 + 4{,}78 + 4{,}78 + 4{,}78$;
2) $28{,}03 + 28{,}03 + 28{,}03 + 28{,}03 + 28{,}03 + 28{,}03$.

1293° Найдите произведение:

1) $8{,}9 \cdot 6$;
2) $3{,}75 \cdot 12$;
3) $0{,}075 \cdot 24$;
4) $10{,}45 \cdot 42$;
5) $137{,}64 \cdot 35$;
6) $25{,}85 \cdot 98$;
7) $9{,}3 \cdot 8$;
8) $5{,}65 \cdot 23$;
9) $0{,}065 \cdot 36$;

10) 12,35 · 42;
11) 125,68 · 45;
12) 12,385 · 56;
13) 154,365 · 23;
14) 135,618 · 55;
15) 652,385 · 45.

1294 Найдите произведение:
1) 7,3 · 8;
2) 4,35 · 16;
3) 0,036 · 68;
4) 15,25 · 56;
5) 256,67 · 65;
6) 28,95 · 89;
7) 7,3 · 9;
8) 25,46 · 25;
9) 120,35 · 2;
10) 105,32 · 56;
11) 104,305 · 16;
12) 130,608 · 505.

1295 Известно, что 354 · 29 = 10 266. Поставьте в правой части равенства запятую так, чтобы умножение было выполнено верно:
1) 3,54 · 29 = 10 266;
2) 35,4 · 2,9 = 10 266;
3) 3,54 · 0,29 = 10 266;
4) 3,54 · 2,9 = 10 266.

1296 Проверьте, верно ли Ваня выполнил умножение:

1)
$$\begin{array}{r} 38{,}557 \\ \times\ 40{,}5 \\ \hline + \ 192\,785 \\ 1542\,28 \\ \hline 173{,}5065 \end{array}$$

2)
$$\begin{array}{r} 1402{,}5 \\ \times\ 12{,}5 \\ \hline 7012\,5 \\ + \ 28050 \\ 14025 \\ \hline 175312{,}5 \end{array}$$

3)
$$\begin{array}{r} 6{,}5419 \\ \times\ 2{,}8 \\ \hline + \ 52335\,2 \\ 130838 \\ \hline 18{,}31732 \end{array}$$

1297 Вычислите:
1) 6,3 · 8,5;
2) 4,15 · 1,6;
3) 1,025 · 6,8;
4) 23,25 · 7,3;
5) 2,56 · 5,4;
6) 32,96 · 7,9;
7) 10,36 · 85,2;
8) 122,361 · 4,7;
9) 302,16 · 2,915.

1298 Вычислите:
1) 2,8 · 3,5;
2) 5,25 · 4,7;
3) 25,15 · 4,8;
4) 20,53 · 4,8;
5) 23,78 · 98,3;
6) 255,789 · 6,8.

1299 Найдите произведение чисел:
1) 0,3 · 7,5;
2) 0,8 · 2,5;
3) 1,7 · 0,2;
4) 0,04 · 11,6;
5) 0,05 · 12,5;
6) 0,08 · 24,5;
7) 0,056 · 0,3;
8) 0,087 · 125,43;
9) 0,096 · 0,9.

1300 Найдите произведение чисел:
1) 0,8 · 2,5;
2) 0,7 · 2,4;
3) 0,06 · 36,3;
4) 0,04 · 102,3;
5) 0,045 · 0,6;
6) 0,706 · 105,03.

1301 Верно ли выполнено умножение:
1) 25,5 · 10 = 255;
2) 256,258 · 100 = 25 625,8;
3) 0,125 · 1000 = 125;
4) 125,25 · 100 = 1,2525;
5) 12,135 · 1000 = 0,12165;
6) 125,5 · 10 = 12,55?

1302 Вычислите устно:
1) 1,6 · 10;
2) 2,25 · 10;
3) 2,45 · 100;
4) 135,258 · 100.

1303 Верно ли выполнено умножение:

1) $25,5 \cdot 0,1 = 2,55$;
2) $256,258 \cdot 0,01 = 2,56258$;
3) $21,25 \cdot 0,1 = 212,5$;
4) $1235,25 \cdot 0,001 = 1,23525$;
5) $12,135 \cdot 0,01 = 0,12165$;
6) $125,5 \cdot 0,01 = 1,255$?

1304 Вычислите устно:

1) $12,6 \cdot 0,1$; 2) $12,45 \cdot 0,01$; 3) $1252,45 \cdot 0,001$; 4) $132,58 \cdot 0,01$.

1305 По данным таблицы 41 найдите значения выражений.

Таблица 41

a	0,04	0,12	4,25	5,02	10,1	100,02	142,02
$1000a$							
$0,001a$							

1306 По данным таблицы 42 найдите значения выражений.

Таблица 42

a	0,03	0,6	2,43	4,07	10,005	100,001	125,03
$100a$							
$0,001a$							

1307 На сколько нужно умножить число: 1) 2,58, чтобы получить 258; 2) 0,008, чтобы получить 8; 3) 120,03, чтобы получить 1200,3?

1308 На сколько нужно умножить число: 1) 25,8, чтобы получить 2,58; 2) 5089, чтобы получить 50,89; 3) 1200,3, чтобы получить 1,2003?

1309 Решите уравнение:

1) $x : 5 = 15,8$;
2) $x : 8 = 120,83$;
3) $x : 125 = 1025,803$;
4) $x : 1,2 = 12,58$;
5) $x : 10,23 = 102,508$;
6) $x : 1,03 = 1,0258$.

1310 Решите уравнение:

1) $x : 3 = 25,7$;
2) $x : 3 = 125,59$;
3) $x : 11,3 = 102,508$;
4) $x : 1,33 = 1,008$.

1311 Найдите периметр восьмиугольника, если каждая его сторона имеет длину 4,65 см.

1312 Каждый ящик с грушами имеет массу 32,15 кг. Найдите массу 123 таких ящиков.

1313 Найдите площадь прямоугольника со сторонами 19,4 дм и 8,22 дм.

1314 Длина пола комнаты составляет 12,23 м, а его ширина – 7,02 м. Чему равна площадь пола?

1315 Из 1 кг свежей малины выходит 0,17 кг сушёной. Сколько сушёной малины выйдет из 10 кг свежей?

1316 Скорость поезда 83 км/ч. Какое расстояние проедет поезд за: 1) 10 ч; 2) 0,1 ч; 3) 2,8 ч; 4) 3,5 ч; 5) 0,7 ч?

1317 Верёвку разрезали на две части. Длина одной части 12,3 м, а вторая часть — в 3 раза больше. Найдите начальную длину всей верёвки.

1318 Найдите:

1) 0,2 от 350; 4) 0,8 от 80; 7) 0,37 от 37;
2) 0,5 от 160; 5) 0,25 от 45; 8) 0,18 от 810;
3) 0,7 от 70; 6) 0,53 от 200; 9) 0,15 от 600.

1319 Найдите:

1) 0,3 от 50; 3) 0,5 от 400; 5) 0,41 от 300;
2) 0,4 от 60; 4) 0,9 от 300; 6) 0,22 от 8.

1320 Виталик планировал выполнить домашнее задание за 45 мин, а затратил лишь 0,8 этого времени. За сколько минут выполнил домашнее задание Виталик?

1321 Даше нужно было посыпать песком дорожку длиной 6 м. До того, как пошёл дождь, она успела посыпать только 0,65 дорожки. Сколько метров дорожки она посыпала песком?

1322 Найдите произведение чисел:

1) 0,125 и 12,5; 3) 874,25 и 1,254; 5) 28,4 и 2045,31;
2) 12,1254 и 25,4; 4) 1254,258 и 85,602; 6) 5,2801 и 4,019.

Какое произведение наименьшее?

1323 Выполните умножение:

1) $10,25 \cdot 2,5201$; 3) $3086,5 \cdot 2,01$; 5) $80,13 \cdot 7,02$;
2) $7,6 \cdot 349,25$; 4) $45,25 \cdot 260,012$; 6) $814,6 \cdot 2,018$.

Какое произведение наибольшее?

1324 Вычислите произведения и полученные значения расположите в порядке возрастания:

$78,3 \cdot 0,3$; $12,58 \cdot 1,25$; $125,487 \cdot 0,02$; $0,3 \cdot 0,2$; $1256,58 \cdot 0,4$.

1325 Вычислите произведения и полученные значения расположите в порядке убывания:

$125,6 \cdot 0,9$; $1,45 \cdot 1,35$; $12,48 \cdot 0,02$; $0,4 \cdot 0,6$; $98\,714,25 \cdot 0,03$.

1326 Запишите в виде произведения и вычислите:

1) $1,2^2$; 2) $1,4^2$; 3) $0,24^2$; 4) $0,15^2$.

1327. Вычислите значение выражения:

1) $(4,8 + 3,5) \cdot 15$;
2) $(15,8 + 2,7) \cdot 56$;
3) $(14,85 + 133,56) \cdot 36$;
4) $(256,456 - 12,05) \cdot 26$;
5) $(105,803 - 95,07) \cdot 103$;
6) $(1140,05 - 13,06) \cdot 58$.

1328. Вычислите значение выражения:

1) $(40,18 + 13,5) \cdot 1,5$;
2) $(105,38 + 12,7) \cdot 5,66$;
3) $(1,485 + 130,56) \cdot 3,16$;
4) $(22,564 - 12,05) \cdot 2,6$.

1329. Какие числа нужно поставить вместо звёздочек, чтобы получить верное решение следующих примеров?

1)
$$\begin{array}{r} 9,*48 \\ \times\ \ 4*,2 \\ \hline *8096 \\ +\ 45240 \\ \hline *619* \\ \hline 4089,696 \end{array}$$

2)
$$\begin{array}{r} 25,3* \\ \times\ \ 1,*3 \\ \hline 7*9 \\ +\ 2** \\ \hline 26,*590 \end{array}$$

1330. Найдите значение выражения:

1) $2,58a + 0,5b$, если $a = 12,56$, $b = 0,02$;
2) $122,08a + 12,5b$, если $a = 1,06$, $b = 0,2$.

1331. Вычислите:

1) $101,1 \cdot (0,37 + 1,53) - (134,6 - 92,7) \cdot 0,031$;
2) $300,2 - 10,01 \cdot (42,9 - 39,8) \cdot 8,9$.

1332. Вычислите:

1) $202,3 \cdot (0,56 + 3,46) - (125,8 - 12,35) \cdot 0,055$;
2) $500,7 - 100,02 \cdot (44,89 - 25,7) \cdot 12,06$.

1333. Найдите значение выражения:

1) $0,3 \cdot (24,3 - 18,8) + 0,5 \cdot 17,4 - 9,8 + 1,4) \cdot 0,1$;
2) $0,5 \cdot (13,4 + 15,4) - 0,4 \cdot 13,1 - (18,6 - 13,2) \cdot 0,5$;
3) $0,8 \cdot (19,4 + 23,8) - 14,06 + 0,3 \cdot (19,01 - 13,31)$.

1334. Найдите значение выражения:

1) $0,5 \cdot (258,3 - 180,5) + 0,05 \cdot 7,41 - (10,8 + 2,4) \cdot 0,1$;
2) $0,6 \cdot (130,4 - 105,4) - 0,4 \cdot 100 - (108,63 - 103,92) \cdot 0,9$.

1335. Решите уравнение:

1) $(x + 4,8) : 8 + 12,5 = 25,9$;
2) $(x - 14,9) : 9 + 1,25 = 36,7$;
3) $(x + 13,9) : 12,5 - 14,256 = 250,9$;
4) $(x - 103,95) : 48,05 + 0,012 = 3,009$.

1336. Решите уравнение:

1) $(x + 7,9) : 48 - 0,02 = 15,7$;
2) $(x - 56,3) : 7 - 25,015 = 306,3$.

1337. Найдите площадь и периметр приусадебного участка, имеющего прямоугольную форму, если его длина и ширина

на соответственно равны: 1) 12,17 м и 5,65 м; 2) 10,07 м и 3,03 м; 3) 0,7 м и 0,3 м; 4) 9,3 м и 0,6 м.

1338. Из одного порта в другой одновременно вышли пароход и катер. Скорость парохода равна 27,8 км / ч, а скорость катера — 31,3 км / ч. Какое расстояние будет между ними через 3,6 ч после начала движения?

1339. Из одного города в противоположных направлениях отправились одновременно два автомобиля. Скорость одного из них равна 83,5 км / ч, что на 7,8 км / ч больше скорости второго. Какое расстояние будет между ними через 4,5 ч после начала движения?

1340. На сколько площадь прямоугольника со сторонами 13,54 см и 9,02 см отличается от площади квадрата со стороной 5,76 см?

1341. Найдите периметр и площадь квадрата со стороной 12,75 см.

1342. Из какого числа нужно вычесть 3,2, чтобы получить число, в 4 раза большее, чем 6,8?

1343. К какому числу нужно прибавить 4,2, чтобы получить число, в 3 раза большее, чем 9,7?

1344. В школу завезли 600 новых учебников. 0,4 этого количества составляют учебники по математике, 0,35 — учебники по истории, а остальные — учебники по английскому языку. Сколько учебников по английскому языку привезли в школу?

1345. За три дня туристы преодолели расстояние 360 км. В первый день туристы проехали 0,25 всего пути, а во второй — 0,4 всего пути. Какое расстояние проехали туристы в третий день?

1346. Какова градусная мера угла, если одна его часть составляет 0,25 развёрнутого угла, а вторая — 0,1 прямого угла?

1347. Какой угол больше: составляющий 0,4 развёрнутого угла или составляющий 0,5 угла 150°?

1348*. Известно, что $a < 1$, $b < 1$. Какое из утверждений верное:
1) $a \cdot b > 1$; 2) $a \cdot b < 1$; 3) $a \cdot b = 1$?

1349*. Известно, что $a > 1$, $b > 1$. Какое из утверждений верное:
1) $a \cdot b > 1$; 2) $a \cdot b < 1$; 3) $a \cdot b = 1$?

1350*. Где нужно поставить скобки, чтобы получить верное равенство: $35 - 1{,}5 \cdot 104 - 1428 : 14 = 32$?

1351*. Вычислите удобным способом:
1) $(20 - 19{,}5) + (19 - 18{,}5) + \ldots + (2 - 1{,}5) + (1 - 0{,}5)$;
2) $30{,}2 - 29{,}2 + 28{,}2 - 27{,}2 + \ldots + 4{,}2 - 3{,}2 + 2{,}2 - 1{,}2$.

ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

1352. В начале года для класса закупили 28 ручек по 2,25 грн и 32 карандаша по 1,35 грн. Сколько денег потратили на покупку?

1353. Составьте задачу, для решения которой нужно умножить сумму чисел 12,5 и 11 на число 2,5.

ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

1354. Вычислите: 1) $3-\frac{22}{55}$; 2) $5-\frac{17}{35}$; 3) $12-\frac{8}{9}$.

1355. Решите уравнение:
1) $(x-203{,}002)-0{,}07=187{,}036$;
2) $(x-32{,}33)+198{,}005=897{,}03$.

1356. Как изменится объём прямоугольного параллелепипеда, если одно его ребро увеличить в 8 раз, второе — уменьшить в 4 раза, а третье — увеличить в 6 раз?

1357. Сколькими способами можно расставить на полке четыре разных журнала?

§ 32. ДЕЛЕНИЕ ДЕСЯТИЧНЫХ ДРОБЕЙ

Вы знаете, что действие деления является обратным действию умножения. Это касается не только натуральных чисел, но и дробей. Рассмотрим задачи, обратные решённым в предыдущем параграфе.

Задача 1. Для пикника купили 3 упаковки зефира общей массой 1,5 кг. Сколько килограммов зефира в одной упаковке?

Решение. Чтобы найти искомое количество зефира, нужно вычислить частное: 1,5 : 3. Переведём 1,5 кг в граммы. Тогда получим: 1500: 3 = 500 (г), а в килограммах это составляет 0,5 кг. Итак, упаковка содержит 0,5 кг зефира.

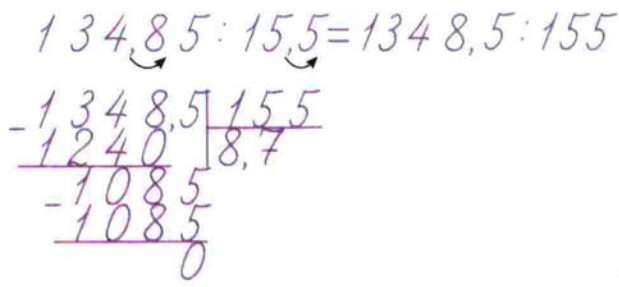
В этой задаче, как и в задаче на умножение, можно выполнять деление дроби 1,5 на число 3 как натураль-

ных чисел 15 и 3. Но место запятой в частном будет определяться по-другому. Её нужно поставить тогда, когда заканчивается деление целой части делимого. В числе 1,5 целая часть равна 1. Она не делится нацело на 3, поэтому в целой части нужно поставить 0 целых, за ним запятую и далее результат деления чисел 15 и 3. Итак, 1,5 : 3 = 0,5. Самостоятельно проверьте умножением, верно ли мы выполнили деление.

? Можно ли разделить десятичную дробь на десятичную дробь? Да. Деление на десятичную дробь можно свести к делению на натуральное число. Для этого нужно перенести запятую в делимом и делителе на столько знаков вправо, сколько их в делителе после запятой.

Задача 2. Экран электронной книги имеет форму прямоугольника длиной 15,5 дм и площадью 134,85 дм². Найдите ширину экрана.

Решение. Искомую ширину экрана найдём, разделив площадь прямоугольника на его длину: 134,85 : 15,5. Чтобы избавиться от дроби в делителе, умножим на 10 делимое и делитель. А для этого достаточно в каждом из них перенести запятую на один знак вправо. При этом деление данных дробей свелось к делению дроби на натуральное число: 1348,5 : 155. Выполним такое деление углом.



Итак, ширина экрана равна 8,7 дм.

Можем сформулировать правило деления десятичных дробей.

Запомните!

Правило деления десятичных дробей.

Чтобы найти частное двух десятичных дробей, нужно:

1) **перейти к делению десятичной дроби на натуральное число, для чего перенести запятые в делимом и делителе на столько знаков вправо, сколько их в делителе после запятой;**
2) **разделить полученную десятичную дробь на натуральне число.**

? Может ли делимое быть меньше делителя? Да. Например, $0{,}4 : 5 = 0{,}08$.

Особыми являются случаи деления десятичной дроби на 10, 100, 1000 и на 0,1, 0,01, 0,001. Для этого пользуются такими правилами.

Запомните!

Чтобы разделить десятичную дробь:

1) **на 10, 100, 1000,..., нужно в данной дроби перенести запятую влево на столько цифр, сколько нулей записано после 1 в числе, на которое делим;**
2) **на 0,1, 0,01, 0,001,..., нужно в данной дроби перенести запятую вправо на столько цифр, сколько цифр стоит после запятой в числе, на которое делим.**

Например:

$128{,}543 : 10 = 12{,}8543$; $128{,}543 : 0{,}1 = 1285{,}43$;

$128{,}543 : 100 = 1{,}28543$; $128{,}543 : 0{,}01 = 12\,854{,}3$;

$128{,}543 : 1000 = 0{,}128543$; $128{,}543 : 0{,}001 = 128\,543$.

? Можно ли найти число по его десятичной дроби? Да.

Задача 3. Пятиклассники съели 30 булочек. Это — 0,15 всего их количества. Сколько булочек испекли в школьной столовой?

Решение. Составим краткую запись данных задачи.

Испекли:	?	—	1
Съели:	30	—	0,15

Пусть испекли x булочек. Тогда $x : 1 = 30 : 0{,}15$. Отсюда $x = 30 : 0{,}15$ и $x = 200$ (шт.). Итак, в школьной столовой испекли 200 булочек.

Обратите внимание:

чтобы найти число по его десятичной дроби, нужно число, соответствующее данной дроби, разделить на эту десятичную дробь.



Узнайте больше



Софья Васильевна Ковалевская (1850–1891 гг.) — выдающийся математик. С детства у девушки проявились такие черты характера, как сосредоточенность, настойчивость в достижении цели и полная самостоятельность. Читать Соня научилась сама. Сначала арифметику Соня не любила, но потом увлеклась ею: она решала задачи с помощью различных комбинаций чисел, проявляя в этом незаурядную смекалку. Изучение геометрии также шло успешно. Когда Соне исполнилось 11 лет, преподавателем математики к ней пригласили лейтенанта флота А. Н. Страннолюбского. Уже на первых занятиях его удивило то, что девушка так быстро усваивала первые понятия высшей математики — понятие предела, производной и т.д., «как будто она их раньше знала». Соня объяснила: «В ту минуту, когда вы объясняли мне эти понятия, мне вдруг вспомнилось, что всё это было написано в лекциях Остроградского, которыми была оклеена наша комната, и само понятие предела показалось мне давно известным».

ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ

1. Сформулируйте правило деления десятичных дробей.
2. Всегда ли делимое больше делителя?
3. Как разделить десятичные дроби, если делимое меньше делителя?
4. Как разделить десятичную дробь на 10? На 100? На 1000?
5. Как разделить десятичную дробь на 0,1? На 0,01? На 0,001?
6. Как найти число по его десятичной дроби?

РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

1358 Верно ли выполнено действие деления: 1) $10,5 : 5 = 2,1$; 2) $9,6 : 3 = 32$; 3) $12,8 : 2 = 6,4$; 4) $12,6 : 3 = 0,42$?

1359 Как перейти от деления двух дробей к делению дроби на натуральное число: 1) $1,05 : 0,5$; 2) $0,96 : 0,3$; 3) $0,126 : 0,06$?

1360 В какую сторону нужно перенести запятую, если десятичную дробь делят на: 1) 10; 2) 100; 3) 1000; 4) 10 000?

1361 На сколько знаков влево нужно перенести запятую при делении десятичной дроби на: 1) 10; 2) 100; 3) 1000; 4) 10 000?

1362 В какую сторону нужно перенести запятую, если десятичную дробь делят на: 1) 0,1; 2) 0,01; 3) 0,001; 4) 0,00001?

1363 На сколько знаков вправо нужно перенести запятую при делении десятичной дроби на: 1) 0,1; 2) 0,01; 3) 0,001; 4) 0,00001?

1364 Вычислите устно:
1) $24,3 : 3$; 2) $12,4 : 4$; 3) $10,2 : 2$; 4) $6,8 : 2$.

1365 Уменьшите десятичную дробь вдвое:
1) 12,6; 2) 2,2; 3) 4,6; 4) 10,8; 5) 0,2; 6) 22,44.

1366 Проверьте, верно ли Серёжа выполнил деление:

$$\begin{array}{r|l} 144,24 & 12 \\ \hline 12 & 12,02 \\ \hline 24 & \\ 24 & \\ \hline 024 & \\ 024 & \\ \hline 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 144,24 & 12 \\ \hline 12 & 12,2 \\ \hline 24 & \\ 24 & \\ \hline 024 & \\ 024 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

1367 Вычислите:

1) $1,75 : 1,4$;	6) $22,5 : 12,5$;	11) $0,0456 : 3,8$;
2) $3,76 : 0,4$;	7) $7,56 : 0,6$;	12) $168,392 : 5,6$;
3) $2,59 : 3,7$;	8) $6,944 : 3,2$;	13) $0,468 : 0,09$;
4) $2,496 : 0,24$;	9) $14,976 : 0,72$;	14) $0,182 : 1,3$;
5) $7,38 : 4,5$;	10) $0,161 : 0,7$;	15) $24,576 : 4,8$.

1368 Вычислите:

1) $29,88 : 8,3$;	4) $9,246 : 0,23$;	7) $16,51 : 1,27$;
2) $60 : 1,25$;	5) $0,00261 : 0,03$;	8) $0,824 : 0,8$;
3) $8,4 : 0,07$;	6) $131,67 : 5,7$;	9) $189,54 : 0,78$.

1369 Найдите частное от деления числа a на число b, если:

1) $a = 15{,}2$; $b = 1{,}9$;
2) $a = 1{,}76$; $b = 0{,}11$;
3) $a = 1{,}17$; $b = 0{,}09$;
4) $a = 0{,}2623$; $b = 0{,}0061$;
5) $a = 0{,}0168$; $b = 0{,}0012$;
6) $a = 68{,}4$; $b = 5{,}7$.

1370 Верно ли выполнено деление:

1) $25{,}5 : 10 = 2{,}55$;
2) $256{,}152 : 100 = 2{,}56152$;
3) $1546{,}154 : 1000 = 1{,}546154$;
4) $25{,}5 : 10 = 255$;
5) $256{,}152 : 100 = 25\,615{,}2$;
6) $1546{,}154 : 1000 = 1\,546\,154$?

1371 Вычислите устно:

1) $11{,}6 : 10$; 2) $152{,}45 : 100$; 3) $1035{,}258 : 1000$.

1372 Верно ли выполнено деление:

1) $126{,}5 : 0{,}1 = 12{,}65$;
2) $458{,}125 : 0{,}01 = 4{,}58125$;
3) $1256{,}25 : 0{,}1 = 12\,562{,}5$;
4) $12{,}3525 : 0{,}001 = 12\,352{,}5$;
5) $121{,}35 : 0{,}01 = 1213{,}5$;
6) $125{,}5 : 0{,}01 = 1{,}255$?

1373 Вычислите устно:

1) $12{,}6 : 0{,}1$; 2) $12{,}45 : 0{,}01$; 3) $12{,}522 : 0{,}001$.

1374 По данным таблицы 43 найдите значения выражений.

Таблица 43

a	15,21	2,36	456,25	0,26	10,65	15,36	154,45
$a : 10$							
$a : 0{,}1$							

1375 По данным таблицы 44 найдите значения выражений.

Таблица 44

a	325,258	25,215	2,403	0,07	12,006	302,027
$a : 100$						
$a : 0{,}01$						

1376 На сколько нужно разделить число:

1) 324,25, чтобы получить 32,425;
2) 8561,12, чтобы получить 8,56112;
3) 120,03, чтобы получить 1,2003?

1377 На сколько нужно разделить число:

1) 205,83, чтобы получить 20 583;
2) 12,265, чтобы получить 122,65;
3) 12,6923, чтобы получить 12 692,3?

1378 Решите уравнение:

1) $5 \cdot x = 2{,}45$; 3) $3 \cdot x = 0{,}03$; 5) $12 \cdot x = 360{,}36$;
2) $8 \cdot x = 16{,}8$; 4) $6 \cdot x = 60{,}60$; 6) $11 \cdot x = 121{,}11$.

1379 Решите уравнение:

1) $5 \cdot x = 10{,}5$; 2) $2 \cdot x = 20{,}12$; 3) $6 \cdot x = 12{,}66$.

1380 Алёша проехал поездом 162,5 км за 2,6 ч. С какой скоростью шёл поезд?

1381 Шаг человека равен 0,8 м. Сколько шагов сделает человек, пройдя 200 м?

1382 2,5 кг конфет стоит 65 грн. Сколько стоит 3,5 кг таких конфет?

1383 Во сколько раз Карлсон тяжелее Малыша, если его масса составляет 64,8 кг, а масса Малыша — 32,4 кг?

1384 Найдите число, если:

1) его 0,2 равна 70; 4) его 0,8 равна 72;
2) его 0,5 равна 80; 5) его 0,25 равна 450;
3) его 0,7 равна 56; 6) его 0,53 равна 159.

1385 Найдите число, если:

1) его 0,3 равна 15; 3) его 0,5 равна 280;
2) его 0,4 равна 24; 4) его 0,41 равна 123.

1386 Виталик выполнил домашнее задание за 36 мин, что составляет 0,8 запланированного времени. За сколько минут Виталик планировал выполнить домашнее задание?

1387 До того, как пошёл дождь, Даша успела посыпать песком 3,9 м дорожки, что составляет 0,6 её длины. Какой длины дорожка?

1388 Найдите частное чисел:

1) 0,8 и 0,5; 3) 14,335 и 0,61; 5) 0,126 и 0,9;
2) 3,51 и 2,7; 4) 0,096 и 0,12; 6) 42,105 и 3,5.

Какое частное наибольшее?

1389 Выполните деление дробей:

1) $0{,}72 : 0{,}06$; 2) $0{,}7 : 0{,}35$; 3) $2{,}8 : 0{,}07$; 4) $1{,}08 : 0{,}8$.

Какое частное наименьшее?

1390 Вычислите частные и полученные значения разместите в порядке возрастания:

1) $0{,}84 : 0{,}21$; 3) $3{,}5 : 0{,}04$; 5) $16{,}92 : 4{,}23$;
2) $0{,}376 : 0{,}4$; 4) $25{,}9 : 3{,}5$; 6) $48{,}15 : 1{,}15$.

1391 Вычислите частные и полученные значения разместите в порядке убывания:

1) $0{,}72 : 0{,}06$; 2) $0{,}7 : 0{,}35$; 3) $2{,}8 : 0{,}07$; 4) $1{,}08 : 0{,}8$.

1392. Вычислите значение выражения:

1) $0{,}308 : 0{,}14 + 1{,}08$;
2) $(3{,}2 + 4{,}75) : 1{,}5$;
3) $7{,}224 : 0{,}301 - 18{,}6$;
4) $19{,}56 : (3{,}05 + 4{,}95)$;
5) $120 - 72 : 0{,}6$;
6) $1{,}512 : (8{,}62 - 8{,}2)$.

1393. Вычислите значение выражения:

1) $(21{,}2544 : 0{,}9 + 1{,}02 \cdot 3{,}2) : 5{,}6$;
2) $4{,}36 : (3{,}15 + 2{,}3) + (0{,}792 - 0{,}78) \cdot 350$;
3) $(3{,}91 : 2{,}3 \cdot 5{,}4 - 4{,}03) \cdot 2{,}4$;
4) $6{,}93 : (0{,}028 + 0{,}36 \cdot 4{,}2) - 3{,}5$;
5) $(130{,}2 - 30{,}8) : 2{,}8 - 21{,}84$;
6) $3{,}712 : (7 - 3{,}8) + 1{,}3 \cdot (2{,}74 + 0{,}66)$.

1394. Вычислите значение выражения:

1) $(3{,}4 : 1{,}7 + 0{,}57 : 1{,}9) \cdot 4{,}9 + 0{,}0825 : 2{,}75$;
2) $(4{,}44 : 3{,}7 - 0{,}56 : 2{,}8) : 0{,}25 - 0{,}8$;
3) $10{,}79 : 8{,}3 \cdot 0{,}7 - 0{,}46 \cdot 3{,}15 : 6{,}9$.

1395. Решите уравнение:

1) $10x + 1{,}5 \cdot (2{,}3 - 1{,}7) = 13{,}45$; 2) $100x - 0{,}87 \cdot (19{,}3 + 3{,}7) = 0$.

1396. Решите уравнение:

1) $4{,}5 \cdot (10x + 5{,}5) = 90$; 2) $10 : (18 - 100x) = 2{,}5$.

1397. Кенгуру ниже жирафа в 2 раза, а жираф выше кенгуру на 2,52 м. Какой рост жирафа, а какой — кенгуру?

1398. За 2,4 ч мальчик прошёл 7,2 км. Сколько километров он пройдет с той же скоростью за1,6 ч?

1399. Длина прямоугольника 8,5 см, а ширина меньше его длины на 2,5 см. Во сколько раз уменьшится площадь прямоугольника, если его длину уменьшить на 1,7 см, а ширину — на 1,2 см?

1400. К футбольным соревнованиям приобрели 4 новых футболки и 3 спортивных костюма. Спортивный костюм в 5 раз дороже футболки. За всю покупку заплатили 925,3 грн. Сколько стоит футболка и сколько спортивный костюм?

1401. За ручку, блокнот и тетрадь заплатили 42,5 грн, причём блокнот в 3 раза дороже тетради, а ручка — в 2 раза дороже блокнота. Сколько стоит каждый предмет?

1402. Верёвку разрезали на две части. Длина одной части 3,21 м, а длина другой — в 3 раза меньше длины первой части. Какой была длина верёвки?

1403. Когда велосипедист проехал 0,6 всего пути, то оказалось, что ему осталось проехать ещё 60 км. Сколько километров планировал проехать велосипедист?

1404. Когда Катя прочитала 0,3 книги, то ей осталось прочитать 140 страниц. Сколько страниц в книге, которую читает Катя?

1405. Угол 60° составляет 1,2 второго угла, который составляет 0,4 третьего угла. Какова градусная мера третьего угла?

1406. Какой отрезок длиннее: тот, у которого 0,2 половины длины составляет 1 м, или тот, у которого 0,5 четверти его длины составляет 1 м?

1407*. Известно, что 6 кг карамели стоят столько же, сколько 4,7 кг малины. Сколько стоит килограмм малины, если малина дороже карамели на 1,3 грн?

1408*. За первый час автобус проехал 0,4 всего пути, за второй — 0,35 всего пути, а за третий — часть оставшегося пути. Какое расстояние проехал автобус за три часа, если за третий час он проехал на 30 км меньше, чем за первый?

1409*. Когда турист прошёл 0,3 и еще 0,4 всего пути, то оказалось, что пройденный им путь был на 6 км больше длины половины всего пути туриста. Найдите длину пути туриста.

1410*. Решите уравнение:
1) $(13{,}9 + 259{,}1) \cdot 0.85 - 10x = 100{,}1$;
2) $3 \cdot (567{,}1 - 10{,}01) \cdot 10{,}01 + 1000x = 51\,670$.

1411*. Найдите закономерность и запишите следующие два числа в этом ряду:
1) 0,2; 0,4; 1,2; 4,8;...; 2) 2; 4,5; 9,5; 19,5; 39,5;....

1412*. Поставьте вместо звёздочек цифры так, чтобы деление было выполнено верно.

```
 *,* *  | *9
-2 *    | *,1*
 - * *
   5 8
     0
```

```
 *,* 5  | 39
-7 *    | *,**
 - * * *
   * * *
   -----
     0
```

ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

1413. Площадь приусадебного участка прямоугольной формы равна 64,8 м², а одна из его сторон — 12 м. Вычислите длину ограждения приусадебного участка.

1414. После того, как отремонтировали кухню, мама с папой решили купить новую мебель. Купили стол и 4 стула, за них заплатили 2378 грн. Сколько стоил один стул, если стол стоил 538 грн?

ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

1415. Вычислите значение выражения:
1) $6{,}85 \cdot 3{,}2 - 6{,}85 \cdot 1{,}7 + 1{,}5 \cdot 4{,}15$;
2) $5{,}94 \cdot 0{,}07 + 0{,}33 \cdot 5{,}94 + 0{,}4 \cdot 0{,}06$.

1416. Решите уравнение:
1) $(x + 9{,}18) : 9 + 102{,}52 = 250{,}93$;
2) $(x - 25{,}92) : 7 + 11{,}205 = 306{,}7$.

1417. На сколько площадь прямоугольника со сторонами 12,5 м и 7,3 м отличается от площади квадрата со стороной 11,2 м?

1418. От села до города 132 км. В первый час автобус проехал $\frac{3}{11}$ пути, а во второй — $\frac{4}{11}$ пути. Сколько километров проехал автобус за два часа?

§ 33. ОКРУГЛЕНИЕ ЧИСЕЛ

Посмотрите на рисунки. Видно, что $AB = 3$ см (рис. 222), $CD = 2{,}8$ см (рис. 223), а $MN = 3{,}1$ см (рис. 224). В сантиметрах можно выразить натуральным числом только длину отрезка AB. Длины других отрезков выражаются десятичными дробями. Но о них иногда говорят: длина отрезка CD — почти 3 см, а отрезок MN — чуть длиннее 3 см. В таких высказываниях мы назвали *приближённые значения* длин этих отрезков.

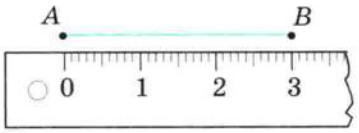


Рис. 222

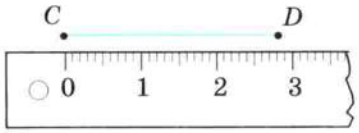


Рис. 223

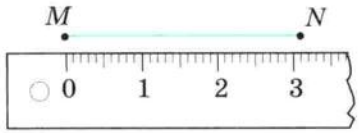


Рис. 224

Записывают: $CD \approx 3$ см, $MN \approx 3$ см. Знак $\approx$ читают так: «Приближённо равно».

Точные значения длин отрезков CD и MN мы заменили приближёнными значениями. Иначе такое действие называют *округлением*. Итак, длины отрезков CD и MN мы *округлили* до сантиметров. Длины обоих этих отрезков приближённо равны 3 см. Но длина отрезка CD меньше 3 см, а длина отрезка MN больше 3 см. Говорят, что длину отрезка CD *округлили с избытком*, а длину отрезка MN *округлили с недостатком*.

? Будет ли верным такое округление: $MN \approx 4$ см? Нет, поскольку *погрешность округления* будет значительной. Это округление будет напоминать следующее: «Возраст пятиклассника — почти 20 лет».

Обратите внимание:

погрешность показывает, на сколько большим или меньшим стало округлённое число.

Округление чисел осуществляют по определённым правилам. Сначала выясняют, до какого разряда нужно округлить число. В рассмотренных примерах длины отрезков CD и MN нужно было округлить до сантиметров, поэтому числа 2,8 и 3,1 мы округлили до разряда единиц: $2{,}8 \approx 3$ и $3{,}1 \approx 3$.

Затем определяют, какое именно округление — с недостатком или с избытком — нужно применить. Чтобы понять принцип выбора, снова обратимся к линейке из ваших школьных принадлежностей (рис. 225). Вы видите, что между числами 6 и 7 есть миллиметровые отметки. Одни из которых размещаются ближе к числу 6, а другие — к числу 7. Поэтому длины, у которых количество миллиметров от 1 до 4, естественно округлять с недостатком до числа, стоящего на линейке слева от них:

$$6{,}1 \approx 6,\ 6{,}2 \approx 6,\ 6{,}3 \approx 6,\ 6{,}4 \approx 6.$$

Длины, у которых количество миллиметров от 6 до 9, естественно округлять с избытком до числа, стоящего

на л нейке справа от них:

$$6{,}6 \approx 7,\ 6{,}7 \approx 7,\ 6{,}8 \approx 7,\ \ldots,\ 6{,}9 \approx 7.$$

Число 6,5 размещается как ра з посередине между чис ами 6 и 7. Для чисел, оканч чивающихся цифрой 5, е ть договорённость — округлят ть их с избытком. То есть $6{,}5 \approx 7$.



Рис. 225

Обратите внимание:

при округлении чисел увел ичение на 1 касается только цифры того разряда , до которого округляют число.

Задача 1. Число 12 963,734 округлите: 1) до сотых; 2) до сотен.

Решение. 1) Данное число нужн о округлить до сотых, поэтому изменения касаются только его дробной части. Целая часть должна остаться без измене ний. Дробная часть округлённого числа должна содержать две цифры после запятой. У данного числа 3 сотых и 4 тыся чных. Значит, 4 тысячных нужно отбросить, заменив нулём, а 3 сотые оставить без изменений: 12 963,734 ≈ 12 963,730. Нуль в конце дробной части числа можно не записывать. Ит ак, 12 963,734 ≈ 12 963,73. Данное число округлили с недоста тком.

2) Данное число нужно округлить д о сотен. Поэтому у округлённого числа останется только це лая часть, а дробная часть будет отсутствовать. Количество цифр в записи целой части округлённого числа не должн о измениться, то есть она должна состоять из пяти цифр. У данного числа в целой части 9 сотен и 6 десятков. Значит, 6 десятков и всё, что стоит справа, нужно отбросить, заменив нулями. Поскольку первой отбрасывается цифра 6, то нужно количество сотен 9 увеличить на 1. Но при этом получим число 10. Поэтому нужно увеличить на 1 ещё и цифру в разряде тысяч. Итак, 12 963,734 ≈13 000,000 или 12 963,734 ≈ 13 000. Данное число округлили с избытком.

Верно ли такое округление до сотых: $12{,}396 \approx 12{,}4$? Нет. Эта запись показывает, что число округлили до десятых. Правильная запись: $12{,}396 \approx 12{,}40$.

Обратите внимание:

у округлённого числа:
целая часть должна содержать столько цифр, сколько их было до округления;
в дробной части последним должен остаться разряд, до которого округляли.

Можем сформулировать правило округления чисел.

Запомните!

Правило округления чисел.

Чтобы округлить число до некоторого разряда, все цифри, стоящие справа от этого разряда, заменяют нулями. Если первая цифра за этим разрядом 0, 1, 2, 3 или 4, то последнюю оставшуюся цифру не изменяют. Если первая цифра за этим разрядом 5, 6, 7, 8 или 9, то последнюю оставшуюся цифру увеличивают на 1.

Задача 2. Округлите 25,18 до: 1) десятых; 2) единиц; 3) десятков.

Решение.

1) $25{,}18 \approx 25{,}2$ 2) $25{,}18 \approx 25$ 2) $25{,}18 \approx 30$

Узнайте больше

Знаете ли вы, что:

1) Шарль Перро, автор «Красной Шапочки», написал сказку «Любовь циркуля и линейки»?
2) Л. Н. Толстой, автор романа «Война и мир», написал учебники для начальной школы, в частности учебник по арифметике?
3) Льюис Кэрролл, автор «Алисы в Стране Чудес», преподавал математику в колледже Крайст-Чёрч Оксфордского университета в Великобритании?

ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ

1. Какое действие называют округлением?
2. Что значит округлить число с избытком? Приведите пример.
3. Что значит округлить число з недостатком? Приведите пример.
4. Что показывает погрешность?
5. Сформулируйте правило округления чисел.
6. Сколько цифр должно быть в целой части округлённого числа?
7. Какой разряд должен оставаться последним в дробной части округлённого числа?

РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

1419 Воспользовашись линейкой, назовите два натуральных числа, между которыми находится дробь: 1) 1,3; 2) 2,7; 3) 6,2; 4) 8,9. К какому из них ближе указанная дробь?

1420 Между какими соседними натуральными числами находится дробь: 1) 2,25; 2) 3,78; 3) 18,45; 4) 9,99? К какому из них ближе указанная дробь?

1421 Прочитайте: 1) $3,6 \approx 4$; 2) $5,67 \approx 5,7$; 3) $15,93 \approx 15,9$; 4) $12,453 \approx 12,45$. До какого разряда округлили число?

1422 Прочитайте: 1) $15,7 \approx 16$; 2) $235,3 \approx 235$; 3) $5,9 \approx 6$; 4) $1,3 \approx 1$. Как именно округлили число — с недостатком или с избытком?

1423 До какого разряда округлили число:

1) $155,7 \approx 156$;
2) $155,75 \approx 156,8$;
3) $155,7569 \approx 155,76$;
4) $155,7512 \approx 155,751$;
5) $155,75128 \approx 155,7513$;
6) $155,75128 \approx 160$?

1424 До какого розряда округлили число:

1) $150,7 \approx 151$;
2) $150,05 \approx 150,1$?

1425 Округлите дробь до единиц:

1) 2,6; 2) 2,19; 3) 506,444; 4) 4056,5444.

1426 Округлите дробь до десятков:

1) 22,6; 2) 142,29; 3) 506,555; 4) 4587,6589.

1427 Округлите дробь до сотен:

1) 202,6; 2) 102,32; 3) 570,666; 4) 125,6589.

1428 Округлите дробь до десятых:

1) 142,22; 2) 2,626; 3) 50,5551; 4) 0,2156.

1429°. Округлите дробь до сотых:
1) 0,362; 2) 2,006; 3) 0,98762; 4) 12,59879.

1430°. Длины рек Украины: Днепр — 2,285 тыс. км, Днестр — 1,362 тыс. км, Южный Буг — 0,857 тыс. км, Десна — 1,126 тыс. км. Округлите эти числа до: 1) десятых; 2) сотых.

1431°. Высоты гор Украины: Говерла — 2061 м, Роман-Кош — 1545 м, Сивуль — 1816 м. Выразите высоты этих гор в километрах и округлите полученные числа до: 1) десятков; 2) сотен.

1432°. Запишите в метрах: 1) 234 см; 2) 456 см; 3) 967 см; 4) 6789 см. Результат округлите до: а) десятых; б) единиц.

1433°. Запишите в тоннах: 1) 1548 кг; 2) 17 895 кг. Результат округлите до: а) сотых; б) десятых; в) единиц.

1434°. Найдите ошибку, допущенную Таней при округлении чисел: 1) $3,27 \approx 3,2$; 2) $2,99 \approx 2,9$; 3) $12,34 \approx 12,4$; 4) $0,75 \approx 0,7$; 5) $8,18 \approx 8,1$. Какое правило забыла Таня?

1435°. Округлите число 7 894,25486 до:
1) тысяч; 3) десятков; 5) десятых; 7) тысячных;
2) сотен; 4) единиц; 6) сотых; 8) десятитысячных.

1436. Назовите наибольшую десятичную дробь с двумя цифрами после запятой, меньшую 100.

1437. Назовите наибольшую десятичную дробь с тремя цифрами после запятой, большую 1000.

1438. Трасса лыжных гонок состоит из 4 участков. Длина первого участка 14,358 км, второго — 15,756 км, третьего — 16,954 км, а четвёртого — 10,85 км. Найдите длину всей трассы и полученное значение округлите до
1) десятых; 2) единиц; 3) десятков; 4) сотых.

1439. Найдите площадь приусадебного участка, имеющего форму прямоугольника со сторонами: 1) 17 м и 36 м; 2) 29 м и 24 м. Выразите эту площадь в арах. Результат округлите до: а) десятых; б) единиц; в) десятков.

1440. На сколько разность чисел 50,08 и 4,69 меньше частного чисел 284,56 и 0,4? Ответ округлите до: 1) десятых; 2) десятков.

1441. На сколько разность чисел 14,709 и 9,25 меньше их произведения? Ответ округлите до: 1) сотен; 2) сотых.

1442. На сколько частное чисел 20,184 и 2,32 меньше произведения чисел 7,08 и 1,9? Ответ округлите до:
1) сотых; 2) десятых; 3) единиц.

1443. На сколько произведение чисел 23,76 и 103,46 больше частного чисел 9,135 и 8,7? Ответ округлите до:
1) сотен; 2) десятков; 3) десятых; 4) сотых.

1444. Какие цифры можно вставить вместо *, чтобы округление было выполнено верно:
1) $5{,}9* \approx 5{,}9$; 3) $15{,}3* \approx 12{,}4$; 5) $15{,}25* \approx 15{,}26$;
2) $12{,}*3 \approx 12$; 4) $15{,}25* \approx 15{,}25$; 6) $458{,}12*99 \approx 458{,}12$?

1445. Какие цифры можно вставить вместо *, чтобы округление было выполнено верно:
1) $5{,}8* \approx 5{,}9$; 3) $15{,}3* \approx 12{,}3$; 5) $15{,}25* \approx 15{,}25$;
2) $12{,}*3 \approx 13$; 4) $15{,}25* \approx 15{,}26$; 6) $458{,}12*99 \approx 458{,}13$?

1446*. Вычислите: $(6{,}25 \cdot 0{,}2 + 0{,}8 : 0{,}64) : 10 + 0{,}04848 : 0{,}024$. Выполните следующие задания: 1) результат округлите до десятых; 2) округлите каждое число, входящее в данное выражение, до десятых и вычислите значение полученного выражения; 3) сравните полученные результаты.

1447*. Масса полного бидона молока 35 кг. Бидон, заполненный наполовину, имеет массу 17,75 кг. Какова масса бидона? Ответ округлите до единиц.

ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

1448. Старинная мера массы — пуд — равна 16,38 кг. Округлите это значение до: 1) единиц; 2) десятков; 3) десятых.

1449. Старинная мера длины — сажень — равна 2,13 м. Округлите это значение до: 1) единиц; 2) десятых.

1450. Запишите свой рост в сантиметрах, выразите его в метрах и округлите результат до: 1) единиц; 2) десятых.

ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

1451. Вычислите:
1) $0{,}2^2 \cdot 3^2 \cdot 1{,}25$; 2) $1{,}3^2 \cdot 4^2 \cdot 15$.

1452. Решите уравнение:
1) $4 \cdot (2x - 3) + 12 = 96$; 2) $(x + 3{,}5) \cdot 8 - 7{,}2 = 26{,}4$.

1453. На строительство привезли 39 195 т стройматериалов. $\frac{1}{15}$ этого количества составляет известь, $\frac{1}{13}$ — цемент, а остальное — кирпич. Сколько тонн кирпича привезли на строительство?

ПРОВЕРЬТЕ, КАК УСВОИЛИ МАТЕРИАЛ

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Какая дробь называется десятичной?
2. Как называются разряды десятичной дроби, стоящие от запятой слева? Справа?
3. Как сравнить десятичные дроби с разными целыми частями? С равными целыми частями?
4. Сформулируйте правило сложения десятичных дробей.
5. Сформулируйте правило вычитания десятичных дробей.
6. Сформулируйте правило умножения десятичных дробей.
7. Как умножить дробь на 10; 100; 1000;...? На 0,1; 0,01; 0,001;...?
8. Как найти десятичную дробь от числа?
9. Сформулируйте правило деления десятичных дробей.
10. Как разделить десятичную дробь на 10; 100; 1000;...? На 0,1; 0,01; 0,001;...?
11. Как найти число по его десятичной дроби?
12. Сформулируйте правило округления чисел.

ПРОВЕРЬТЕ, КАК УСВОИЛИ МАТЕРИАЛ

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

Внимательно прочитайте задачи и найдите среди предложенных ответов верный. Для выполнения тестового задания потребуется 10–15 мин.

№ 1

1°. Выразите в гривнях 269 к.

А. 26,9 грн. **Б.** 2,69 грн. **В.** 0,269 грн. **Г.** 2,069 грн.

2°. Укажите верное числовое неравенство:

А. $81{,}29 > 92{,}37$. **Б.** $0{,}8 < 0{,}475$.

В. $7{,}385 < 7{,}395$. **Г.** $0{,}0069 > 0{,}0096$.

3°. Какое из чисел является корнем уравнения $x + 109{,}6 = 325{,}06$?

А. 215,6. **Б.** 434,66. **В.** 215. **Г.** 215,46.

4. На сколько сумма $236{,}259 + 1{,}06$ меньше разности $15{,}78 - 3{,}106$?

А. 224. **Б.** 224,645. **В.** 249,993. **Г.** 2246,45.

5*. Найдите разность выражения $a - c$ и числа p, если $a = 102{,}35 - 2{,}6$, $c = 25{,}65 - 2{,}8$, $p = 18{,}753$.

А. 95,653. **Б.** 58,147. **В.** 52,547. **Г.** 76,9.

№ 2

1°. Округлите дробь 154,225 до десятых.

А. 155,2. **Б.** 154,2. **В.** 154,22. **Г.** 154,3.

2°. Длина прямоугольника равна 10,6 м, а ширина составляет 0,8 длины. Найдите ширину прямоугольника.

А. 11,4. **Б.** 9,8. **В.** 8,48. **Г.** 13,25.

3°. Вычислите: $(53{,}27 + 3{,}85) \cdot 2{,}4$.

А. 57,12. **Б.** 137,88. **В.** 137,088. **Г.** 1370,88.

4. Какое из чисел является корнем уравнения:

$$10x + 4{,}5 \cdot (3{,}3 - 2{,}7) = 3{,}672?$$

А. 0,972. **Б.** 0,0972. **В.** 9,72. **Г.** 2,7.

5*. В первый час турист проехал 0,3 всего пути, во второй — 0,5 всего пути, а в третий — оставшуюся часть пути. Какое расстояние проехал турист за три часа, если за третий час он проехал 40 км?

А. 60 км. **Б.** 80 км. **В.** 100 км. **Г.** 200 км.

ГЛАВА 8

ПРОЦЕНТЫ. СРЕДНЕЕ АРИФМЕТИЧЕСКОЕ

Вы узнаете:

- что такое процент и как его обозначают;
- как представлять процент в виде десятичной и обыкновенной дроби;
- как находить процент от числа;
- как находить число по его проценту;
- как находить среднее арифметическое чисел и среднее значение величин;
- как применять изученный материал на практике

$1\% = 0{,}01 = \frac{1}{100}$

1% – процент

$50\% = 0{,}5 = \frac{1}{2}$

50% – половина

$25\% = 0{,}25 = \frac{1}{4}$

25% – четверть

$75\% = 0{,}75 = \frac{3}{4}$

75% – три четверти

§ 34. ЧТО ТАКОЕ ПРОЦЕНТ. НАХОЖДЕНИЕ ПРОЦЕНТА ОТ ЧИСЛА

Посмотрите на рисунок 226. На нём вы видите плитку шоколада, пачку мороженого, на которых написано «56 % какао», «пломбир 100 %». Вы, наверное, слышали, как читают такие записи взрослые: «56 процентов», «100 процентов». А что такое процент?



Рис. 226

Запомните!

Процентом **называется одна сотая часть.**

Кратко записывают 1 %. Знак % заменяет слово «процент».

$$1\ \% = \frac{1}{100} = 0{,}01.$$

Какое бы число или величину мы не взяли, его сотая часть — это один процент данного числа или величины. Например, $\frac{1}{100}$ числа 400 (0,01 числа 400) — это число 4, поэтому 4 — это 1 % числа 400; $\frac{1}{100}$ гривни (0,01 гривни) — это 1 копейка, поэтому 1 копейка — это 1 % гривни.

Задача 1. Пазл сожержит 500 элементов. Сколько элементов приходится на 1 его процент?

Решение. Пусть 500 элементов пазла — это 100 %. Тогда на 1 % приходится в 100 раз меньше его элементов. Отсюда 500 : 100 = 5 (эл.). Итак, 1 % — это 5 элементов пазла.

Обратите внимание:

чтобы найти 1 % от числа a, нужно это число разделить на 100. То есть:

$$100\ \% — a$$
$$1\ \% — a : 100$$

Зная, какое число или величина составляет 1 %, можно находить число или величину, приходящиеся на несколько процентов.

Задача 2. Марине надо пришить тесьму, 3 см которой составляет 1 % от её длины. Марина пришила 50 % тесьмы. Сколько сантиметров тесьмы она пришила?

Решение. Поскольку 50 % больше 1 % в 50 раз, то Марина пришила тесьмы в 50 раз больше, чем 3 см. Отсюда $3 \cdot 50 = 150$ (см). Итак, Марина пришила 150 см тесьмы.

Обратите внимание:

если число b составляет 1 % от некоторого числа, то число, которое приходится на n %, в n раз больше числа b. То есть:

$$1\ \% — b$$
$$n\ \% — bn$$

На практике часто случается так, что обе приведённые задачи надо решать вместе — сначала найти, какое число или величина приходится на 1 %, а затем — на несколько процентов. Такие задачи называют *задачами на нахождение процента от числа*. Их можно решать как арифметическим, так и алгебраическим способами.

Задача 3. Груши сладких сортов содержат 15 % сахара. Сколько сахара содержится в 3 кг груш?

Решение. Составим краткую запись данных задачи.

Груши: 3 кг — 100 %
Сахар: ? — 15 %

1. Арифметический способ.

1. Сколько килограммов соответствует 1 %?
$3 : 100 = 0{,}03$ (кг).

2. Сколько килограммов приходится на 15 %?
$0{,}03 \cdot 15 = 0{,}45$ (кг).

Итак, в 3 кг груш содержиться 0,45 кг сахара.

Можем сформулировать правило нахождения процента от числа.

Запомните!

Правило нахождения процента от числа.
Чтобы найти процент от числа, нужно данное число разделить на 100 и результат умножить на количество процентов.

2. Алгебраический способ.

Пусть x – масса сахара. Тогда:

$x : 15 = 3 : 100,$

$x = (3 : 100) \cdot 15,$

$x = 0{,}03 \cdot 15,$

$x = 0{,}45.$

Ответ: в 3 кг груши содержится 0,45 кг сахара.

Обратите внимание:

1) если число a составляет 100 %, то 1 % — это $a : 100$;
2) если искомое число x составляет n %, то 1 % — это $x : n$;
3) значения 1 % можно приравнять. То есть:

$$x : n = a : 100$$

Если процент представить в виде десятичной дроби, то, чтобы найти процент от числа, достаточно данное число умножить на эту десятичную дробь.



Узнайте больше

Слово *процент* происходит от латинского слова «*procentum*», что буквально означает «сотая часть», «на сто». Одну тысячную часть некоторой величины называют *промилле* (от лат. «*pro mille*» — на тысячу). Промилле обозначается символом «‰». В промилле определяют солёность воды, наклон реки, содержание алкоголя в крови, уклон рельсовых путей в подземных выработках (по правилам безопасности они должны составлять от 3 до 5 ‰) и т. д.

$$1\text{ ‰} = 0{,}1\text{ \%} = 0{,}001.$$

ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ

1. Что такое процент?
2. Как обозначают проценты?
3. Какой десятичной дроби равен 1 %?
4. Как найти 1 % от числа a?
5. Сформулируйте правило нахождения процента от числа.
6. Как найти процент, если он задан в виде десятичной дроби?
7. Объясните, как решать задачи на нахождение процента от числа.

РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

1454 . Верно ли, что 1 % равен:

1) $\frac{1}{2}$; 2) $\frac{1}{15}$; 3) $\frac{1}{25}$; 4) $\frac{1}{100}$; 5) $\frac{1}{200}$?

1455 . Верно ли, что 1 % равен:

1) 0,1; 2) 0,01; 3) 0,001; 4) 0,11; 5) 0,111?

1456 . Верно ли, что 25 % равны:

1) $\frac{1}{25}$; 2) 1,25; 3) $\frac{1}{125}$; 4) 0,025; 5) $\frac{25}{100}$?

1457 . Верно ли, что 0,75 равны:

1) 705 %; 2) 750 %; 3) 57 %; 4) 75 %; 5) 0,75 %?

1458 Верно ли, что $\frac{1}{2}$ равна:

1) 2 %; 2) 20 %; 3) 0,2 %; 4) 12 %; 5) 50 %?

1459 Представьте десятичную дробь в виде процентов:

1) 0,05; 2) 0,13; 3) 0,48; 4) 0,69; 5) 1,23; 6) 4,56.

1460 Представьте десятичную дробь в виде процентов:

1) 0,02; 2) 0,21; 3) 0,37; 4) 0,81; 5) 1,37; 6) 7,95.

1461 Запишите в виде десятичной дроби:

1) 6 %; 2) 27 %; 3) 56 %; 4) 92 %; 5) 145 %; 6) 371 %.

1462 Запишите в виде обыкновенной дроби или смешанного числа:

1) 11%; 2) 34%; 3) 62%; 4) 78%; 5) 139%; 6) 429%.

1463 Какими данными нужно дополнить таблицу 45?

Таблица 45

Обыкновенная дробь	$\frac{3}{100}$			$\frac{13}{20}$		
Десятичная дробь		0,8			0,72	
Проценты			14			110

1464 В конструкторе 200 элементов. Сколько элементов приходится на 1 %?

1465 Аня прочитала 25 % книги. Сколько страниц прочитала Аня, если 1 % составляет 3 страницы книги?

1466 Вычислите:

1) 5 % от 60; 3) 60 % от 45; 5) 75 % от 150;
2) 15 % от 30; 4) 25 % от 40; 6) 30 % от 90.

1467 Вычислите:

1) 2 % от 40; 3) 40 % от 32; 5) 65 % от 120;
2) 20 % от 20; 4) 45 % от 90; 6) 35 % от 350.

1468 Вычислите:

1) 4 % от 6,4; 3) 30 % от 1,2; 5) 75 % от 3,4;
2) 15 % от 5,4; 4) 25 % от 4,4; 6) 90 % от 0,9.

1469 Длина реки Ворсклы — 464 км. На территорию Полтавской области приходится 48,7 % всей её длины. Сколько километров Ворсклы протекает по территории Полтавской области?

1470 . Ялпуг — самое большое природное озеро в Украине, его длина — 25 км, а ширина составляет 28 % длины. Какая ширина озера Ялпуг?

1471 . В бассейне реки Рось — правого притока Днепра, находится 1136 малых рек, из них в Киевской области — 47 % рек, а в Черкасской — 4 %, остальные — в Житомирской и Винницкой областях. Сколько малых рек из бассейна Роси находится на территории Киевской и Черкасской областей?

1472 . Синевир — национальный парк в Украинских Карпатах. Его общая площадь — 40 400 га, из них — 14,4 % отведено под заповедную зону. Какая площадь заповедной зоны Синевира?

1473 . Из молока выходит 6,25 % сыра «Пармезан». Сколько килограммов такого сыра можно получить из молока объёмом:
1) 300 л; 2) 1000 л; 3) 16 л?

1474 . Из молока выходит 21 % сливок. Сколько литров сливок можно получить из молока объёмом:
1) 25 л; 2) 160 л; 3) 350 л?

1475 . Из сахарной свёклы получают 16 % сахара. Сколько килограммов сахара можно получить из сахарной свёклы массой:
1) 400 кг; 2) 1500 кг; 3) 12 т?

1476 . Сплав золота и серебра содержит 36 % золота. Сколько золота и серебра содержится в сплаве массой:
1) 150 г; 2) 1 кг; 3) 3,5 кг?

1477 . Сплав меди и олова содержит 42 % меди. Сколько меди и олова содержится в сплаве массой:
1) 140 г; 2) 10 кг; 3) 5,6 кг?

1478 . В 5-А классе учится 34 ученика, в 5-Б — 36 учеников. 10 % всех учащихся пятых классов — отличники. Сколько отличников среди пятиклассников?

1479 . Детский хор музыкальной школы посещают 60 учеников, из них — 44 девочки, а остальные — мальчики. 25 % мальчиков — участников хора — играют на скрипке. Сколько мальчиков поют в хоре и играют на скрипке?

1480. Найдите сумму:
1) 16 % от 16 и 34 % от 16; 2) 25 % от 24 и 65 % от 24.

1481. Найдите разность:
1) 56 % от 12 и 44 % от 12; 2) 125 % от 36 и 65 % от 36.

1482. Сравните:
1) 10 % от 16 и 16 % от 16; 2) 25 % от 24 и 24 % от 25.

1483. Сравните:
1) 5 % от 200 и 50 % от 20; 2) 25 % от 1,6 и 200 % от 0,25.

1484. Найдите сумму:
1) 12 % от (1,6 + 8,4) и 34 % от 10;
2) 50 % от (3,6 + 4) и 60 % от (12,4 – 4,6).

1485. Найдите разность:
1) 40 % от (12,5 + 35,5) и 40 % от 38;
2) 120 % от (36,4 + 33,6) и 120 % от (106 – 56).

1486. Сумма длин всех рёбер прямоугольного параллелепипеда равна 100 см. Длины рёбер параллелепипеда составляют 5%, 8 % и 12 % этой суммы. Вычислите объём параллелепипеда.

1487. Площадь одной грани прямоугольного параллелепипеда равна 40 см^2. Площади двух других граней составляют соответственно 25 % и 40 % площади первой грани. Найдите сумму площадей всех граней параллелепипеда.

1488. В треугольнике одна сторона равна 8 см, вторая — составляет 125 % первой, а третья — 60 % второй. Найдите периметр треугольника.

1489. Сумма площадей двух квадратов равна 80 см^2. Площадь одного из них составляет 20 % этой суммы. Вычислите периметры двух квадратов.

1490. Сплав олова и свинца содержит олова на 20 % больше, чем свинца. Сколько олова и сколько свинца содержится в 350 г сплава?

1491. У Елены Петровны было 3 ч для того, чтоб приготовить праздничный ужин. 15 % всего времени она затратила на приготовление салата, 45 % времени — на приготовление мясного блюда, а остальное время — на десерт. Сколько времени затратила Елена Петровна на приготовление каждого блюда?

1492*. Марина прочла книгу, в которой 300 страниц, за три дня. В первый день она прочла 30% всей книги, во второй день — 40 % оставшихся страниц, в третий день — остальные. Сколько страниц девочка прочла в третий день?

1493*. Магазин получил 50 игрушек на сумму 1000 грн. Оптовая наценка составляет 2 %, а торговая надбавка — 5 %. Найдите розничную цену игрушки.

1494*. Сколько воды нужно долить к 200 г 10 %-го раствора соли, чтобы получить 4 %-й раствор?

ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

1495. Папе Полины 36 лет. Сколько лет Полине, если её возраст составляет 25 % возраста папы?

1496. Рост папы Полины равен 175 см. Какой рост Полины, если он составляет 72 % роста папы?

1497. Полина любит играть с папой в нарды. За последний месяц они сыграли 20 партий, из них 70 % партий выиграл папа. Сколько партий выиграла Полина?

ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

1498. Найдите расстояние между точками:
1) A (12) и B (39); 2) C (27) и D (41); 3) M (123) и N (98).

1499. Найдите разность наименьшего шестизначного и наибольшего пятизначного чисел.

1500. Основание равнобедренного треугольника равно 16 см, а его боковая сторона короче основания на 5 см. Найдите периметр треугольника.

1501. Сумма четырёх чисел равна 162. Второе число на 12 больше первого, третье — на 12 больше второго, а четвёртое — на 6 больше третьего. Найдите эти числа.

§ 35. НАХОЖДЕНИЕ ЧИСЛА ПО ЕГО ПРОЦЕНТУ

В предыдущем параграфе вы узнали, что такое процент и как находить процент от числа. Однако на практике приходится решать и другие задачи, связанные с процентами. Например, задачи на нахождение числа по его проценту. Такие задачи можно решать и арифметическим, и алгебраическим способами.

Задача 1. В украинском веночке Марины 20 % всех лент — голубые. Сколько всего лент в веночке, если голубых — 5?

Решение. Составим краткую запись данных задачи.

Голубые ленты:	5	—	20 %
Все ленты:	?	—	100 %

1. Арифметический способ.

1. Сколько лент составляет 1 %?

$$5 : 20 = 0{,}25 \text{ (л.)}.$$

2. Сколько лент составляют 100 %?

$$0{,}25 \cdot 100 = 25 \text{ (л.)}.$$

Итак, в веночке Марины 25 лент.

Можем сформулировать правило нахождения числа по его проценту.

Запомните!

Правило нахождения числа по его проценту.

Чтобы найти число по его проценту, нужно данное число разделить на количество процентов и результат умножить на 100.

2. Алгебраический способ.

Голубые ленты: $5 - 20\%$

Все ленты: $? - 100\%$

Пусть x *– количество всех лент в веночке. Тогда:*

$$x : 100 = 5 : 20,$$

$$x = (5 : 20) \cdot 100,$$

$$x = 0{,}25 \cdot 100,$$

$$x = 25.$$

Ответ: всего в веночке 25 лент.

Обратите внимание:

1) если число a составляет n %, то 1 % — это $a : n$;
2) если искомое число x составляет 100 %, то 1 % — это $x : 100$;
3) значения 1% можно приравнять. То есть:

$$x : 100 = a : n.$$

Если процент представить в виде десятичной дроби, то, чтобы найти число по его проценту, достаточно данное число разделить на эту десятичную дробь.

? Всегда ли в задачах находят величину, соответствующую 100 %? Не всегда. Рассмотрим следующую задачу.

Задача 2. Цена одного билета на детский спектакль составляет 1,5% общей стоимости билетов. Было продано 80% всех билетов на сумму 1280 грн. Сколько стоит один билет?

Решение. Составим краткую запись данных задачи.

Цена одного билета:	?	—	1,5 %
Стоимость проданных билетов:	1280 грн	—	80 %

1. Арифметический способ.

1. Сколько гривен составляет 1 %?
$$1280 : 80 = 16 \text{ (грн)}.$$
2. Сколько гривен составляют 1,5 %?
$$16 \cdot 1{,}5 = 24 \text{ (грн)}.$$

2. Алгебраический способ.

Пусть x — стоимость одного билета. Тогда:
$x : 1{,}5 = 1280 : 80,$
$x = (1280 : 80) \cdot 1{,}5,$
$x = 16 \cdot 1{,}5,$
$x = 24.$
Итак, билет на детский спектакль стоит 24 грн.

Узнайте больше

Часто при покупке различных товаров и услуг вы встречаете сокращённое название (аббревиатуру) НДС. Что это такое? НДС — это налог на добавленную стоимость. Он начисляется

в процентах. Такой налог собирается с каждого акта продажи, начиная с производства и заканчивая продажей товаров потребителю. НДС — самый значительный по объёму из всех налогов, которые отчисляются в Государственный бюджет.

ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ

1. Как найти число по его проценту?
2. Объясните, как решают задачи на нахождение числа по его проценту арифметическим способом.
3. Объясните, как решают задачи на нахождение числа по его проценту алгебраическим способом.

РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

1502. Известно, что 1 % — это число 4. Верно ли, что 12 % — это число: 1) 4; 2) 12; 3) 48; 4) 24?

1503. Известно, что 1 % — это число 3. Верно ли, что 100 % — это число: 1) 3; 2) 30; 3) 300; 4) 100?

1504. Известно, что 10 % — это число 40. Верно ли, что 1 % — это число: 1) 10; 2) 4; 3) 40; 4) 400?

1505. Известно, что 100 % — это число 50. Верно ли, что 1 % — это число: 1) 5; 2) 2; 3) 0,5; 4) 50?

1506. Найдите 1 %, если:
1) 5 % — это число 25; 2) 10 % — это число 40.

1507. Найдите 16 %, если:
1) 1 % — это число 3; 2) 1 % — это число 5.

1508. Нужно найти число, 20 % которого — это число 10.
1) Найдите 1 %; 2) найдите 100 %; 3) запишите искомое число.

1509. Нужно найти число, 25 % которого — это число 75.
1) Найдите 1 %; 2) найдите 100 %; 3) запишите искомое число.

1510. Найдите число, если:
1) его 4 % — это число 12;
2) его 9 % — это число 72;
3) его 13 % — это число 65;
4) его 35 % — это число 140.

1511. Найдите число, если:
1) его 3 % — это число 18;
2) его 11 % — это число 33;
3) его 17 % — это число 68;
4) его 23 % — это число 138.

1512. В аквариуме у Саши 35 % всех рыбок — это гуппии, их у него 7 штук. Сколько рыбок в аквариуме у Саши?

1513°. Винни-Пух съел за зиму 20 баночек мёда, что составляет 80 % всех его запасов. Сколько баночек мёда было у Винни?

1514°. 4 ученика 5-Б класса, а это — 12,5 % всех учащихся этого класса, закончили первый семестр на отлично. Сколько учеников в 5-Б классе?

1515°. Площадь бассейна реки Прут равна 27 000 км², что составляет около 18 % площади бассейна реки Тиса. Найдите площадь бассейна Тисы.

1516°. Масса сушёных грибов составляет 12 % массы свежих. Сколько нужно собрать свежих грибов, чтобы получить 2,4 кг сушёных?

1517°. На зиму мама решила заготовить сушёные груши и яблоки. Масса сушёных фруктов составляет 15 % массы свежих. Сколько нужно собрать фруктов, чтобы получить 6 кг сушёных?

1518°. Страховой агент получает 5 % от продажи страховых полисов. На какую сумму продал полисов страховой агент, если он получил 900 грн прибыли?

1519°. На территории Украины протяжённость реки Днепр 981 км, что составляет 44,57 % её общей длины. Какова общая длина Днепра?

1520°. Школьная команда по шахматам набрала на городском турнире 72 очка, что составляет 80 % всех возможных. Какое максимальное количество очков можно набрать на турнире?

1521°. Раствор содержит 12 % соли. Какова масса раствора, если соли в нём 30 г?

1522°. Сплав содержит 15 % меди. Какова масса сплава, если меди в нём 24 г?

1523°. Из сахарной свёклы получают 16 % сахара. Сколько килограммов свёклы нужно собрать, чтобы получить сахара:
1) 64 кг; 2) 4 ц; 3) 1 т?

1524°. Из молока выходит 6,25 % сыра «Пармезан». Сколько литров молока нужно для приготовления такой массы сыра, как:
1) 1 кг; 2) 2,5 кг; 3) 12 кг?

1525°. Из молока выходит 21 % сливок. Сколько литров молока понадобится для приготовления такого объёма сливок, как:
1) 8,4 л; 2) 105 л; 3) 73,5 л?

1526°. В девятипроцентном растворе содержится 24,3 г йода. Какова масса всего раствора?

627°. Сплав золота и серебра содержит 42 % золота. Какова масса всего сплава и масса серебра в нём, если золота в этом сплаве: 1) 84 г; 2) 210 г; 3) 336 г?

628°. Сплав меди и олова содержит 65 % меди. Какова масса всего сплава и масса олова в нём, если меди в этом сплаве: 1) 130 г; 2) 455 г; 3) 780 г?

629. Кинозал на дневном сеансе был заполнен на 84 %. Сколько людей пришло в кино, если 3 из них заполняют 2 % количества мест в зале?

630. Сколько нужно собрать ромашки, чтобы получить 7 кг сушёной, если во время сушки она теряет 86 % своей массы?

631. Крестьяне сдали в аптеку 12 кг сушёной малины и 10 кг сушёной черники. Сколько свежих ягод собрали крестьяне, если при сушке малина теряет 75 % своей массы, а черника — 80 %?

632. Показ мультфильма на одном из телевизионных каналов трижды прерывали на рекламу по 3 мин каждая, что в сумме составляет 20 % времени показа самого мультфильма. Во сколько закончился показ мультфильма, если начался он в 15 ч?

633. Ширина прямоугольника равна 5 см и составляет 62,5 % его длины. Найдите периметр прямоугольника.

634. Сторона одного квадрата равна 7 см, что составляет 43,75% стороны другого квадрата. Найдите периметр бóльшего квадрата.

635. Сторона одного квадрата равна 8 см и составляет 12,5 % стороны другого квадрата. Найдите площадь бóльшего квадрата.

636. В треугольнике одна сторона равна 6 см. Её длина составляет 24 % длины второй стороны и 16 % длины третьей стороны. Найдите периметр треугольника.

637. В треугольнике одна сторона равна 3,6 см. Её длина составляет 12 % периметра и 30 % длины второй стороны. Найдите третью сторону треугольника.

638. В прямоугольном параллелепипеде высота равна 4 см. Она составляет 40 % длины и 80 % ширины. Найдите сумму площадей всех граней параллелепипеда.

639. Объём одного куба равен 27 см^3 и составляет 337,5 % объёма второго куба. Найдите периметр грани меньшего куба.

640. Мясо при варке теряет 35 % своей массы. Сколько нужно взять сырого мяса, чтобы приготовить 65 порций варёного по 120 г?

1541. При транспортировке помидоров с поля в магазин теряется 4% их общей массы. Сколько нужно собрать помидоров, если четыре магазина заказали по 384 кг?

1542*. Объём куба равен 27 см^3 и составляет 90 % объёма прямоугольного параллелепипеда. Найдите площадь наименьшей грани параллелепипеда, если его длина составляет 60 %, а ширина — 40 % высоты параллелепипеда.

1543*. Сплав состоит из 50 % цинка, 40 % меди и 10 % алюминия. Сколько граммов каждого из этих металлов содержится в сплаве, если алюминия в нём содержится на 600 г меньше, чем меди?

1544*. Морская вода содержит 5 % соли. Сколько килограммов пресной воды нужно добавить к 40 кг морской воды для того, чтобы содержание соли в ней составляло 2 %?

ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

1545. Саше весной исполнилось 10 лет, что составляет 31,25 % возраста его мамы. Сколько лет маме Саши?

1546. Саше весной исполнилось 10 лет, что составляет 250 % возраста его младшей сестры Наташи. Сколько лет Наташе?

1547. Рост Саши — 135 см, что составляет 75 % роста его папы. Какой рост у папы?

ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

1548. Сравните:
1) 0,2 см и 20 мм; 2) 50 м и 0,05 км; 3) 1,5 дм и 150 см.

1549. Запишите 5 дм^3:
1) в кубических сантиметрах; 2) в кубических миллиметрах.

1550. Угол, градусная мера которого равна 150°, разделили внутренними лучами на равные углы. Найдите градусную меру этих углов, если получено:
1) 2 угла; 2) 5 углов; 3) 12 углов.

1551. Из города выехал мотоциклист со скоростью 35 км/ч. Через 3 ч в том же направлении из города выехал автомобиль со скоростью 70 км/ч. Через какое время после выезда автомобиль догонит мотоциклиста? На каком расстоянии от города это произойдёт?

§ 36. СРЕДНЕЕ АРИФМЕТИЧЕСКОЕ. СРЕДНЕЕ ЗНАЧЕНИЕ ВЕЛИЧИН

Читая книги и газеты, различные статьи в Интернете, просматривая кинофильмы и телепередачи, вы встречались с таким: средняя температура воздуха за месяц или за неделю, средняя скорость автомобиля, средняя рождаемость в Киеве за 2011 год, средний рост учеников класса, средняя успеваемость учащихся 5-А класса за год, средняя урожайность помидоров и т.д. Как же находят значения средних величин? Для этого нужно знать, что такое среднее арифметическое.

Посмотрите на рисунок 227. Вы видите на координатном луче точку A с координатой 3 и точку B с координатой 7. Между ними на одинаковом расстоянии от обеих точек находится точка C с координатой 5. При этом числа 3, 7 и 5 удовлетворяют такому числовому равенству: $\frac{3+7}{2}=5$. Говорят, что число 5 является *средним арифметическим* чисел 3 и 7. Чтобы найти среднее арифметическое двух чисел, нужно найти их полусумму.

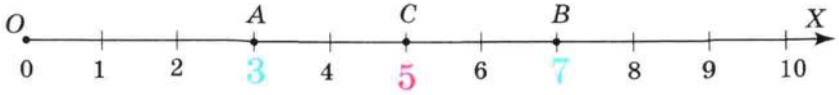


Рис. 227

? Можно ли найти среднее арифметическое трёх, четырёх и более чисел? Да.

Запомните!

Средним арифметическим **нескольких чисел называется частное от деления суммы этих чисел на их количество.**

Задача 1. Найдите среднее арифметическое чисел 12, 15 и 18.

Решение. Даны 3 числа. Чтобы найти их среднее арифметическое, нужно сумму этих чисел разделить на 3:

$$\frac{12+15+18}{3}=\frac{45}{3}=15$$

? Может ли среднее арифметическое быть дробным числом? Да. Например:

$$\frac{2+3+4+5}{4}=\frac{14}{4}=\frac{7}{2}=3{,}5;$$

$$\frac{3{,}3+4{,}5+6{,}6}{3}=\frac{14{,}4}{3}=4{,}8.$$

Среднее арифметическое используют для вычисления средних величин. Рассмотрим задачи.

Задача 2. Во время путешествия автомобиль за первый час проехал 120 км, за второй час — 110 км, а за третий и четвёртый — по 80 км. Сколько в среднем за час проезжал автомобиль?

Решение. В задаче нужно найти среднее арифметическое чисел 120, 110, 80 и 80: $\frac{120+110+80+80}{4}=97{,}5$. Итак, в среднем за час автомобиль проезжал 97,5 км.

Обратите внимание:

чтобы найти, сколько километров в среднем преодолевает в час участник движения, нужно вычислить среднее арифметическое расстояний на разных участках движения.

Задача 3. На молокозавод привезли пять бидонов молока с разным процентом жирности. В первом бидоне жирность молока составляет 4 %, во втором — 3,8 %, в третьем — 3,5 %, в четвёртом — 3,2 %, в пятом — 3,6 %. Какова средняя жирность молока?

Решение. Чтобы найти среднюю жирность молока, нужно найти среднее арифметическое заданных в задаче процентов:

$$\frac{4+3{,}8+3{,}5+3{,}2+3{,}6}{5}=\frac{18{,}1}{5}=3{,}62.$$

Итак, средняя жирность молока составляет 3,62 %.

Обратите внимание:

чтобы найти средний процент, нужно вычислить среднее арифметическое заданных процентов.



Узнайте больше

Вы знаете, что солёность — это суммарное содержание всех твёрдых растворённых веществ, содержащихся в 1 л морской воды и выраженных в граммах. Измеряется в промилле (‰). Средняя солёность Мирового океана равна 35 ‰. Для калибровки приборов в Бискайском заливе добывается так называемая нормальная вода с солёностью, близкой к 35 ‰. Средняя солёность Азовского моря равна 13,8 ‰, а Чёрного моря — 17–18 ‰.

ВСПОМНИТЕ ГЛАВНОЕ

1. Что такое среднее арифметическое нескольких чисел?
2. Как вычислить среднее арифметическое нескольких чисел?
3. Приведите примеры средних величин.
4. Как найти расстояние, которое в среднем за час преодолевает участник движения?
5. Как найти средний процент?



РЕШИТЕ ЗАДАЧИ

1552. Верно ли, что средним арифметическим чисел 2, 3 и 4 является число: 1) 2; 2) 3; 3) 4; 4) 9?

1553. Верно ли, что число 5 является средним арифметическим чисел:
1) 5, 4, 5; 2) 1, 2, 2; 3) 4, 5, 6?

1554. Вычислите среднее арифметическое чисел:
1) 3 и 7; 3) 23 и 25; 5) 4, 7 и 10;
2) 16 и 18; 4) 3, 6 и 6; 6) 9, 8 и 7.

1555 . Может ли число 6 быть средним арифметическим чисел:
1) 5 и 7; 2) 4, 6 и 8; 3) 2, 3, 5 и 8?

1556 . Вычислите среднее арифметическое чисел:
1) 34 и 56; 2) 160 и 187; 3) 20, 36 и 4; 4) 16, 18 и 8.

1557 . Вычислите среднее арифметическое чисел:
1) 2,2 и 3,8; 3) 3,1 и 4,9; 5) 4,2; 3,2 и 1,6;
2) 1,6 и 1,8; 4) 3,1; 6,9 и 5; 6) 1,9; 1,8 и 2,3.

1558 . Вычислите среднее арифметическое чисел:
1) $\frac{1}{4}$ и $1\frac{3}{4}$; 2) $\frac{4}{5}$ и $2\frac{1}{5}$; 3) $1\frac{3}{7}$ и $2\frac{4}{7}$; 4) $3\frac{3}{8}$ и $4\frac{5}{8}$.

1559 . Какими могут быть два натуральных числа, если их среднее арифметическое равно: 1) 2; 2) 3; 3) 4; 4) 5?

1560 . Какими могут быть три натуральных числа, если их среднее арифметическое равно: 1) 3; 2) 5; 3) 6; 4) 8?

1561 . Начертите координатный луч, единичный отрезок которого равен двум клеточкам тетради. Отметьте на этом луче точки M (3), N (2), K (7) и точку A, координата которой является средним арифметическим координат трёх заданных точек.

1562 . Начертите координатный луч, единичный отрезок которого равен двум клеточкам тетради. Отметьте на этом луче точки $A(1{,}5)$, $B(2{,}5)$, $D(2)$ и точку C, координата которой является средним арифметическим координат трёх заданных точек.

1563 . Масса одного из трёх слитков золота равна 2,7 кг, масса второго — 5,3 кг, масса третьего — 4 кг. Найдите среднюю массу слитка золота.

1564 . На уроке физкультуры ученики 5-А класса сдавали нормативы. Олег подтянулся на перекладине 10 раз, Вадим — 8 раз, Дима — 6 раз, Артём — 12 раз. Сколько раз в среднем подтянулся один мальчик?

1565 . Винни-Пух в первый день съел 3 баночки мёда, во второй — 4 баночки, а в третий — 5 баночек. Сколько в среднем баночек мёда съедал Пух в день?

1566 . Магазин за первый месяц получил прибыль 15 000 грн, за второй месяц — 18 000 грн, за третий — 12 000 грн, а за четвёртый — 11 000 грн. Какой средний доход магазина за месяц?

1567 . Таня собрала 30 грибов, Надя — 36 грибов, а Ваня — 45 грибов. Сколько в середнем грибов собрал каждый ребёнок?

1568°. Автобус за первый час проехал 60 км, за второй — 66 км, за третий — 56 км, а за четвёртый — 70 км. Сколько километров в среднем преодолевал автобус за час?

1569°. Перемены в школе длятся 5 мин, 10 мин, 20 мин, 15 мин, 10 мин. Какова средняя продолжительность перемены в школе?

1570°. На конкурсе талантов Алина получила такие баллы от жюри: 10, 9, 8, 10, 9. Какой средний балл получила девочка?

1571°. Найдите неизвестное число, если известное число равно 7,4, а их среднее арифметическое — 8,1.

1572°. Найдите неизвестное число, если известное число равно 15,5, а их среднее арифметическое — 13,3.

1573°. Лыжник прошёл за первый час 5 км. Сколько километров он прошёл за второй час, если в среднем за час он проходил 4,6 км?

1574°. Турист за первый час своего путешествия прошёл 4,7 км. Сколько километров он прошёл за второй час, если в среднем за час он проходил 4,5 км?

1575°. В магазинах города 1 кг лимонов стоит по-разному: в первом магазине — 22 грн 10 к., во втором — 23 грн 20 к., а в третьем — 21 грн 90 к. Какова средняя цена 1 кг лимонов?

1576. С четырёх полей площадью 200 га каждое собрали урожай пшеницы. С первого поля собрали 7200 ц, со второго — 7460 ц, с третьего — 7380 ц, а с четвёртого — 7560 ц. Какова урожайность каждого поля? Какова средняя урожайность?

1577. Олег выиграл в лотерею 3 раза по 50 грн, 4 раза — по 10 грн и 1 раз — 200 грн. Какой средний выигрыш Олега?

1578. Средним арифметическим чисел a, 1,8 и 4,2 является число 2,4. Найдите неизвестное число a.

1579. Средним арифметическим чисел 125, b, 108 и 236 является число 204. Найдите неизвестное число b.

1580. Первое число в 1,5 раза больше второго, а их среднее арифметическое равно 35. Найдите эти числа.

1581. Первое число на 40 % больше второго, а их среднее арифметическое равно 36. Найдите эти числа.

1582. На футбольных соревнованиях команда за выигрыш получает 2 очка, за поражение — 0 очков, за ничью — 1 очко. Команда «Чемпион» 5 матчей выиграла, один проиграла и 2 сыграла вничью. Сколько в среднем очков у команды «Чемпион»?

1555 . Может ли число 6 быть средним арифметическим чисел:
1) 5 и 7; 2) 4, 6 и 8; 3) 2, 3, 5 и 8?

1556 . Вычислите среднее арифметическое чисел:
1) 34 и 56; 2) 160 и 187; 3) 20, 36 и 4; 4) 16, 18 и 8.

1557 . Вычислите среднее арифметическое чисел:
1) 2,2 и 3,8; 3) 3,1 и 4,9; 5) 4,2; 3,2 и 1,6;
2) 1,6 и 1,8; 4) 3,1; 6,9 и 5; 6) 1,9; 1,8 и 2,3.

1558 . Вычислите среднее арифметическое чисел:
1) $\frac{1}{4}$ и $1\frac{3}{4}$; 2) $\frac{4}{5}$ и $2\frac{1}{5}$; 3) $1\frac{3}{7}$ и $2\frac{4}{7}$; 4) $3\frac{3}{8}$ и $4\frac{5}{8}$.

1559 . Какими могут быть два натуральных числа, если их среднее арифметическое равно: 1) 2; 2) 3; 3) 4; 4) 5?

1560 . Какими могут быть три натуральных числа, если их среднее арифметическое равно: 1) 3; 2) 5; 3) 6; 4) 8?

1561 . Начертите координатный луч, единичный отрезок которого равен двум клеточкам тетради. Отметьте на этом луче точки M (3), N (2), K (7) и точку A, координата которой является средним арифметическим координат трёх заданных точек.

1562 . Начертите координатный луч, единичный отрезок которого равен двум клеточкам тетради. Отметьте на этом луче точки $A(1{,}5)$, $B(2{,}5)$, $D(2)$ и точку C, координата которой является средним арифметическим координат трёх заданных точек.

1563 . Масса одного из трёх слитков золота равна 2,7 кг, масса второго — 5,3 кг, масса третьего — 4 кг. Найдите среднюю массу слитка золота.

1564 . На уроке физкультуры ученики 5-А класса сдавали нормативы. Олег подтянулся на перекладине 10 раз, Вадим — 8 раз, Дима — 6 раз, Артём — 12 раз. Сколько раз в среднем подтянулся один мальчик?

1565 . Винни-Пух в первый день съел 3 баночки мёда, во второй — 4 баночки, а в третий — 5 баночек. Сколько в среднем баночек мёда съедал Пух в день?

1566 . Магазин за первый месяц получил прибыль 15 000 грн, за второй месяц — 18 000 грн, за третий — 12 000 грн, а за четвёртый — 11 000 грн. Какой средний доход магазина за месяц?

1567 . Таня собрала 30 грибов, Надя — 36 грибов, а Ваня — 45 грибов. Сколько в середнем грибов собрал каждый ребёнок?

1568°. Автобус за первый час проехал 60 км, за второй — 66 км, за третий — 56 км, а за четвёртый — 70 км. Сколько километров в среднем преодолевал автобус за час?

1569°. Перемены в школе длятся 5 мин, 10 мин, 20 мин, 15 мин, 10 мин. Какова средняя продолжительность перемены в школе?

1570°. На конкурсе талантов Алина получила такие баллы от жюри: 10, 9, 8, 10, 9. Какой средний балл получила девочка?

1571°. Найдите неизвестное число, если известное число равно 7,4, а их среднее арифметическое — 8,1.

1572°. Найдите неизвестное число, если известное число равно 15,5, а их среднее арифметическое — 13,3.

1573°. Лыжник прошёл за первый час 5 км. Сколько километров он прошёл за второй час, если в среднем за час он проходил 4,6 км?

1574°. Турист за первый час своего путешествия прошёл 4,7 км. Сколько километров он прошёл за второй час, если в среднем за час он проходил 4,5 км?

1575°. В магазинах города 1 кг лимонов стоит по-разному: в первом магазине — 22 грн 10 к., во втором — 23 грн 20 к., а в третьем — 21 грн 90 к. Какова средняя цена 1 кг лимонов?

1576. С четырёх полей площадью 200 га каждое собрали урожай пшеницы. С первого поля собрали 7200 ц, со второго — 7460 ц, с третьего — 7380 ц, а с четвёртого — 7560 ц. Какова урожайность каждого поля? Какова средняя урожайность?

1577. Олег выиграл в лотерею 3 раза по 50 грн, 4 раза — по 10 грн и 1 раз — 200 грн. Какой средний выигрыш Олега?

1578. Средним арифметическим чисел a, 1,8 и 4,2 является число 2,4. Найдите неизвестное число a.

1579. Средним арифметическим чисел 125, b, 108 и 236 является число 204. Найдите неизвестное число b.

1580. Первое число в 1,5 раза больше второго, а их среднее арифметическое равно 35. Найдите эти числа.

1581. Первое число на 40 % больше второго, а их среднее арифметическое равно 36. Найдите эти числа.

1582. На футбольных соревнованиях команда за выигрыш получает 2 очка, за поражение — 0 очков, за ничью — 1 очко. Команда «Чемпион» 5 матчей выиграла, один проиграла и 2 сыграла вничью. Сколько в среднем очков у команды «Чемпион»?

1583. В летний лагерь детей отправили на пяти одинаковых автобусах и разместили в них 29, 32, 36, 31 и 35 человек. Можно ли было разместить детей в автобусах поровну?

1584. Среднее арифметическое двух чисел равно 5,6. Найдите эти числа, если одно з них на 4,4 меньше другого.

1585. Среднее арифметическое трёх чисел равно 6. Найдите эти числа, если первое из них в 2,5 раза, а второе — в 1,5 раза больше третьего.

1586. Среднее арифметическое трёх чисел равно 15. Найдите эти числа, если второе число в 1,4 раза, а третье — в 1,2 раза больше первого.

1587*. Среднее арифметическое четырёх чисел равно 3,46, а среднее арифметическое шести других чисел — 8,32. Найдите среднее арифметическое всех десяти чисел.

1588*. Найдите среднее арифметическое дробей:
$\frac{18}{25}$, $\frac{19}{18}$, $\frac{32}{25}$ и $\frac{17}{18}$.

1589*. Докажите, что среднее арифметическое 15 натуральных чисел не может быть равно 6,7.

ПРИМЕНИТЕ НА ПРАКТИКЕ

1590. Определите среднюю толщину одного листа учебника по математике. Объясните, как это сделать.

1591. Определите среднюю температуру воздуха за неделю. Показания снимите самостоятельно.

1592. Определите средний рост учеников вашего класса.

1593. Определите свой средний балл успешности за месяц.

1594. Определите среднюю длину своего шага.

ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

1595. Вычислите удобным способом:
$22 - 18{,}5 + 21 - 17{,}5 + 20 - 16{,}5 + 19 - 15{,}5 + 18 - 14{,}5$.

1596. Разместите в порядке убывания величины:
5 см, 0,4 дм, 0,06 м, 30 мм.

1597. Парковая зона имеет форму квадрата со стороной 5,2 км. Найдите периметр и площадь парка.

ПРОВЕРЬТЕ, КАК УСВОИЛИ МАТЕРИАЛ

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что такое процент? Как обозначают проценты?
2. Как выразить 1% десятичной дробью?
3. Сформулируйте правило нахождения процента от числа.
4. Объясните, как решать задачи на нахождение процента от числа.
5. Как найти число по его проценту?
6. Объясните, как решают задачи на нахождение числа по его проценту.
7. Что такое среднее арифметическое нескольких чисел?
8. Как вычислить среднее арифметическое нескольких чисел?
9. Как найти расстояние, которое в среднем преодолевает за час участник движения?
10. Как найти средний процент?

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

Внимательно прочитайте задачи и найдите среди предложенных ответов верный. Для выполнения тестового задания потребуется 10–15 мин.

1°. Подайте десятичную дробь 0,16 в виде процентов:
А. 160 %. **Б.** 16 %. **В.** 1,6 %. **Г.** 0,16 %.

2°. Запишите 120% в виде десятичной дроби:
А. 120. **Б.** 12. **В.** 1,2. **Г.** 0,12.

3°. Раствор содержит 16 % соли. Какова масса раствора, если соли в нём 48 г?
А. 300 г. **Б.** 768 г. **В.** 11 г. **Г.** 7,68 г.

4. Среднее арифметическое трёх чисел равно 1,8. Найдите неизвестное число, если два других равны 2,1 и 0,9.
А. 1,2. **Б.** 3,3. **В.** 2,4. **Г.** 0,6.

5*. В треугольнике одна сторона равна 12 см, вторая сторона составляет 115 % первой, а периметр — 300 % первой. Найдите неизвестную сторону треугольника.
А. 12 см. **Б.** 10 см. **В.** 9,8 см. **Г.** 10,2 см.

ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

СЧЁТ, ИЗМЕРЕНИЯ И ЧИСЛА

1. Сколько чисел натурального ряда расположено между числами:
1) 120 и 129; 2) 999 и 1100; 3) 8901 и 8910; 4) 50 000 и 50 020?

2. На прямой даны три точки A, B и C. Найдите длину отрезка BC, если $AB = 8$ см и $AC = 9$ см. Сколько решений имеет задача?

3. Запишите координаты точек, находящихся на расстоянии:
1) 3 единицы от точки $M(5)$; 2) 6 единиц от точки $N(10)$;
3) 4 единицы от точки $K(12)$.

4. Найдите расстояние между точками:
1) $A(5)$ и $N(12)$; 2) $B(34)$ и $M(40)$; 3) $C(55)$ и $K(61)$.

5. Запишите числовое выражение и вычислите его значение:
1) сумма числа 720 и частного чисел 19 750 и 25; 2) разность суммы чисел 300 и 895 и числа 128; 3) произведение суммы чисел 1010 и 90 и числа 15; 4) частное числа 78 279 и разности чисел 107 и 10.

6. Запишите числовое неравенство: 1) 123 меньше 172; 2) 576 больше 347; 3) 538 больше 500, но меньше 600; 4) 1000 больше 999, но меньше 1002.

7. На координатном луче отметьте число, расположенное:
1) на 4 единицы правее числа 10; 2) на 4 единицы левее числа 8; 3) между числами 5 и 10. Запишите соответствующие числовые неравенства.

8. Сравните:
1) 45 см и 50 см; 3) 2 м и 200 см; 5) 1 ч 15 мин и 75 мин;
2) 10 см и 10 мм; 4) 2 дм и 100 мм; 6) 100 кг и 1000 г.

9. Сравните числа:
1) 4590 и 990;
2) 67 109 и 67 099;
3) 778 089 и 779 000;
4) 7 007 007 007 и 7 007 007 070.

10. Запишите все натуральные числа, которые можно вставить вместо звёздочки, чтобы получить верное числовое неравенство:
1) $45 < * < 50$; 2) $458 < * < 569$; 3) $25\,099 < * < 25\,100$.

11. Проведите луч OM. С помощью транспортира по одну сторону от луча OM постройте угол MON, градусная мера которого равна 48°, а по другую сторону — угол MOK, градусная мера которого — 36°. Чему равна градусная мера угла NOK?

12. Луч BD — биссектриса угла ABC. Найдите:
1) $\angle DBC$, если $\angle ABC = 80°$; 2) $\angle ABC$, если $\angle ABD = 25°$.

13. Луч OB — внутренний луч угла AOC. Найдите:
1) $\angle AOC$, если $\angle AOB = 45°$ и $\angle BOC = 15°$; 2) $\angle AOB$, если $\angle AOC = 95°$ и $\angle BOC = 29°$; 3) $\angle BOC$, если $\angle AOC = 120°$ и $\angle AOB = 84°$.

ДЕЙСТВИЯ ПЕРВОЙ СТУПЕНИ НАД НАТУРАЛЬНЫМИ ЧИСЛАМИ

14. Упростите выражение:
1) $a + 2 - a + 10 + b - b + 3$; 2) $3a + b + 3 + b + 4a$.

15. Найдите значение выражения $2a + 78$, если: 1) $a = 11$; 2) $a = 25$.

16. Альбом стоит a грн, а тетрадь — b грн. Объясните, какой смысл имеют выражения:
1) $a + b$; 2) $a - b$; 3) $10a$; 4) $2a + 30b$.

17. Запишите значения выражений 123 456 + 89, 34 956 + 583, 80 076 + (115 + 334) и 99 999 + 543 + 101 в порядке возрастания.

18. Одно из слагаемых увеличили на 21 227. На сколько изменилось второе слагаемое, если сумма увеличилась на 54 001?

19. Начертите координатный луч. Отметьте на нём точку $B(1)$. Отметьте точку A, координата которой больше координаты точки B на: 1) 7; 2) 9; 3) 11. Найдите расстояние между точками A и B.

20. Начертите координатный луч. Отметьте на нём точку $B(7)$. Отметьте точку A, координата которой меньше координаты точки B на: 1) 6; 2) 2; 3) 5. Найдите расстояние между точками A и B.

21. Выполните действия удобным способом:
1) 15 034 + 237 – 5034 + 263; 3) 1010 – 234 – 510;
2) 12 380 + 55 – 80 + 145; 4) 360 – 194 – 60 + 184.

22. Радиус земного шара равен 6371 км, что на 4634 км больше радиуса Луны. Найдите радиус Луны.

23. Со склада в первый день было продано 26 051 кг крупы, а во второй — 17 365 кг, после чего осталось 6584 кг крупы. Сколько крупы было на складе?

24. В городах A, B и C проживает 17 987 жителей. В городе B — на 5783 жителей меньше, чем в городе A, а в городе C — на 3421 жителей больше, чем в городе A. Сколько жителей проживает в каждом городе?

25. Угол A треугольника ABC равен 45°, а угол C — в 4 раза больше угла B. Найдите градусную меру углов B и C.

26. В прямоугольном треугольнике ABC $\angle A$ — прямой, $\angle A + \angle C = 110°$. Найдите углы треугольника.

27. Сторона AB треугольника ABC в 3 раза больше стороны AC и на 10 см меньше стороны BC. Найдите стороны треугольника, если его периметр равен 87 см.

28. Основание равнобедренного треугольника на 10 см больше боковой стороны. Найдите стороны треугольника, если его периметр равен 64 см.

29. Каждая сторона n-угольника равна 6 см. Найдите его периметр, если: 1) $n = 15$; 2) $n = 20$.

30. Стороны прямоугольника 25 см и 16 см. Найдите сторону квадрата, периметр которого равен периметру данного прямоугольника.

ДЕЙСТВИЯ ВТОРОЙ СТУПЕНИ НАД НАТУРАЛЬНЫМИ ЧИСЛАМИ

31. Выполните умножение:

1) $325 \cdot 2802$;
2) $407 \cdot 12\,025$;
3) $30\,865 \cdot 2010$;
4) $72\,343 \cdot 4\,560\,180$.

32. Вычислите удобным способом:

1) $382 \cdot 2 \cdot 50$;
2) $25 \cdot 74 \cdot 4$;
3) $125 \cdot (72 \cdot 8)$;
4) $5 \cdot (315 \cdot 20)$;
5) $40 \cdot (496 \cdot 25)$;
6) $12 \cdot (5 \cdot 11)$.

33. Упростите выражение:

1) $9 \cdot a \cdot 12 \cdot 5 \cdot b$;
2) $8 \cdot c \cdot 15 \cdot d$;
3) $m \cdot 25 \cdot n \cdot 4$;
4) $3p \cdot 5k \cdot 2t$;
5) $9a + 21a$;
6) $56c - 48c$;
7) $n + 21n$;
8) $45p - 15p + p$;
9) $12x + 68x - x$.

34. Раскройте скобки:

1) $15 \cdot (a + 12)$;
2) $c \cdot (8 - 11d)$;
3) $6 \cdot (2n + m)$;
4) $(n - m) \cdot 15p$;
5) $3 \cdot (2p + k + 5t)$;
6) $(y + 8) \cdot 10 + (5 - y) \cdot 6$.

35. Вынесите общий множитель за скобки:

1) $9a + 9b$;
2) $5c + 10d$;
3) $8n - 12m$;
4) $2n + 16m$;
5) $15p + 5k - 25t$;
6) $12p - 14k + 6t$.

36. Вычислите удобным способом:

1) $83 \cdot 9 + 9 \cdot 17$;
2) $24 \cdot 96 - 24 \cdot 86$;
3) $716 \cdot 52 - 52 \cdot 616$;
4) $35 \cdot 20 + 59 \cdot 12 - 20 \cdot 25 - 12 \cdot 49$.

37. Выполните деление:

1) $5032 : 68$; 2) $25\,050 : 50$; 3) $197\,500 : 250$; 4) $1\,311\,000 : 690$.

38. Выполните деление с остатком:

1) $951 : 24$; 2) $98\,081 : 40$; 3) $408\,530 : 430$; 4) $243\,065 : 578$.

39. Сколько тетрадей по 3 грн 50 к. сможет купить Ира, если у неё есть 20 грн? Сколько денег останется у Иры?

40. Найдите значение выражения:
1) $56\,856 : 552 + 154 - (10\,648 - 872) : 47$;
2) $(20\,200 - 3\,829\,925 : 209) : (16\,000 - 2\,014\,125 : 131)$.

41. Составьте алгоритм выполнения действий, постройте схему вычисления и найдите значение выражения:
$(30\,000 - 408 \cdot 25) \cdot (609 \cdot 700 - 417\,295)$.

42. Решите уравнение:
1) $100 : (45 - x) = 4$;
2) $(70 + x) + 35 = 134$;
3) $(y - 25) : 25 = 18$;
4) $16 \cdot (24 - x) = 256$;
5) $54x + 36x - x = 178$;
6) $28y - 18y + 5y + 15 = 75$.

43. Одно из чисел в 6 раз больше другого. Найдите эти числа, если их сумма равна 2870.

44. Разность двух чисел равна 100. Найдите эти числа, если одно из них в 3 раза меньше другого.

45. Купили 5 кг печенья и 4 кг конфет и заплатили 208 грн. Сколько стоит килограмм печенья и сколько стоит килограмм конфет, если конфеты дороже печенья в 2 раза?

46. Два велосипедиста выехали одновременно навстречу друг другу из пунктов A и B, расстояние между которыми равно 30 км, и встретились через 1 ч. Найдите скорость каждого велосипедиста, если скорость одного з них на 2 км/ч больше скорости другого.

47. Два велосипедиста выехали одновременно из пункта A в противоположных направлениях. Первый велосипедист ехал со скоростью13 км/ч, а второй — со скоростью, на 4 км/ч большей, чем первый велосипедист. На каком расстоянии друг от друга будут находиться велосипедисты через полчаса после выезда?

48. Два пешехода идут по одной дороге со скоростью 100 м/мин и 80 м/мин соответственно. Расстояние между ними сейчас составляет 800 м. Какое расстояние будет между ними через 4 мин? Рассмотрите все возможные случаи.

49. Расстояние между двумя пристанями составляет 60 км. Скорость течения реки 5 км/ч. Сколько времени затратит катер, собственная скорость которого 25 км/ч, на путь от одной пристани до другой: 1) по течению; 2) против течения?

СТЕПЕНЬ НАТУРАЛЬНОГО ЧИСЛА С НАТУРАЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ. ПЛОЩАДИ И ОБЪЁМЫ ФИГУР

50. Вычислите:
1) $5 \cdot 2^6 + 2^2 - 4 \cdot 3^4$;
2) $2(2 \cdot 5^3 - 10^2) : 5^2$;
3) $6^2 : 2 \cdot (4^3 - 55)$;
4) $2^3 : 1^{12} \cdot 5^3 - (3^2 \cdot 5 - 5)$.

51. Найдите значение выражения $a^3 + b^2$, если:
1) $a = 2$, $b = 12$; 2) $a = 1$, $b = 1$; 3) $a = 6$, $b = 8$.

52. Вычислите удобным способом:
1) $120 \cdot 5^4 - 118 \cdot 5^4$; 2) $20^3 \cdot 12 - 20^3 \cdot 10$.

53. В равенстве $2 \cdot 5^3 + 22 - 2^2 + 40 = 12^2 \cdot 10$ поставьте скобки так, чтобы оно стало верным.

54. Длина прямоугольника равна 3,6 см, а ширина — в 2 раза меньше. Найдите площадь прямоугольника.

55. Площадь прямоугольника равна 0,06 см^2. Найдите его стороны, если одна из них больше другой в 6 раз.

56. Вычислите площадь квадрата, если его периметр равен периметру прямоугольника со сторонами 10 см и 12 см.

57. Постройте квадрат, площадь которого равна 100 см^2.

58. Вычислите сумму длин всех рёбер куба, ребро которого равно: 1) 4 м 6 см; 2) 3 см 4 мм.

59. Вычислите сумму площадей всех граней куба, ребро которого равно:
1) 4 см 5 мм; 2) 9 м 20 см.

60. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Ребро AB на 5 см меньше ребра AA_1. Ребро BC на 10 см больше ребра DC. Вычислите длины рёбер параллелепипеда, если сумма длин всех его рёбер равна 255 см.

61. Одно ребро прямоугольного параллелепипеда равно 40 м, второе — в 4 раза меньше первого, а третье — на 12 см больше первого. Найдите объём прямоугольного параллелепипеда.

62. Найдите объём куба, если периметр его грани равен:
1) 16 см; 2) 12 дм.

63. Длина прямоугольного параллелепипеда равна $(a + 123)$ м, ширина — $(b + 213)$ м, а высота — $(c + 312)$ м. Запишите формулу для нахождения объёма параллелепипеда. Вычислите значение объёма, если $a = 177$, $b = 87$, $c = 88$.

64. Измерения прямоугольного параллелепипеда 80 см, 50 см, 9 см. Найдите ребро куба, объём которого на 28 дм^3 больше объёма данного прямоугольного параллелепипеда.

65. Как изменится объём прямоугольного параллелепипеда, если его длину уменьшить в 3 раза, а высоту увеличить в 6 раз?

ОБЫКНОВЕННЫЕ ДРОБИ

66. Разместите в порядке возрастания дроби:
$\frac{7}{12}, \frac{5}{12}, \frac{1}{12}, \frac{10}{12}, \frac{3}{12}, \frac{11}{12}, \frac{9}{12}, \frac{12}{12}, \frac{4}{12}$.

67. При каких значениях x дробь $\frac{x}{8}$ правильная?

68. При каких значениях x дробь $\frac{11}{x}$ неправильная?

69. При каких значениях x дробь $\frac{x}{12}$ меньше дроби $\frac{11}{12}$?

70. Рабочий изготовил 124 детали, что составляет $\frac{4}{3}$ нормы. Сколько деталей должен был изготовить рабочий по норме?

71. Запишите неправильную дробь в виде смешанного числа:
1) $\frac{8}{5}$; 2) $\frac{23}{10}$; 3) $\frac{37}{6}$; 4) $\frac{43}{8}$.

72. Сколько часов составляет 145 мин?

73. Запишите смешанное число в виде неправильной дроби:
1) $7\frac{1}{5}$; 2) $15\frac{2}{7}$; 3) $9\frac{2}{9}$; 4) $11\frac{12}{13}$.

74. Площадь территории Украины 603 700 км². На степную зону приходится $\frac{2}{5}$ всей площади. Найдите площадь степной зоны Украины.

75. Запишите четыре числа, которые: 1) больше 7, но меньше 8; 2) больше 9, но меньше 10.

76. Начертите координатный луч и отметьте на нём точку, соответствующую числу: 1) $\frac{4}{4}$; 2) $\frac{3}{4}$; 3) $\frac{12}{4}$; 4) $\frac{1}{2}$.

77. Найдите значение x, для которого выполняется равенство:
1) $\frac{x}{11} = 2\frac{2}{11}$; 2) $\frac{x}{145} = 5\frac{112}{145}$; 3) $x\frac{1}{7} = \frac{36}{7}$; 4) $x\frac{3}{4} = \frac{111}{4}$.

78. В магазин завезли 714 кг груш. В первый день продали $\frac{5}{17}$ всех груш, а во второй — $\frac{9}{17}$. Сколько груш продали за 2 дня?

79. В саду 300 деревьев. Из них $\frac{5}{30}$ составляют груши, $\frac{6}{30}$ — яблони, а остальные — сливы. Сколько в саду груш, яблонь, слив?

80. Липовый цвет при сушке теряет $\frac{3}{4}$ своей массы. Сколько нужно взять свежей липы, чтобы получить 12 кг сухого липового цвета?

81. Сколько нужно смолотить пшеницы, чтобы получить 24 кг муки, если масса муки составляет $\frac{6}{8}$ массы пшеницы?

82. На экскурсию в Канев собралось 28 учеников, что составляет $\frac{7}{8}$ количества учеников класса. Сколько учеников в классе?

83. Из ящика массой 60 кг взяли $\frac{4}{5}$ бананов, а остальные разделили поровну между 6 покупателями. Сколько килограммов бананов приобрёл каждый покупатель?

84. Испекли 100 булочек с маком, что составляет $\frac{8}{5}$ булочек со сгущённым молоком. Каких булочек испекли меньше и на сколько?

СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ДРОБЕЙ С ОДИНАКОВЫМИ ЗНАМЕНАТЕЛЯМИ

85. Вычислите:

1) $5\frac{2}{9}+6\frac{5}{9}-3\frac{8}{9}$;

2) $9\frac{11}{31}-7\frac{13}{31}+4\frac{22}{31}$;

3) $5-2\frac{3}{7}-\frac{6}{7}$;

4) $17-5\frac{6}{13}-6\frac{5}{13}$.

86. Заполните клеточки квадратов так, чтобы суммы чисел в каждой строке, столбце и диагонали были равны между собой.

1)

3		
	$2\frac{1}{2}$	
1		2

2)

$\frac{2}{3}$	3	
$2\frac{1}{3}$		1
2		

87. Найдите значение выражения в часах:

1) $\frac{5}{60}$ ч + 12 мин + 900 с; 2) 240 с + 45 мин − $\frac{7}{60}$ ч.

88. Периметр треугольника равен $6\frac{4}{15}$ дм. Найдите сторону треугольника, если две другие его стороны равны $3\frac{4}{15}$ дм и $2\frac{7}{15}$ дм.

89. Периметр квадрата равен $7\frac{3}{4}$ см. Каким станет периметр квадрата, если каждую его сторону увеличить на $\frac{3}{4}$ см?

90. Сумма длин всех рёбер куба равна 6 дм. Какой станет сумма длин всех рёбер куба, если каждое его ребро уменьшить на $\frac{1}{12}$ дм?

91. Площадь квадрата равна 4 см^2. Каждую его сторону уменьшили на $\frac{7}{9}$ см. Найдите периметр нового квадрата.

92. Назовите какое-нибудь значение координаты точки C, расположенной между точками:
1) $A(3)$ и $B(4)$; 2) $M(9)$ и $N(10)$; 3) $K(23)$ и $D(25)$; 4) $P(19)$ и $Q(20)$.

93. Начертите координатный луч. За единичный отрезок примите длину шести клеточек тетради. Отметьте на этом луче точки $A\left(\frac{5}{6}\right)$, $B\left(1\frac{1}{6}\right)$, $C\left(1\frac{5}{6}\right)$, $D\left(\frac{12}{6}\right)$, $K\left(1\frac{3}{6}\right)$, $E(1)$. Найдите длины всех полученных отрезков.

94. Сравните длины отрезков AB и CD, если $A\left(1\frac{4}{5}\right)$, $B\left(3\frac{2}{5}\right)$, $C\left(5\frac{4}{5}\right)$, $D\left(4\frac{3}{5}\right)$.

95. Развёрнутый угол BAC двумя лучами AD и AN разделили на три угла. Угол BAD равен $45\frac{5}{6}^\circ$, а угол NAC — $68\frac{1}{6}^\circ$. Найдите градусную меру угла DAN.

96. Решите уравнение:

1) $\frac{x}{32}+\frac{24}{32}+\frac{5}{32}=\frac{31}{32}$;

2) $\frac{x}{13}+\left(\frac{17}{13}+\frac{8}{13}\right)=2\frac{6}{13}$;

3) $\frac{x}{29}+\left(\frac{19}{29}-\frac{8}{29}\right)=1\frac{8}{29}$;

4) $\left(1\frac{23}{55}+2\frac{17}{55}\right)-\frac{x}{55}=3\frac{34}{55}$.

97. Найдите неизвестное слагаемое, если другое слагаемое равно $\frac{1}{14}+\frac{6}{14}$, а сумма — $3\frac{1}{14}-2\frac{5}{14}$.

98. При каких натуральных значениях a будет верным неравенство:

1) $\frac{a}{7}+1\frac{3}{7}<2\frac{2}{7}$;

2) $3-2\frac{10}{13}>\frac{a}{13}$?

99. В школьной столовой во время обеда дети выпили $10\frac{2}{9}$ л молока, $5\frac{4}{9}$ л кефира и $14\frac{5}{9}$ л компота. Сколько всего литров напитков выпили дети?

100. Автобус за первый час проехал $63\frac{3}{10}$ км, а за второй — $71\frac{4}{10}$ км. Какой путь проехал автобус за третий час своего движения, если всего он проехал $186\frac{7}{10}$ км?

101. Кочан капусты на $\frac{4}{5}$ кг тяжелей $\frac{4}{5}$ этого кочана. Какова масса кочана капусты?

ДЕСЯТИЧНЫЕ ДРОБИ И ДЕЙСТВИЯ НАД НИМИ

102. Сравните дроби:

1) 2,3 и 2,9;
2) 152,03 и 152,3;
3) 78,25 и 78,248;
4) 107,13 и 107,1236.

103. Между какими двумя соседними натуральными числами находится десятичная дробь:

1) 13,6; 2) 102,405; 3) 5,2054; 4) 5,3; 5) 154,256?

104. Вычислите:
1) $81{,}31 + (54{,}1 - 27{,}39)$; 2) $(125{,}25 - 12{,}126) + 84{,}2$.

105. Найдите сумму:
1) $0{,}769 + 42{,}389$; 2) $5{,}8 + 22{,}191$; 3) $95{,}381 + 3{,}219$.

106. Вычислите:
1) $2{,}012 + (7{,}3 + 8{,}688)$; 2) $4{,}307 + (102{,}143 + 119{,}55)$.

107. Найдите разность:
1) $18{,}01 - 2{,}9$;
2) $7{,}45 - 4{,}45$;
3) $0{,}067 - 0{,}0389$;
4) $206{,}48 - 90{,}507$.

108. Найдите произведение чисел:
1) $2{,}5 \cdot 0{,}37$; 2) $3{,}45 \cdot 0{,}12$; 3) $0{,}25 \cdot 0{,}48$.

109. Вычислите:
1) $(2{,}8 + 5{,}3) \cdot 12$;
2) $(8{,}7 - 4{,}3) \cdot 15$;
3) $(6{,}31 + 2{,}59) \cdot 25$;
4) $(7{,}329 - 2{,}079) \cdot 14$.

110. Вычислите 1) $3^2 \cdot 0{,}2^2 \cdot 100$; 2) $8^2 \cdot 1{,}3^2 \cdot 0{,}1$.

111. Стороны прямоугольника равны 7,8 см и 13,45 см. Найдите периметр и площадь прямоугольника.

112. На одно платье требуется 1,75 м ткани. Цена ткани за 1 м составляет 156,25 грн. Мама купила ткани на 2 платья. Сколько денег она потратила?

113. Найдите частное:
1) $0{,}468 : 0{,}09$; 3) $0{,}00261 : 0{,}03$; 5) $0{,}824 : 0{,}8$;
2) $24{,}576 : 4{,}8$; 4) $16{,}51 : 1{,}27$; 6) $46{,}08 : 0{,}384$.

114. Вычислите:
1) $4{,}9 : 10$; 4) $0{,}8 : 0{,}1$; 7) $0{,}0001 : 0{,}01$;
2) $7{,}54 : 100$; 5) $0{,}00081 : 0{,}001$; 8) $4 : 1000$;
3) $0{,}8939 : 0{,}1$; 6) $7{,}8 : 1000$; 9) $2{,}8 : 0{,}01$.

115. Решите уравнение:
1) $x - 7{,}83 = 6{,}47$; 3) $(1{,}37 - 0{,}37)y = 664 \cdot (39{,}7 - 29{,}7)$;
2) $(y + 26{,}1) \cdot 2{,}3 = 70{,}84$; 4) $(100{,}83 - 0{,}83)y = 583{,}7 - 83{,}7$.

116. Купили 3,8 кг вишен по 4,25 грн за килограмм и 5,4 кг земляники по 6,85 грн за килограмм. За какие ягоды заплатили больше и на сколько?

117. Округлите:
1) до десятых: а) 9,435; б) 32,1601; в) 9,75;
2) до сотых: а) 65,1784; б) 4,008; в) 1,6666;
3) до единиц: а) 50,92; б) 1,19; в) 8,47;
4) до сотен: а) 468; б) 2078,65; в) 197,48.

118. Запишите в тоннах: 1) 23 651 кг; 2) 154 897 кг; 3) 10 023 кг; 4) 2925 кг. Результат округлите до: а) тысячных; б) сотых; в) десятых; г) единиц.

119. Какие цифры можно поставить вместо $*$, чтобы округление было выполнено верно:

1) $17{,}9* \approx 17{,}9$;
2) $102{,}* 31 \approx 102$;
3) $115{,}3* \approx 115{,}4$;
4) $15{,}205* \approx 15{,}205$;
5) $215{,}025* \approx 215{,}026$;
6) $48{,}12*99 \approx 48{,}12$?

ПРОЦЕНТЫ. СРЕДНЕЕ АРИФМЕТИЧЕСКОЕ

120. 52 % всех учеников музыкальной школы учатся играть на фортепиано, 28 % — на скрипке. Сколько учеников учатся по классу фортепиано, а сколько — по классу скрипки, если всего в школе 250 детей?

121. Поле площадью 150 га на 72 % засажено сахарной свёклой. Сколько гектаров поля засажено свёклой?

122. Площадь магазина 60 м^2. 65 % этой площади занято под торговый зал, а остальные — под служебные помещения. Какова площадь служебных помещений магазина?

123. Бак кубической формы с ребром 1 м заполнен водой на 65 %. Найдите объём воды в баке.

124. В школе учится 800 учеников. Среди них девочек на 16 % больше, чем мальчиков. Сколько девочек и сколько мальчиков учится в школе?

125. На поезд «Киев—Львов» продали 364 билета, что составляет 65 % общего количества мест в поезде. Сколько всего мест в поезде?

126. Радиус орбиты планеты Марс приблизительно равен 228 млн км. Найдите радиус орбиты планеты Земля, если он составляет 65,61 % радиуса орбиты Марса.

127. Свитязь — самое глубокое озеро Украины. Его средняя глубина равна 7,2 м, что составляет 360 % средней глубины озера Кагул. Найдите среднюю глубину озера Кагул.

128. Найдите температуру воздуха утром, если днём было 33,2°С, вечером — 26,6°С, а средняя температура за день составляла 30,4°С.

129. Среднее арифметическое трёх чисел равно 3,5. Второе число на 0,5 меньше первого и в 2 раза меньше третьего. Найдите каждое из этих чисел.

ОТВЕТЫ

Глава 1

§ 1

13. 1) 8; 2) 10; 3) 19; 4) 24. **14**. 1) 12; 2) 10; 3) 5; 4) 13. **15**. 1) 1 и 9; 2) 10 и 99; 3) 100 и 999; 4) 10000 и 99999. **16**. 1) 9; 2) 90; 3) 900; 4) 90000. **24.** 9876543210 и 1023456789. **25**. 15 парт. **26**. 50. **27**. 5 орехов. **29**. 1) 16 и 14; 2) 102 и 100; 3) 53 и 52; 4) 234 и 233; 5) 65 и 66; 6) 420 и 421. **30.** $a + 1$; $a + 2$; $a + 3$; $a + 4$. **31**. 21 раз. **32**. 20 раз. **33**. 1 — 21 раз, 0 — 11 раз. **34**. 1) 5 — 36 раз; 2) 7 — 26 раз. **35**. 6. **36**. 24 и 18. **37**. 23421314 или 41312432. **38**. 144. **39**. 2367. **40**. 1) 9 и 11; 2) 10 и 12; 3) 33 и 40; 4) 50 и 25. **41**. 1) 171111; 2) 111111. **45**. 1) 383; 2) 25. **46**. 87 учеников. **47**. 265 детей.

§ 2

54. 1) 12 см; 2) 5 см; 3) 4 см; 4) 3 см. **57**. 1) 13 см; 2) 44 мм; 3) 48 мм; 4) $a - b$; 5) $c - d$; 6) $m + n$. **63**. 54 см. **64**. 27 см или 3 см. **65**. 104 см или 24 см. **66**. 8 см, 26 см, 18 см. **67**. 24 см, 16 см, 8 см. **68**. 12 см. **69**. 24 мин. **70**. Да. **74**. 11 столбов. **77**. 1) 0; 2) 306. **78**. 42 грн 50 к. **79**. 3 грн.

§ 3

88. $K(1)$, $M(3)$, $N(6)$, $P(10)$. **89**. $A(2)$, $B(4)$, $C(7)$, $D(10)$. **90**. $A(1)$, $B(3)$, $C(5)$, $D(7)$. **91**. $K(1)$, $N(3)$, $M(4)$, $P(5)$. **94**. 1) 5; 2) 10; 3) 22. **95**. 1) 5; 2) 6; 3) 18. **98**. 1) Да; 2) нет. **99**. 4 дня. **100**. 12. **101**. На шестом месте. **103**. 1) 54; 2) 5. **104**. 1) 9 и 3; 2) 4 и 5.

§ 4

112. 1) 1097; 2) 397; 3) 7200; 4) 25. **113**. 1) 540; 2) 1330. **114**. 10 см. **115**. 15 см. **128**. 1) 16; 2) 13. **129**. 1) 1; 2) 57. **132**. 1) 1 грн; 2) 2 грн 50 к. **133**. 5 к., 6 к., 10 к. **137**. 1) 695; 2) 830. **138**. 44 конфеты. **139**. 16 км.

§ 5

145. 1) 90°; 2) 138°; 3) 45°; 4) 87°. **146**. 1) 55°; 2) 145°; 3) 70°; 4) 110°. **149**. 1) 30°; 2) 90°; 3) 120°; 4) 180°. **150**. 1) 60°; 2) 90°; 3) 150°; 4) 180°. **153**. 110°. **156**. 1) 75°; 2) 56°. **157**. 1) 35°; 2) 110°. **158**. 1) 82°; 2) 91°; 3) 42°. **159**. 1) 127°; 2) 37°. **160**. 1) 45°; 2) 30°; 3) 18°. **161**. 1) 90°; 2) 45°; 3) 30°. **162**. 30°. **163**. 45°. **164**. 14 ч 30 мин. **168**. 1) 48; 2) 700.

Глава 2

§ 6

170. 1) Да; 2) нет; 3) да; 4) да. **171.** 1) $4t$; 2) $78b$; 3) $8a$; 4) ab. **172.** 1) Нет; 2) нет; 3) да; 4) да. **174.** 1) 20; 2) 20020; 3) 420; 4) 15. **176.** 1) $(123 - 78) - a$; 2) $(a + 4) : c$; 3) $56 \cdot (n + m)$; 4) $(a + 5b) : (n - m)$. **178.** $5a$. **179.** $144b - c + n$. **180.** 1) $a = 3b$; 2) $a + 4 = b$; 3) $a = b$. **181.** $10a + 5c$. **184.** 1) 240 км; 2) 720 км; 3) 300 км. **185.** 1) 200 км; 2) 100 км; 3) 500 км. **187.** 1) 100 д.; 2) 125 д.; 3) 75 д. **188.** 1) 136 грн; 2) 170 грн. **189.** 1) $3n + 3$; 2) $n(n + 1)(n + 2)$. **190.** $a = 1000x + 100y + 10b + c$. **191.** $m = 1000000a + 1000b + 10c + p$. **192.** 1) 1; 2) 1; 3) 7; 4) 2. **193.** 1) 11; 2) 258; 3) 5008. **194.** 1) 7; 2) 77. **195.** 1) 180 000 м; 2) 9 000 м. **196.** 200 мин. **197.** 4 мин. **198.** Уменьшится на $2c$. **199.** 1) $100000b + 100a$ (см); 2) $1000(c + 2)$ (г); 3) $100n + m$ (к.). **200.** 954;

963; 972. **201.** $2a + 2b - c$. **202.** $40 + a - b$. **204.** 1) 1032 м; 2) 3440 м. **205.** 1) 6; 2) 3. **207.** 1) Нет.

§ 7

208. 1) Да; 2) да; 3) нет. **209.** 1) Да; 2) нет; 3) нет. **211.** Да, переместительный закон. **212.** 1) 56 789; 2) 3 004 002 009. **213.** 1) 30; 2) 150; 3) 120; 4) 100 025. **215.** 1) 2 045 046; 2) 163 140; 3) 23 000 023. **217.** 1) 115 км 40 м; 2) 150 км 70 м; 3) 87 кг 350 г; 4) 120 кг 10 г; 6) 7 ч 57 мин. **218.** 1) 9; 2) 7; 3) 15. **219.** 1) 11; 2) 7; 3) 15. **220.** 1) 13 030; 2) 2 019; 4) 102 100; 5) 47890. **221.** 1) 20 207; 2) 9 105; 3) 70 000 000; 4) 240 000. **223.** 1) 100 000; 2) 6 000 000; 3) 1 311 111 100. **224.** 1) 720 005 м/ч. **225.** 1 082 221. **226.** $2d + e$. **227.** 156 469. **228.** $n + m + k$. **230.** 1) 841; 2) 3610; 3) 115478; 4) 105912; 5) 4000 000. **231.** Увеличится на 80 773. **234.** 1) 1401 км 104 м; 2) 142 кг 132 г; 3) 22 ч 13 мин 13 с; 4) 5 ч. **235.** 110 097. **236.** 11 010. **239.** 2) 1 650. **240.** 1) 3 686; 2) 1 521. **241.** 1) $10a + 5n + 23m + 33$; 2) $3c + 10d$. **242.** 1) 898; 2) 343. **245.** 1) 1 126; 1 358; 3 157; 2) 1 303; 2 307; 4 552. **246.** $1000 + 999 + 3679$. **247.** 1) $555 + 55 + 55 = 665$; 2) $55 + 55 + 5 + 5 + 5 = 125$. **248.** 5 050. **250.** 1 013 км. **253.** 1) 168; 2) 240. **254.** 34 ученика в 5-В, 30 учеников в 5-А. **255.** 12 ч 25 мин.

§ 8

256. 1) Нет; 2) да; 3) нет. **257.** 1) Да; 2) нет; 3) нет. **259.** Да. **260.** 1) a; 2) $2b$. **261.** 1) 1 001 395; 2) 864 535; 3) 100 000; 4) 10 505. **264.** 1) 644 996; 2) 625 140; 3) 22 999 977. **265.** 1) 3 км 531 м; 2) 100 м 1 см; 3) 27 кг 7 г; 4) 95 ц 24 кг. **266.** 1) 5; 2) 7; 3) 1. **268.** 8 мм. **271.** На 10 000 меньше. **273.** Эверест — 8 848 м; Эльбрус — 5642 м; на 3581 м выше. **274.** Храбрец — $2b$ м, Зелёная — $(2b - c)$ м, выше на $(b - c)$ м. **276.** 1) Увеличить на 577; 2) увеличить на 801. **277.** Увеличится на 864 197 532. **278.** Увеличится на 13 352. **282.** 1) 9 м 8 дм; 2) 604 кг 979 г; 3) 8 ч 59 мин 50 с. **283.** 1) На 999 001; 2) на 999 000. **284.** 1) 20; 2) 9 430; 3) 137 640. **285.** 1) 36; 2) 930; 3) 3 030. **286.** 1) 738; 2) 874. **289.** 416. **290.** 2536. **291.** 1) 98 999; 2) 99 989. **292.** На 9 088 548 меньше, на 173 266 больше. **295.** 3 636, 2514, 750. **296.** 1) 28; 2) 24. **297.** 1) $989 - 898 - 9 - 8 = 74$; 2) $9898 - 989 - 8 = 8901$. **299.** На 7450 см. **301.** 1) 89; 2) 95. **302.** 1) 32 км/ч; 2) 28 км/ч. **303.** 1) 40 км/ч; 2) 5 км/ч.

§ 9

305. 1) 7; 7; 7; 3) 105; 105; 105. **308.** 1) Нет; 2) да; 3) нет. **309.** 1) 23 см; 2) 155 см. **310.** 1) $5c$; 2) $10c$; 3) $78c$. **311.** 1) 50 см; 2) 1000 см; 3) 5000 см. **315.** 1) Нет; 2) да; 3) нет; 4) нет. **322.** 788 см. **323.** 270 м. **324.** 26 см. **325.** 16 дм. **326.** $4m$. **327.** Увеличится на $7n$ см. **328.** 77 см. **329.** 200 см. **330.** 130 см. **331.** 297 см. **332.** 6 см. **333.** 5 см. **334.** 1) 28 см; 2) 328 см. **336.** 12 дм. **337.** 15 м, 28 м. **338.** 175 см. **340.** $7a + 21c$. **341.** $BC = AD = 9$ см, $AB = CD = 27$ см. **343.** 14 м. **345.** Нет. **346.** 10 м. **347.** 1) 50 кг 550 г; 2) 18 кг 955 г. **348.** 55 км.

§ 10

352. 1) Равнобедренный; 2) равносторонний. **353.** 1) 45 см; 2) 369 м. **355.** 1) Прямоугольный; 2) остроугольный; 3) тупоугольный. **356.** 1) Нет; 2) нет; 3) да; 4) нет. **360.** 1) 603 см; 2) 12 м 18 см; 3) 111 см; 4) 24 м 90 см. **361.** 1) $9m$; 2) $5p$; 3) $2a$. **362.** 50 мм. **363.** 6 см. **365.** 1) Нет; 2) нет; 3) нет; 4) да. **367.** 60°. **368.** 30°. **374.** 13 дм. **375.** 186 см. **376.** 8 см. **378.** 17°, 73°. **381.** $AC = 14$ см; $AB = 13$ см; $BC = 12$ см; $P = 39$ см. **382.** $p - 2(m + 3)$ (см).

383. $\angle B = 60°$, $\angle A = 30°$, $\angle C = 90°$. **385.** 175 см. **387.** 1) 740; 2) 151. **388.** 1) 254 мм; 2) 8002 мм. **389.** 1) 8100 с; 2) 4805 с. **390.** 206.

Глава 3

§ 11

401. 1) 2 + 2 = 2 · 2; 2) одно из чисел 1. **402.** 1) Увеличится в 2 раза; 2) увеличится в 3 раза. **403.** Увеличится в 100 раз. **404.** Сумма больше. **405.** 1) 288; 2) 2025; 3) 834; 4) 434; 5) 600. **406.** 1) 7936; 2) 7000; 3) 127058; 4) $18d$; 5) $6kh$; 6) $20mn$. **407.** 1) 370140; 2) 7673400; 3) 1862230500; 4) 292076166190050; 5) 58086804; 6) 212207219. **408.** 1) 3150125; 2) 62038650; 3) 164386280; 4) 451033283714760. **409.** 1) 25600; 2) 3700; 3) 68000; 4) 245000. **410.** 1) 14400; 2) 70200; 3) 241000; 4) 390000. **411.** 1) $64ab$; 2) $80cd$; 3) $36mn$; 4) $70xy$; 5) $180pkt$; 6) $60abc$. **412.** 1) $144ab$; 2) $80cd$; 3) $56mn$; 4) $72pkt$. **413.** 108°. **414.** 52 см. **415.** 40. **416.** 40. **421.** 180 км. **422.** 126. **425.** 1, 2, 3. **426.** Одно из чисел 8. **427.** 0. **428.** 12 нулей. **429.** 24 и 25. **430.** 8 этажей. **433.** 25. **435.** 1) 508; 2) 5095. **436.** 13. **437.** 75°.

§ 12

440. 1) $21a$; 2) $2c$; 3) $21n$; 4) $13m$; 5) $30p$; 6) $17k$. **441.** 1) $14b$; 2) $13d$; 3) $13n$; 4) $9k$. **442.** 1) $5a + 55$; 2) $7c - 12cd$; 3) $12n + 6m$; 4) $15np - 15mp$; 5) $15p + 3k + 18t$; 6) $4pa - 8ka + 12ta$. **443.** 1) $5x + 55$; 2) $24n - 2m$; 3) $32cy + 8dy$; 4) $6p + 18k - 54t$. **444.** 1) $11(a + b)$; 2) $4(c + 3d)$; 3) $3(2n + 5m)$; 4) $6(2n + 3m)$; 5) $5(p + 2k + 3t)$; 6) $2(4p + 5k + 3t)$. **445.** 1) $9(a + b)$; 2) $7(c + 2d)$; 3) $6(3n + 2m)$; 4) $3(p + 3k + 9t)$. **446.** Да. **447.** 1) 37000; 2) 1035. **448.** 1) 18 000; 2) 1150. **449.** 1) 140; 2) 50; 3) 187; 4) 100. **453.** 1) $9a + 58$; 2) $3y + 59$; 3) $16c + 12d$; 4) $37m + 6$. **456.** 66 с. **457.** 29 мин. **459.** 1) 94; 2) 190.

§ 13

466. Уменьшится в 3 раза. **467.** 1) 2480; 2) 250; 3) 55; 4) $38 : d$. **468.** 1) 205; 2) 250; 3) 83; 4) $42 : b$. **469.** 1) 34; 2) 8; 3) 1342; 4) 3986; 5) 285; 6) 4305; 7) 379; 8) 108. **470.** 1) 290; 2) 89; 3) 201; 4) 90; 5) 95; 6) 105. **471.** 2 см. **472.** 12°. **473.** 1 грн 20 к. **474.** 36. **475.** 65 грн. **476.** 40 грн. **478.** Нет. **483.** 20. **484.** 4. **485.** 7 км. **486.** 8. **487.** 15° или 30°. **488.** 45°. **490.** 1) 15; 2) 5; 3) 30; 4) 9. **492.** 14 и 28. **493.** 100. **495.** 31 год 52 сут 3 ч 46 мин 40 с. **496.** 2 кг 400 г, 6 кг. **498.** 1) 601; 2) 140. **499.** 26 см или 6 см.

§ 14

507. 1) 33 (ост. 21); 2) 191 (ост. 48); 3) 2045 (ост. 250); 4) 27350 (ост. 425); 5) 27664 (ост. 1225); 6) 1703218 (ост. 2073). **508.** 1) 1532 (ост. 48); 2) 27 (ост. 40); 3) 1556 (ост. 320); 4) 9028 (ост. 260). **511.** 1) 305; 2) 308; 3) 24 и 5; 4) 10 и 11. **512.** 3. **513.** 6. **514.** 4 тетради; 2 грн. **515.** 8; 1 м. **516.** 23 грн. **517.** 17 м. **520.** 22. **521.** 3 и 6 учеников. **522.** 22. **523.** 12. **524.** 24. **525.** 665, 9, 73. **526.** 4. **527.** 4 части; 2 м. **530.** 1) 390; 2) 392. **531.** 10 см.

§ 15

537. 1) 42; 2) 11; 3) 67; 4) 0. **538.** 1) 5; 2) 185. **539.** 1) 25; 2) 4. **540.** 1) 11; 2) 1. **541.** 1) 16100; 2) 12749099; 3) 8458280; 4) 5646; 5) 24802; 6) 284214; 7) 210; 8) 73450; 9) 28625; 10) 164820. **542.** 1) 395656; 2) 739705; 3) 210; 4) 1014; 5) 103992. **543.** 1) 270; 2) 36. **544.** 14. **552.** 5 порций.

§ 16

556. 1) 27; 2) 47; 3) 23; 4) 21; 5) 16; 6) 10; 7) 16; 8) 1; 9) 10; 10) 8; 11) 56; 12) 1;

13) 52; 14) 4; 15) 516; 16) 11; **17**) 3; 18) 0; 19) 9; 20) 2. **557**. 1) 17; 2) 76; 3) 1; 4) 22; 5) 8; 6) 4; 7) 39; 8) 6; 9) 282; 10) 3. **560.** 42. **561.** 207. **562.** 82. **563.** 6804. **566**. 1) 21; 2) 0; 3) 68; 4) 33; 5) 120; 6) 38. **567**. 1) 35; 2) 7; 3) 54; 4) 9. **568.** 6. **569**. 22. **570**. 79. **571**. 44. **572**. 97. **573**. 1. **574**. 1) 12; 2) 10; 3) 55; 4) 5; 5) 7; 6) 0. **575**. 1) 1; 2) 1; 3) 6; 4) 8. **576**. 77. **577**. 111. **578**. 1) 1; 2) 1; 3) 13; **4**) 7. **579**. 18 лет. **580**. 11 лет. **584**. 1) 8; 2) 112. **585**. 115. **586**. 290 м.

§ 17

596. 25. **597**. 12. **598**. 141 и 142. **599**. 305 и 61. **600**. 97 и 70. **601**. 28 и 196. **602**. 21 и 210. **603**. 144 и 12. **604**. 75, 76, 77 и 78. **605**. 20 км. **606**. 69, 70 и 71. **607**. 99, 605 и 121. **608**. 36, 30 и 37. **609**. 14, 42 и 40. **610**. 2 грн; 2 грн 50 к. **611**. 15 грн и 25 грн. **612**. 4 ч. **613**. 15 дней. **614**. 70 км/ч и 60 км/ч. **615**. 70 км/ч и 75 км/ч. **616**. 260 км. **617**. 420 км. **618**. 1) 3 ч; 2) 6 ч. **619**. 10 ч. **620**. 139 и 107. **621**. 405, 138 и 543. **622**. 40, 35 и 17. **623**. 4; 6. **624**. 20, 28, 32 и 56. **625**. 400 и 50. **626**. 200 и 50. **627**. 25. **628**. 2 кг и 4 кг. **629**. 5 и 15. **630**. 4 дня. **631**. 5 дней. **632**. 2ч, 160 км. **633**. 26 км или 34 км. **634**. 1 ч. **635**. 2 и 10. **636**. 15 и 5. **637**. 8 см и 4 см или 12 см и 24 см. **638**. 8 см и 24 см. **639**. 18 см и 22 см. **640**. 22 см, 22 см, 11 см. **641**. 18 см, 18 см, 8 см. **642**. 18 ч. **643**. 9. **644**. 9. **645**. 11, 33, 44. **646**. 8, 12, 32, 48. **647**. 33 и 43. **648**. 62 и 44. **649**. 8, 32, 128. **650**. 6. **651**. 7 и 9. **652**. 120 и 10. **653**. 75. **655**. $(3a + 2b) : 6$. **656**. $b : 10 - a$. **657**. $(30n - m) : 30$. **658**. $2 + (c - 2a) : b$. **664**. 1) 85; 2) 484. **667.** 31°. **668.** 127°. **667**. 31°. **668**. 127°.

Глава 4

§ 18

670. 1) 2 раза; 2) 5 раз; 4) n раз. **673.** 1) Да; 2) нет; 3) нет; 4) да. **675.** 1) Нет; 2) да; 3) нет. **676.** 1) 37^6; 2)24^7; 3) m^3. **677.** 1) $27 \cdot 27 \cdot 27 \cdot 27 \cdot 27$. **681.** 1) 11; 2) 700; 3) 24; 4) 200. **682.** 1) 242; 2) 942; 3) 355008; 4) 26. **684.** 1) 144; 2) 625; 3) 10000. **685.** 1) 512; 2) 3375; 3) 1000000. **687.** 1) 10; 2) 8; 3) 7. **688.** 1) 2; 2) 5; 3) 4. **690.** 1) 6; 2) 84; 3) 0. **691.** 1) 2^5; 2) 2^7; 3) 2^{12}. **692.** 1) 3^9; 2) 5^{15}. **693.** 1) $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$; 2) $6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 7776$; 3) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 625$. **694.** 1) 2^{10}; 2) 8^{10}. **695.** 1) 3950; 2) 156; 3) 1; 4) 6. **696.** 1) 665; 2) 665; 4) 345. **697.** 1) 65; 2) 70. **698.** 1) 196; 2) 49; 3) 144. **699.** 1) 148; 2) 29; 3) 104. **700.** 1) 15625; 2) 8281. **701.** 1) 162; 2) 23; 3) 3. **702.** 1) $4567 = 4 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^1 + 7$. **703.** 1) 12^6. **704.** 1) 11; 2) 27. **705.** 1) 44444; 2) 102736. **706.** 1) 5 324 750. **707.** 972. **708.** 3 и 7. **710.** 1) 58; 2) 120. **711.** 2) 4. **712.** 47 грн 50 к. **713.** 55 грн.

§ 19

714. 1) Да; 2) нет. **715.** 1) Нет; 2) нет; 3) нет; 4) да. **716.** 1) 6; 2) 25. **717.** 1) Нет; 2) нет; 3) да; 4) нет. **718.** 1) 200 см^2; 2) 20 000 мм^2. **719.** 1) 65 000 дм^2; 2) 6 500 000 см^2. **722.** 1) 20; 2) 20. **723.** 300 см^2. **724.** 36 см^2. **726.** 1) 25 м^2; 2) 121 см^2. **727.** 1) 72 см^2; 2) 128 дм^2. **728.** 1) Увеличится в 4 раза; 2) уменьшится в 9 раз. **729.** 1) Увеличится в 2 раза; 2) уменьшится в 5 раз. **730.** 15 см^2 и 18 см^2. **731.** 1) 12; 2) $6a$. **732.** 1) Не изменится; 2) увеличится в 100 раз. **733.** $m(m + n)$. 1) 48 см^2; 2) 6720 см^2. **734.** 486 м^2. **736.** 22 см. **737.** 1) 256 м^2; 2) 1296 см^2. **738.** Уменьшится в 64 раза. **739.** Уменьшится в 10 раз. **740.** 64 дм^2. **743.** 8 см. **746.** 7500 м^2. **747.** 200 шт. **748.** 38 м^2. **749.** 1) 1; 2) 11. **750.** 22.

§ 20

753. 1)Нет; 2)да; 3)да. **755.** 1)Нет; 2)да; 3)да. **757.** 2)$A_1B_1C_1D_1$. **760.** $12a$, где

a — ребро куба. **761.** На 60 см. **762.** В 4 раза. **763.** 30 см. **764.** 124 см. **765.** $2(ab + bc + ac)$. **766.** 120 см. **767.** 1) 56 см; 2) 256 см. **768.** 72 см. **770.** 2 см, 13 см, 1 см. **772.** 72 см. **773.** 864 см^2. **774.** $na + nc$ (см). **775.** 60 м. **776.** 1) 0; 2) 8; 3) 28. **777.** 46 м. **778.** 9 г. **779.** 76 м. **782.** 94 грн. **783.** $n - 2m - 4p$.

§ 21

784. 1) Нет; 2) нет; 3) да; 4) нет. **785.** 1) 25; 2) 7; 3) 100. **786.** 1) Нет; 2) нет; 3) нет; 4) да. **788.** 1) Нет; 2) да; 3) да. **789.** 1) 72; 2) 100. **790.** 7500 см^3. **791.** $(a+22) \times (a+8)(a+2)$ (см^3); 1) 960 см^3; 2) 4800 см^3. **792.** 1) 8 м^3; 2) 27 см^3; 3) 1000 дм^3. **793.** $(a-3)^3$ (см^3); 1) 8 см^3; 2) 3375 см^3. **794.** 1) Увеличится в 8 раз; 2) уменьшится в 27 раз. **795.** 1) 2 000 см^3; 2) 2 000 000 мм^3. **797.** 1) 500 м^3; 2) 1 000 000 000 м^3. **799.** 1) 72; 2) 6*ар*. **801.** 536 см. **802.** 876 см^2. **804.** 1) Увеличится в 4 раза; 2) уменьшится в 5 раз. **805.** 1) 64 см^3; 2) 1728 дм^3; 3) 8 000 м^3. **806.** В 8 раз. **807.** На 1720 см^3. **808.** 1) 8 см; 2) 6 см. **810.** 1584 см^3. **812.** 50 см^2. **814.** 25 см. **815.** Плитка белого шоколада больше на 817 500 см^3. **817.** 1) 2075; 2) 11. **818.** 200 км. **819.** 100 км.

§ 22

821. 2. **825.** 936, 639. **826.** 6. Нет. **827.** 6. Нет. **829.** *АОИ*, *АИО*, *ОАИ*, *ОИА*, *ИАО*, *ИОА*. **830.** 6. **831.** 6. **832.** 1) 6; 2) 6. **833.** 24. **834.** 6. **836.** 24. **839.** 4. **840.** 2. **841.** 81. **842.** 648. **844.** 6. **851.** 120. **852.** 120. **854.** 100. **855.** 6. **858.** 1787, 1891. **859.** 90183, 90158. **860.** 1) Увеличится в 2 раза; 2) уменьшится в 3 раза.

Глава 5

§ 23

870. 1) $\frac{6}{19}$; 3) $\frac{9}{4}$. **873.** 1) $\frac{1}{12}$; 3) $\frac{6}{12}$. **874.** 1) $\frac{1}{100}$; 3) $\frac{54}{100}$; 5) $\frac{16}{10}$. **876.** 1) $\frac{100}{1000}$; 3) $\frac{546}{1000}$. **881.** $\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}$. **884.** 1) $\frac{2}{3}, \frac{11}{15}, \frac{9}{10}, \frac{19}{20}, \frac{5}{9}$; 3) $\frac{3}{3}, \frac{11}{11}$. **886.** 1) 10; 3) 451; 5) 63. **887.** 1) 25; 3) 56; 5) 11. **888.** 1) <; 3) >; 5) <. **889.** 1) <; 3) >; 5) <. **892.** 4. **893.** 6. **894.** 1) $\frac{3}{4}$; 3) $\frac{199}{200}$. **898.** $\frac{60}{160}$. **899.** $\frac{13}{15}$. **900.** $\frac{3}{46}$. **901.** $\frac{2}{5}, \frac{2}{7}, \frac{2}{15}, \frac{5}{7}, \frac{5}{15}, \frac{7}{15}$. **904.** 1) $\frac{3}{3}, \frac{7}{7}, \frac{9}{9}$; 3) $\frac{7}{3}, \frac{9}{3}, \frac{9}{7}$. **906.** $\frac{1}{3}$. **907.** $\frac{9}{15}$ и $\frac{6}{15}$. **908.** $\frac{1}{6}$. **912.** 1) 6000; 2) 5. **913.** 1) 55; 2) 39. **914.** По 36 грн. **915.** 2180 м.

§ 24

922. 1) $5\frac{3}{4}$; 3) $12\frac{12}{19}$. **923.** 1) $8\frac{2}{5}$; 3) $15\frac{22}{27}$. **925.** 1) $\frac{5}{5}$; 3) $\frac{44}{44}$. **926.** 1) $\frac{7}{7}$; 3) $\frac{56}{56}$. **927.** 1) $\frac{30}{10}$; 3) $\frac{9}{3}$. **928.** 1) $\frac{5}{1}$; 3) $\frac{50}{10}$. **931.** 1) <; 3) >. **932.** 1) <; 3) >. **933.** 1) $1\frac{1}{9}$; 3) $10\frac{1}{2}$; 5) $13\frac{1}{4}$. **934.** 1) $1\frac{1}{11}$; 3) $11\frac{1}{2}$; 5) $16\frac{1}{4}$. **935.** 1) $1\frac{4}{9}$;

3) $11\frac{11}{13}$; 5) 41. **936.** 1) $2\frac{1}{11}$; 3) $8\frac{10}{13}$. **937.** 1) 7 : 5; 3) 38 : 11. **938.** 1) 11 : 9; 3) 89 : 12. **939.** 1) $\frac{31}{5}$; 3) $\frac{110}{9}$. **940.** 1) $\frac{157}{5}$; 3) $\frac{310}{7}$. **941.** $\frac{3}{12}$ и $\frac{9}{12}$. **943.** Наибольшая дробь — $\frac{19}{2}$. **947.** 1) <; 3) <. **948.** 1) >; 3) >. **949.** 1) $1\frac{3}{5}$; 3) $1\frac{4}{81}$. **950.** 1) $1\frac{7}{39}$; 3) 2. **951.** 1) $\frac{7}{5}$; 3) $\frac{107}{5}$. **952.** 1) $\frac{38}{13}$; 3) $\frac{259}{13}$. **953.** Да. **954.** Нет. **955.** 1) 8; 3) 15. **956.** 1) 5; 3) 9. **957.** 28. **958.** 91. **960.** 7. **961.** Нет. **962.** Да. **963.** 1) 7; 2) 0. **964.** 16 км.

§ 25

970. 1) 6; 3) 16; 5) 84. **972.** 1) 36°; 3) 40°. **973.** 1) 126°; 3) 80°. **974.** 116 см. **975.** 135 кг. **976.** 35 мин. **977.** 70 мин. **978.** 10 кг. **979.** 20 сут. **980.** 1) 36; 3) 16; 5) 25. **981.** 1) 10 см; 3) 18 см. **982.** 1) 135°; 3) 40°. **983.** 1) 108°; 3) 160°. **984.** 28 примеров. **985.** 30 учеников. **986.** 210 кг. **987.** 15 км. **988.** 1 м. **989.** 3 кг. **990.** 100000 м². **991.** 96 л. **992.** Саша, на 240 грн. **993.** 100 кг. **994.** В декабре, 9 грн. **995.** С вишнями — на 20 булочек больше. **996.** Для мальчиков на 70 костюмов меньше. **997.** У первого — на 22 т больше. **998.** 176 баночек. **999.** Нет. **1000.** 50 страниц. **1001.** Поровну. **1002.** 8 кг. **1003.** 18 ч. **1004.** Отличников. **1005.** 400 грн. **1006.** У Алёны — на 24 м² больше. **1007.** 120 дней. **1008.** 1) 926; 2) 1950. **1009.** 1) 63; 2) 94. **1010.** 8 см и 24 см. **1011.** 12 см.

Глава 6

§ 26

1018. 1) $\frac{6}{25}$; 3) $\frac{15}{29}$; 5) $\frac{10}{11}$. **1019.** 1) $\frac{70}{71}$; 3) $\frac{60}{97}$. **1020.** 1) $\frac{26}{31}$; 3) $\frac{41}{59}$; 5) $\frac{145}{151}$. **1021.** 2) $\frac{61}{83}$; 4) $\frac{43}{67}$; 6) $\frac{81}{123}$. **1022.** 1) $\frac{4}{5}$; 3) $\frac{18}{23}$. **1023.** 1) $\frac{5}{7}$; 3) $\frac{14}{22}$. **1024.** 1) >; 2) >; 3) =; 4) >. **1025.** 1) >; 2) <. **1026.** 1) $\frac{25}{30}$; 3) $\frac{28}{56}$. **1027.** 1) $\frac{28}{42}$; 3) 1. **1028.** $\frac{140}{143}$. **1029.** 1) 17; 3) 21. **1030.** 1) 23; 3) 61. **1031.** $\frac{25}{60}$ ч. **1032.** $\frac{26}{33}$. **1034.** 1) 0; 3) $\frac{30}{97}$. **1035.** 1) $\frac{8}{31}$; 3) $\frac{103}{1237}$. **1036.** 1) $\frac{3}{7}$. **1037.** 1) $\frac{6}{15}$; 3) $\frac{47}{99}$. **1038.** 2) $\frac{7}{49}$; 4) $\frac{36}{81}$. **1039.** $\frac{19}{159}$. **1040.** $\frac{13}{43}$. **1041.** 1) $a = 4$; 2) $b = 9$. **1042.** 1) 15; 3) 23. **1043.** 1) 9; 3) 26. **1044.** $\frac{12}{33}$. **1045.** $\frac{8}{17}$. **1046.** 1) $1\frac{6}{53}$; 3) $\frac{42}{59}$; 5) $1\frac{70}{151}$. **1047.** 1) $1\frac{7}{37}$; 3) $1\frac{4}{59}$.

1050. 1) $\frac{14}{77}$; 3) $\frac{15}{127}$. **1051.** 1) 9;; 3) 36. **1052.** 1) 18; 3) 65. **1053.** 2 см. **1054.** 18 см. **1055.** $\frac{43}{45}$, 6020 детей, 280 детей. **1056.** $\frac{9}{20}$, 270 учеников. **1057.** $\frac{32}{83}$. **1058.** $\frac{74}{91}$. **1061.** 1) $1\frac{23}{72}$; 2) $\frac{69}{96}$. **1062.** $1\frac{3}{6}$. **1063.** 50. **1066.** Указание: нужно разделить каждую буханку на 8 частей. **1067.** 40 мин. **1068.** 1) 42200; 2) 1 ч 41 мин. **1069.** 20 ч. **1070.** 1) 17; 2) 2500. **1071.** 18 ч и 27 ч.

§ 27

1078. 1) $\frac{13}{17}$; 2) $\frac{2}{15}$; 3) $\frac{43}{47}$. **1079.** 1) $\frac{19}{22}$; 2) $\frac{1}{25}$; 3) $\frac{21}{37}$. **1080.** $\frac{14}{43}$. **1081.** 1) Нет; 2) да; 3) нет. **1083.** 1) $1\frac{7}{11}$; 3) $4\frac{1}{7}$; 5) $5\frac{1}{11}$. **1084.** 1) $2\frac{1}{3}$; 3) $10\frac{4}{7}$; 5) $7\frac{3}{11}$. **1085.** $5\frac{11}{43}$. **1086.** $10\frac{2}{19}$. **1087.** 1) $1\frac{13}{17}$; 3) $2\frac{3}{7}$; 5) $4\frac{1}{11}$. **1088.** 1) $2\frac{19}{22}$; 3) $6\frac{1}{7}$; 5) $10\frac{4}{11}$. **1089.** 1) $1\frac{6}{21}$; 3) $4\frac{4}{17}$. **1090.** 1) $1\frac{3}{7}$; 3) $3\frac{8}{9}$. **1091.** 1) >; 2) >; 3) <; 4) =. **1092.** 1) >; 2) <; 3) <; 4) <. **1093.** $\frac{9}{19}$. **1094.** $1\frac{11}{35}$. **1095** $2\frac{3}{17}$. **1096.** $\frac{8}{23}$; 105 кг бананов, 120 кг апельсинов, 120 кг мандаринов. **1097.** 1) 16; 3) 38. **1098.** 1) 8; 3) 106. **1099.** 1) $1\frac{3}{5}$; 3) $1\frac{4}{9}$. **1100.** 1) $2\frac{13}{16}$; 3) $2\frac{35}{49}$. **1101.** 1) $1\frac{24}{47}$; 3) 6. **1102.** 1) 1; 3) $2\frac{35}{55}$. **1103.** 1) $1\frac{20}{27}$; 3) $2\frac{22}{25}$. **1104.** 1) $2\frac{7}{27}$; 3) $4\frac{10}{120}$. **1105.** 1) $2\frac{11}{13}$. **1106.** 1)40; 3) 6. **1107.** 1) 15; 3) 51. **1108.** $\frac{13}{25}$; 75 красных, 225 синих и 325 зелёных. **1109.** $1\frac{4}{71}$. **1110.** 12. **1111.** 24. **1112.** $2\frac{11}{72}$. **1113.** 1) 16 и 31; 2) 3 и 10. **1114.** $2\frac{2}{8}$. **1116.** 2 м. **1117.** 1) 3500; 3) 0. **1118.** 16 и 96. **1119.** 1) 34°; 2) 135°. **1120.** 9, 12, 15.

§ 28

1127. 1) $11\frac{6}{25}$; 3) $14\frac{15}{29}$; 5) 11. **1128.** 1) $17\frac{6}{7}$; 3) $8\frac{4}{5}$. **1129.** 1) $7\frac{9}{21}$; 3) 17; 5) $16\frac{10}{15}$. **1130.** 1) $8\frac{5}{7}$; 3) 12. **1131.** 1) >; 3) >. **1132.** 1) >; 3) =. **1133.** $12\frac{3}{13}$. **1134.** 1) 3 и 4; 3) 13 и 14. **1135.** 1) $2\frac{17}{25}$; 3) $6\frac{7}{29}$; 5) $6\frac{4}{11}$.

1136. 1) $9\frac{1}{7}$; 3) $4\frac{12}{15}$. **1137.** 1) $\frac{7}{11}$; 3) $1\frac{6}{7}$; 5) $9\frac{9}{15}$. **1138.** 1) <; 2) <; 3) >

1139. 1) =; 3) <. **1140** $2\frac{5}{9}$. **1141.** 1. **1142.** $2\frac{1}{7}$. **1147.** 1) 43; 3) 26

1148. 1) 41; 3) 16. **1149.** 1) $6\frac{12}{13}$; 3) $25\frac{13}{17}$. **1150.** 1) $18\frac{1}{21}$. **1153.** $24\frac{4}{8}$ дм

1154. $26\frac{2}{11}$ см. **1155.** $67\frac{3}{7}$ см. **1156.** $166\frac{2}{9}$ см. **1157.** $1\frac{45}{83}$. **1162.** $45\frac{14}{18}°$

1163. $8\frac{1}{6}$ км/ч и $3\frac{4}{6}$ км/ч. **1164.** $4\frac{5}{17}$ и $2\frac{12}{17}$ или $4\frac{12}{17}$ и $2\frac{5}{17}$

1165. $3\frac{5}{6}$ и $4\frac{5}{6}$. **1166.** $36\frac{2}{6}$ м. **1167.** $7\frac{15}{25}$ грн. **1168.** Да. **1169.** 1) 3400; 3) 12300; 3) 357000. **1170.** 24 дня. **1171.** 1) 1; 2) 25.

Глава 7

§ 29

1173. 1) 0,5 см; 2) 0,8 см; 3) 0,9 см; 4) 0,2 см. **1179**. 1) 1,4; 2) 2,7; 5) 1,12; 6) 12,125; 7) 25,035; **1180**. 1) 12,08; 2) 55,07; 3) 85,089; 4) 5,055. **1183**. 1) 8,3; 2) 12,5; 3) 0,5; 4) 12,34; 5) 145,14; 5) 125,19; 7) 0,12. **1184**. 1) 0,008; 2) 20,04; 3) 13,05; 4) 145,02. **1188**. 1) 0,35 грн; 2) 0,06 грн; 3) 12,35 грн; 4) 1,23 грн. **1189**. 1) 0,58 грн; 2) 0,02 грн; 3) 56,55 грн; 4) 1,75 грн. **1190**. 1) 10 грн 34 к.; 2) 12 грн 3 к.; 3) 52 к.; 4) 126 грн 5 к. **1191**. 1) 5,7 м; 2) 15,58 м; 3) 5,002 м; 4) 12,432 м. **1192**. 1) 3,175 км; 2) 45,047 км; 3) 15,002 км. **1193**. 1) 12 м 55 см; 2) 2 м 6 см; 3) 25 см; 4) 8 см. **1194**. 2211 м. **1195**. 1) 15,5 < 16,5; 2) 12,4 < 12,5; 3) 45,8 > 45,59; 4) 0,4 < 0,6; 5) 4,2 < 4,3; 6) 14,5 < 15,5; 7) 43,04 < 43,1; 12) 2,25 > 2,243. **1196**. 1) 78,5 < 79,5; 2) 22,3 < 22,7; 4) 0,3 < 0,8; 5) 25,03 < 25,3. **1197**. 1) 6,9; 9,3; 12,45; 15,3; 18,1; 36,2; 36,85; 56,45; 2) 21,22; 21,23; 21,35; 21,46; 21,55; 21,56; 21,59; 21,78. **1198**. 15,95; 15,9; 15,6; 15,5; 15,45; 15,4; 15,35; 15,2. **1199**. 1) 0,05м²; 2) 0,0015м²; 3) 0,0512м². **1200**. 0,36м². **1201**. 1) 0,04 < 0,06; 2) 402,0022 > 40,003; 9) 120,058 > 120,051; 10) 78,05 < 78,58; 11) 2,205 < 2,255; 12) 20,12 < 25,012. **1202**. 1) 0,03 < 0,3; 4) 6,4012 < 6,404; 5) 450,025 < 450,2054; 6) 3,05 > 3,041. **1205**. 1) 3 и 4; 2) 12 и 13; 3) 125 и 126; 4) 125 и 126. **1208**. 1) 1,99; 2) 2,9. **1209**. 1) 2,01; 2) 4,001. **1216**. 1) 50,407; 2) 5,0047. **1222.** 336 кг.

§ 30

1228. 1) 3,5; 2) 5,25; 3) 7,87; 4) 5,4; 5) 78,2; 6) 56,87. **1230**. 1) 15,86; 2) 52,67; 3) 150,23; 4) 4797,64. **1231**. 1) 6,6; 2) 8,1; 3) 34,39; 4) 73,64; 5) 27,273; 6) 25,27; 7) 270,702; 8) 37,2712; 9) 5,225; 11) 67,63; 12) 43,95; 13) 11,013; 14) 4,13; 15) 225,512; 16) 14,1062. **1232**. 1) 4,3; 2) 69,52; 3) 24,98; 4) 26,712; 5) 37,936; 6) 725,601; 7) 34,2612; 8) 7,8174; 9) 6,5685. **1233**. 1) 28,65; 2) 22,142. **1235**. 1) 4,3; 2) 23,2; 3) 124,71; 4) 138,34. **1236**. 1) 6,5; 2) 99,7. **1237**. 197,68 т. **1238**. 44,84 см. **1239**. 125,845 кг. **1240**. 15,149. **1241**. 45,029. **1244**. 1) 5,6; 2) 13,59; 3) 57,06; 4) 3,023; 5) 7,76; 6) 19,606; 7) 24,02; 8) 4,016; 11) 34,8; 12) 21,76; 13) 31,2; 14) 11,972. **1245**. 1) 0,9; 3) 0,001; 4) 119,28; 6) 422,353; 7) 2,64; 8) 0,0044; 9) 0,123.

1246. 1) 5,3; 2) 13,7; 3) 11,21; 4) 50,59; 5) 446,33; 6) 32,43. **1247**. 1) 1,1; 2) 42,4; 3) 58,44; 4) 5,88. **1248**. 118,8. **1249**. 43,139. **1250**. 24,35 м. **1252**. 84,63. **1255**. 1) 16,58; 2) 22,65; 3) 55,698. **1256**. 1) 48,85; 2) 152,91; 4) 1430,45. **1257**. 1) 0,52; 2) 8,3; 3) 2,64; 4) 84; 5) 432. **1258**. 1) 35,39; 2) 187,72; 3) 0; 4) 765,14. **1259**. 1) 11,27; 2) 3,858; 4) 7; 5) 21,86; 6) 52,7. **1260**. 2) 14; 3) 30,5; 4) 8,04. **1261**. 1) 14,75; 2) 91,74; 3) 183,22. **1262**. 1) 74,45; 2) 136,76; 3) 166. **1263**. 1) Увеличится на 10,35; 2) увеличится на 13,97. **1264**. 1) Увеличится на 9,2; 2) увеличится на 7,62. **1265**. Меньше на 38,42, больше на 104,102. **1266**. Больше на 45,58, меньше на 830. **1267**. 30,4 м. **1268**. 11,1 см. **1269**. 10,538 т. **1270**. На 4,79 м. **1271**. 0,86 т. **1272**. 1) 71,3; 2) 16,496.

§ 31

1291. 1) 1,2; 2) 2,4; 3) 3,2; 4) 21,04; 5) 0,16; 6) 24,5. **1292**. 1) 23,9; 2) 168,18. **1293**. 1) 53,4; 2) 45; 3) 1,8; 5) 4817,4; 6) 2533,3; 7) 74,4; 8) 129,95; 9) 2,34; 10) 518,7; 11) 5655,6; 12) 693,56; 13) 3550,395; 14) 7458,99; 15) 29357,325. **1294**. 1) 58,4; 2) 69,6; 3) 2,448; 4) 854; 5) 16683,55; 6) 2576,55; 7) 65,7; 8) 636,5; 9) 240,7; 10) 5897,92; 11) 1668,88; 12) 65957,04. **1297**. 1) 53,55; 2) 6,64; 3) 6,97; 4) 169,725; 5) 13,824; 6) 260,394; 7) 882,672; 8) 575,0967; 9) 880,7964. **1298**. 1) 9,8; 2) 24,675; 3) 120,72; 4) 98,544; 5) 2337,574; 6) 1739,3652. **1299**. 1) 2,25; 2) 2; 3) 0,34; 4) 0,464; 5) 0,625; 6) 1,96; 7) 0,0168; 8) 10,91241; 9) 0,0864. **1300**. 1) 2; 2) 1,68; 3) 2,178; 4) 4,092; 5) 0,027; 6) 74,15118. **1309**. 1) 79; 2) 966,64; 3) 128225,375; 4) 15,096; 5) 1048,65684; 6) 1,056574. **1310**. 1) 77,1; 2) 376,77; 3) 1158,3404; 4) 1,34064. **1311**. 37,2 см. **1312**. 3954,45 кг. **1313**. 159,468. **1314**. 85,8546. **1315**. 1,7 кг. **1316**. 3) 232,4 км; 4) 290,5 км; 5) 58,1 км. **1317**. 49,2 м. **1318**. 1) 70; 2) 80; 3) 49; 4) 64; 5) 11,25; 6) 106; 7) 13,69; 8) 145,8; 9) 90. **1319**. 1) 15; 2) 24; 3) 200; 4) 270; 5) 123; 6) 1,76. **1320**. 36 мин. **1321**. 3,9 м. **1322**. 1) 1,5625; 2) 307,98516; 3) 1096,3095; 4) 107366,993; 5) 58086,804; 6) 21,2207219. **1323**. 1) 25,831025; 2) 2654,3; 3) 6203,865; 4) 11765,543; 5) 562,5126; 6) 1643,8628. **1324**. 0,06; 2,50974; 15,725; 23,49; 502,632. **1325**. 2961,4275; 113,04; 1,9575; 0,2496; 0,24. **1327**. 1) 124,5; 2) 1036; 3) 5342,76; 4) 6354,556; 5) 1105,499; 6) 65365,42. **1328**. 1) 80,52; 2) 668,3328; 3) 417,2622; 4) 27,3364. **1333**. 1) 9,2; 2) 6,46; 3) 22,21. **1335**. 1) 102,4; 2) 333,95; 3) 3300,55; 4) 247,95585. **1336**. 1) 746,66; 2) 2375,505. **1337**. 1) 65,64 и 68,7605; 2) 26,2 и 30,5121; 3) 2 и 0,21; 4) 19,8 и 5,58. **1338**. 12,6 км. **1339**. 716,4 км. **1340**. 88,9532. **1342**. 30,4. **1343**. 24,9. **1344**. 150. **1355**. 1) 390,108; 2) 731,355. **1357**. 24.

§ 32

1365. 1) 6,3; 2) 1,1; 3) 2,3; 4) 5,4; 5) 0,1; 6) 11,22. **1367**. 1) 1,25; 2) 9,4; 3) 0,7; 4) 10,4; 5) 1,64; 6) 1,8; 7) 12,6; 8) 2,17; 9) 20,8; 10) 0,23; 11) 0,012; 12) 30,07; 13) 5,2; 14) 0,14; 15) 5,12. **1368**. 1) 3,6; 2) 48; 3) 120; 4) 40,2. **1369**. 1) 8; 2) 16; 3) 13; 4) 43; 5) 14; 6) 12. **1378**. 1) 0,49; 2) 2,1; 3) 0,01; 4) 10,1; 5) 30,03; 6) 11,01. **1379**. 1) 2,1; 2) 10,06; 3) 2,11. **1380**. 62,5 км/ч. **1384**. 1) 350; 2) 160; 3) 80; 4) 90; 5) 1800; 6) 300. **1385**. 1) 50; 2) 60; 3) 560; 4) 300. **1386**. 45 мин. **1387**. 6,5 м. **1388**. 1) 1,6; 2) 1,3; 3) 23,5; 4) 0,8; 5) 0,14; 6) 12,03. **1389**. 1) 12; 2) 2; 3) 40; 4) 1,35. **1391**. 40; 12; 2; 1,35. **1392**. 1) 3,28; 2) 5,3; 3) 5,4; 4) 2,445; 5) 0; 6) 3,6. **1393**. 1) 4,8; 2) 5; 3) 12,36; 4) 1; 5) 13,66; 6) 5,682. **1394**. 1) 11,3; 2) 3,2; 3) 0,7. **1395**. 1) 1,255; 2) 0,2001. **1397**. 5,04 м

и 2,52 м. **1398**. 4,8 км. **1399**. В 1,5625 раз. **1400**. 48,7 грн и 243,5 грн. **1401**. 4,25; 12,75; 25,5. **1402**. 4,28 м. **1403**. 150 км. **1404**. 200. **1405**. 125°. **1413**. 34,8 м. **1416**. 1) 1326,51; 2) 2094,385.

§ 33

1425. 1) 3; 2) 2; 3) 506; 4) 4057. **1426**. 1) 20; 2) 140; 3) 510; 4) 4590. **1427**. 1) 200; 2) 100; 3) 600; 4) 100. **1428**. 1) 142,2; 2) 2,7; 3) 50,6; 4) 0,2. **1429**. 1) 0,36; 2) 2,01; 3) 0,99; 4) 12,60. **1430**. 1) 2 тыс. км; 2,3 тыс. км; 2,29 тыс. км; 2) 1 тыс. км; 1,4 тыс. км; 1,36 тыс. км; 3) 1 тыс. км; 0,9 тыс. км; 0,86 тыс. км; 4) 1 тыс. км; 1,1 тыс. км; 1,13 тыс. км. **1431**. 1) 2060 м, 2100 м; 2) 1550 м, 1500 м; 3) 1820 м, 1800 м. **1435**. 1) 8000; 2) 7900; 3) 7890; 4) 7894; 5) 7894,3; 6) 7894,25; 7) 7894,255; 8) 7894,2549. **1436**. 99,99. **1437**. 1000,001. **1438**. 1) 57,9; 2) 58; 3) 60; 4) 57,92. **1440**. 1) 666,0; 2) 670. **1441**. 1) 100; 2) 130,60. **1442**. 1) 4,75; 2) 4,8; 3) 5. **1443**. 1) 2500; 2) 2460; 3) 2457,2; 4) 2457,16. **1451**. 1) 0,45; 2) 405,6. **1452**. 1) 12; 2) 0,7. **1453**. 33567 кг.

Глава 8

§ 34

1459. 1) 5 %; 3) 48 %; 5) 123 %. **1460.** 1) 2 %; 3) 37 %; 6) 137 %. **1461.** 1) 0,06; 3) 0,56; 5) 1,45. **1462.** 1) $\frac{11}{100}$; 3) $\frac{62}{100}$; 5) $1\frac{39}{100}$. **1464.** 2. **1465.** 75 страниц.

1466. 1) 3; 3) 27; 5) 112,5. **1467.** 1) 0,8; 3) 12,8; 5) 78. **1468.** 1) 0,256; 3) 0,36; 5) 2,55. **1469.** 225,968 км. **1470.** 7 км. **1472.** 5817,6 га. **1473.** 1) 18,75 кг; 2) 62,5 кг; 3) 1 кг. **1474.** 1) 5,25 л; 3) 73,5 л. **1475.** 1) 64 кг; 3) 1,92 т. **1476.** 1) 54 г и 96 г; 3) 1,26 кг и 2,24 кг. **1477.** 1) 58,8 г и 81,2 г; 3) 2,352 кг и 3,248 кг. **1478.** 7. **1479.** 4. **1480.** 1) 8; 2) 21,6. **1481.** 1) 1,44; 2) 21,6. **1482.** 1) <; 2) =. **1483.** 1) =; 2) <. **1484.** 1) 4,6; 2) 8,48. **1485.** 1) 4; 2) 24. **1486.** 480 $см^3$. **1487.** 132 $см^2$. **1488.** 24 см. **1489.** 16 см и 32 см. **1490.** 210 г олова и 140 г свинца. **1491.** 27 мин, 81 мин, 72 мин. **1492.** 126 страниц. **1493.** 21,42 грн. **1494.** 300 г. **1495.** 9 лет. **1496.** 126 см. **1497.** 6. **1498.** 1) 27; 3) 25. **1499.** 1. **1500.** 38 см. **1501.** 24, 36, 48, 54.

§ 35

1508. 3) 50. **1509.** 3) 300. **1510.** 1) 300; 3) 500. **1511.** 1) 600; 3) 400. **1512.** 20. **1513.** 25. **1514.** 32 ученика. **1515.** 150000 $км^2$. **1516.** 20 кг. **1517.** 40 кг. **1518.** 18000 грн. **1519.** $\approx$ 2201 км. **1520.** 90. **1521.** 250 г. **1522.** 160 г. **1523.** 1) 400 кг; 3) 6,25 т. **1524.** 1) 16 кг; 3) 192 кг. **1525.** 1) 40 л; 3) 350 л. **1526.** 270 г. **1527.** 1) 200 г и 116 г; 3) 800 г и 464 г. **1528.** 1) 200 г и 70 г; 3) 1200 г и 420 г. **1529.** 126. **1530.** 50 кг. **1531.** 48 кг малины и 50 кг черники. **1532.** 15 ч 54 мин. **1533.** 26 см. **1534.** 64 см. **1535.** 4096 $см^2$. **1536.** 68,5 см. **1537.** 14,4 см. **1538.** 220 $см^2$. **1539.** 8 см. **1540.** 12 кг. **1541.** 1600 кг. **1542.** 6 $см^2$. **1543.** 1000 г цинка, 800 г меди и 200 г алюминия. **1544.** 60 кг. **1545.** 32 года. **1546.** 4 года. **1547.** 180 см. **1548.** 1) <; 2) =; 3) <. **1550.** 1) По 75°; 3) по 12,5°. **1551.** 3ч, 210 км.

§ 36

1556. 1) 45; 3) 20. **1557.** 1) 3; 3) 4; 5) 3. **1558.** 1) 1; 3) 2. **1561.** $A(4)$. **1562.** $C(2)$. **1563.** 4 кг. **1564.** 9 раз. **1565.** 4 баночки. **1566.** 14000 грн. **1567.** 37. **1568.** 63 км. **1569.** 12 мин. **1570.** 9,2 балла. **1571.** 8,8. **1572.** 11,1. **1573.** 4,2 км. **1574.** 4,3 км. **1575.** 22 грн 40 к. **1577.** 48 грн 75 к.

1578. 1,2. **1579.** 347. **1580.** 42 и 28. **1581.** 42 и 30. **1582.** 1,5 балла. **1583.** Нет. **1584.** 3,4 и 7,8. **1585.** 9; 5,4 и 3,6. **1586.** 12,5; 17,5 и 15. **1587.** 6,376. **1588.** 1. **1595.** 17,5. **1597.** 20,8 км; 27,04 км^2.

Повторение

2. 17 см или 1 см. **4.** 1) 7; 2) 6; 3) 6. **5.** 1) 1510; 2) 1067; 3) 16500; 4) 807. **11.** 84°. **12.** 1) 40°; 2) 50°. **13.** 1) 60°; 2) 66°; 3) 36°. **14.** 1) 15; 2) $7a + 2b + 3$. **15.** 1) 100; 2) 128. **18.** Увеличился на 32774. **21.** 1) 10500; 2) 12500. **22.** 1737 км. **23.** 50 т. **25.** 27°, 108°. **26.** 90°, 20°, 70°. **27.** 11 см, 33 см, 43 см. **28.** 18 см, 18 см, 28 см. **29.** 1) 90 см; 2) 120 см. **30.** 20,5 см. **31.** 1) 910650; 2) 4894175; 3) 62038650; 4) 32989710174. **32.** 1) 38200; 2) 7400; 3) 72000; 4) 31500; 5) 496000; 6) 660. **33.** 1) $540ab$; 2) $120cd$; 3) $100mn$; 4) $30pkt$; 5) $30a$; 6) $8c$; 7) $22n$; 8) $31p$; 9) $79x$. **34.** 1) $15a + 180$; 2) $8c - 11cd$; 3) $12n + 6m$; 4) $15np - 15mp$; 5) $6p + 3k + 15t$; 6) $4y + 110$. **36.** 1) 900; 2) 240; 3) 5200; 4) 320. **37.** 1) 74; 2) 501; 3) 790; 4) 1900. **38.** 1) 39 (ост. 15); 2) 24520 (ост. 1); 3) 950 (ост. 30); 4) 420 (ост. 305). **39.** 5 тетр.; 2 грн 50 к. **40.** 1) 49; 2) 3. **41.** 178299000. **42.** 1) 20; 2) 29; 3) 475; 4) 8; 5) 2; 6) 4. **43.** 2460 и 410. **44.** 50 и 150. **45.** 16 грн и 32 грн. **46.** 14 км/ч и 16 км/ч. **47.** 15 км. **48.** 880 м или 320 м. **49.** 1) 2 ч; 2) 3 ч. **50.** 1) 0; 3) 162. **51.** 1) 152; 2) 2. **52.** 1) 1250; 2) 16000. **53.** $(2 \cdot 5)^3 + (22 - 2)^2 + 40 = 12^2 \cdot 10$. **54.** 6,48 см^2. **55.** 0,1 см, 0,6 см. **56.** 121 см^2. **58.** 1) 48 м 72 см; 2) 40 см 8 мм. **62.** 1) 64 см^3; 2) 27 дм^3. **63.** $(a + 123)(b + 213)(c + 312)$ (м^3), 0,036 км^3. **64.** 40 см. **65.** Увеличится в 2 раза. **67.** 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. **68.** 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11. **69.** 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. **70.** 93 детали. **71.** 1) $1\frac{3}{5}$; 2) $2\frac{3}{10}$; 3) $6\frac{1}{6}$; 4) $5\frac{3}{8}$. **72.** $2\frac{25}{60}$ ч. **73.** 1) $\frac{36}{5}$; 2) $\frac{107}{7}$; 3) $\frac{83}{9}$; 4) $\frac{155}{13}$. **74.** 241480 км^2. **77.** 1) 24; 2) 837; 3) 5; 4) 27. **78.** 588 кг. **79.** 50 груш, 60 яблонь, 190 слив. **80.** 48 кг. **81.** 32 кг. **82.** 32 ученика. **83.** По 2 кг. **85.** 1) $7\frac{8}{9}$; 3) $1\frac{5}{7}$. **87.** 1) $\frac{32}{60}$ ч; 2) $\frac{42}{60}$ ч. **88.** $\frac{8}{15}$ дм. **89.** $10\frac{3}{4}$ см. **90.** 5 дм. **91.** $4\frac{8}{9}$ см. **95.** 66°. **96.** 1) 2; 2) 7; 3) 26; 4) 6. **97.** $\frac{3}{14}$. **99.** $30\frac{2}{9}$ л. **100.** 52 км. **101.** 4 кг. **103.** 1) 13 и 14; 2) 102 и 103; 3) 5 и 6; 4) 5 и 6; 5) 154 и 155. **104.** 1) 108,02; 2) 197,324. **105.** 1) 43,158; 2) 27,991; 3) 98,6. **106.** 1) 18; 2) 226; 4) 153,9. **109.** 1) 97,2; 2) 66; 3) 222,5; 4) 73,5. **110.** 1) 36; 2) 10,816. **113.** 1) 5,2; 2) 5,12; 3) 0,087; 4) 13. **115.** 1) 14,3; 2) 4,7; 4) 5. **116.** Земляники — на 20,84 грн. **117.** 1) а) 9,4; б) 32,2; в) 9,8; 2) а) 65,18; б) 4,01; в) 1,67. **120.** 130 и 70. **121.** 108 га. **122.** 21 м^2. **123.** 0,65 м^3. **124.** 464 и 336 учеников. **125.** 560. **126.** 150 млн км. **127.** 2 м. **128.** 31,4°C. **129.** 3, 2,5 и 5.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

Алгоритм вычисления 122

Биссектриса угла 43

Возведение в степень 151
выражение буквенное 51
— числовое 31
вычитаемое 65
вычитание 65

Градус 40

Деление 108
— с остатком 116
— шкалы 24
деления цена 24
дерево возможных вариантов 183
действие третьей ступени 152
действия первой ступени 50
— второй ступени 94
делимое 108
делитель 108
дробь десятичная 259
— неправильная 194
— обыкновенная 193
— правильная 194

Задача комбинаторная 182
закон сложения переместительный 57
— — сочетательный 59
— умножения переместительный 95
— — сочетательный 96
— распределительный 104
значение числа приближённое 295

Квадрат 76
— единичный 159
— числа 153
классы в записи числа 7
коэффициент числовой 98
координата точки 24
куб 167
— единичный 175
— числа 153

Луч 15
— внутренний угла 43
— координатный 24

Многоугольник 74
множитель 95
— буквенный 98
— числовой 98
множителя вынесение за скобки 105

Направление отсчёта 24
начало отсчёта 24
неравенство двойное 33
— числовое 32
неравенства знаки 32
нумерация 7

Объём 175
округление числа 296
остаток 116
отрезок 16
— единичный 23

Параллелепипед прямоугольный 165
периметр многоугольника 75
— прямоугольника 76
пирамида 168
плоскость 158
площадь 157
порядок выполнения действий 121
правила сравнения многозначных чисел 34
правило вычитания десятичных дробей 269
— — дробей с одинаковыми знаменателями 227
— — дроби из натурального числа 238
— — смешанных чисел 248
— деления десятичных дробей 288
— нахождения процента от числа 307
— — дроби от числа 212
— — неизвестного вычитаемого 128

— — — делимого 129
— — — делителя 129
— — — множителя 128
— — — слагаемого 127
— — — уменьшаемого 128
— — числа по его дроби 213
— — — — — проценту 313
— сложения десятичных дробей 269
— — дробей с одинаковыми знаменателями 226
— — смешанных чисел 246
— округления чисел 298
— обращения смешанного числа в неправильную дробь 205
— сравнения десятичных дробей 262
— — дробей с одинаковыми знаменателями 195
— умножения десятичных дробей 277
умножение для комбинаторных задач 185
произведение 95
процент 305
прямая 14
прямоугольник 76
— плоский 158
прямоугольника периметр 76

Разность 65
разряды в записи десятичной дроби 260
— — — натурального числа 7
расстояние 18
рёбра боковые 169
равные фигуры 77
равенство числовое 32

Свойства объёма прямоугольного параллелепипеда 178
— площади 161
— сравнения отрезков 18
— — углов 42
свойство углов треугольника 86
— прямой 15
система счисления 7
скобок раскрытие 105
слагаемое 57
сложение 57
способ перебора 183
среднее арифметическое 319
степень числа 151
сумма 57

Точка 14
транспортир 40
треугольник 83
треугольника периметр 84
— равнобедренного боковые стороны 84
— — основание 84

Угол 39
уменьшаемое 65
умножение 95
уравнение 126
— решить 127
уравнения корень 126

Формула 52
— для нахождения делимого по неполному частному и остатку 117
— объёма куба 177
— — прямоугольного параллелепипеда 177
— периметра квадрата 76
— — прямоугольника 76
— площади квадрата 160
— — прямоугольника 160

Цифра 6

Частное 108
— неполное 116
черта дроби 193
чисел натуральный ряд 5
число именованное 6
— натуральное 5
— смешаное 203

Шкала 24

ОГЛАВЛЕНИЕ

Дорогие ученики 3



Глава 1. Счёт, измерения и числа 4
§ 1. Предметы и единицы счёта 5
§ 2. Прямая, луч, отрезок. Измерение отрезков 14
§ 3. Координатный луч 23
§ 4. Числовые выражения, равенства, неравенства. Сравнение натуральных чисел 31
§ 5. Углы и их измерение 39



Глава 2. Действия первой ступени над натуральными числами . 50
§ 6. Буквенные выражения. Формулы 51
§ 7. Сложение натуральных чисел 57
§ 8. Вычитание натуральных чисел 65
§ 9. Многоугольник и его периметр. Равные фигуры 74
§ 10. Треугольник и его виды 83



Глава 3. Действия второй ступени над натуральными числами . . 94
§ 11. Умножение натуральных чисел 95
§ 12. Распределительный закон 104
§ 13. Деление натуральных чисел 108
§ 14. Деление с остатком 116
§ 15. Порядок выполнения действий в выражениях. 121
§ 16. Уравнения 126
§ 17. Типы задач и способы их решения 133



Глава 4. Степень натурального числа с натуральным показателем. Площади и объёмы фигур 150
§ 18. Степень числа 151
§ 19. Площадь прямоугольника и квадрата 157
§ 20. Прямоугольный параллелепипед. Куб. Пирамида . 165
§ 21. Объём прямоугольного параллелепипеда и куба . 175
§ 22. Комбинаторные задачи 182



Глава 5. Обыкновенные дроби **192**

§ 23. Что такое обыкновенная дробь. Сравнение дробей 193

§ 24. Дроби и деление 202

§ 25. Нахождение дроби от числа и числа по его дроби 211



Глава 6. Действия первой ступени с обыкновенными дробями с одинаковыми знаменателями **224**

§ 26. Сложение и вычитание дробей с одинаковыми знаменателями 225

§ 27. Дополнение правильной дроби до единицы. Вычитание дроби из натурального числа 236

§ 28. Сложение и вычитание смешанных чисел ... 245



Глава 7. Десятичные дроби и действия над ними **258**

§ 29. Что такое десятичная дробь. Сравнение десятичных дробей 259

§ 30. Сложение и вычитание десятичных дробей .. 268

§ 31. Умножение десятичных дробей 276

§ 32. Деление десятичных дробей 286

§ 33. Округление чисел 295



Глава 8. Проценты. Среднее арифметическое **304**

§ 34. Что такое процент. Нахождение процента от числа 305

§ 35. Нахождение числа по его проценту 312

§ 36. Среднее арифметическое. Среднее значение величин 319

Задачи на повторение **326**

Ответы **337**

Предметный указатель **348**

Сведения о состоянии учебника

№	Фамилия и имя ученика	Учебный год	Состояние учебника		Оценка
			в начале года	в конце года	
1					
2					
3					
4					
5					

Навчальне видання

ТАРАСЕНКОВА Ніна Анатоліївна
БОГАТИРЬОВА Ірина Миколаївна
БОЧКО Оксана Петрівна
КОЛОМІЄЦЬ Оксана Миколаївна
СЕРДЮК Зоя Олексіївна

МАТЕМАТИКА

Підручник для 5 класу загальноосвітніх навчальних закладів з навчанням російською мовою

Рекомендовано Міністерством освіти и науки, молоді та спорту України

ВИДАНО ЗА РАХУНОК ДЕРЖАВНИХ КОШТІВ. ПРОДАЖ ЗАБОРОНЕНО

Редактор *О. Попович*
Переклад *В. Ліченко*
Художній редактор *А. Віксенко*
Малюнки *О. Дядик*
Технічний редактор *Л. Аленіна*

Формат 60×90 $^{1}/_{16}$. Ум. друк. арк. 22,0 + 0,31 форзац.
Обл.-вид. арк. 25,0 + 0,48 форзац. Наклад 84 700 прим. Зам. № 13-05-2205.

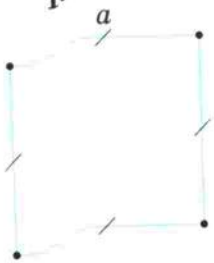
ТОВ «ВИДАВНИЧИЙ ДІМ «ОСВІТА»

Свідоцтво «Про внесення суб'єкта видавничої справи до державного реєстру видавців, виготівників и розповсюджувачів видавничої продукції»
Серія ДК № 4483 от 12.02.2013 р.
Адреса видавництва: 04053, м. Київ, вул. Обсерваторна, 25
www.osvita-dim.com.ua

Віддруковано ТОВ «ПЕТ»
Св. ДК № 4526 від 18.04.2013 р. 61024, м. Харків, вул. Ольмінського, 17.

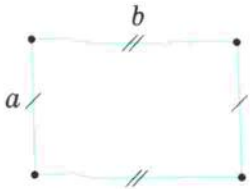
Многоугольники

Квадрат



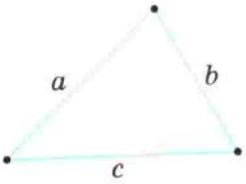
$P = 4a$
$S = a^2$

Прямоугольник



$P = 2a + 2b$
$S = ab$

Треугольник



$P = a + b + c$

Единицы длины

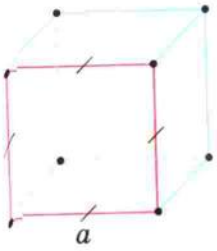
$$1\text{ мм} \xrightarrow{10} 1\text{ см} \xrightarrow{10} 1\text{ дм} \xrightarrow{10} 1\text{ м} \xrightarrow{1000} 1\text{ км}$$

Единицы площади

$$1\text{ мм}^2 \xrightarrow{100} 1\text{ см}^2 \xrightarrow{100} 1\text{ дм}^2 \xrightarrow{100} 1\text{ м}^2 \xrightarrow{100} 1\text{ а} \xrightarrow{100} 1\text{ га} \xrightarrow{100} 1\text{ км}^2$$

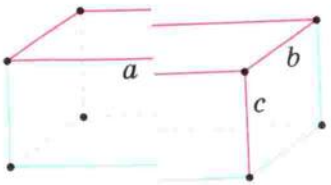
Многогранники

Куб



$S_{гр.} = a^2$
$S = 6a^2$
$V = a^3$

Прямоугольный параллелепипед



$S_{гр.} = ab$
$S = 2ab + 2bc + 2ac$
$V = abc$

Единицы объёма

$$1\text{ мм}^3 \xrightarrow{1000} 1\text{ см}^3 \xrightarrow{1000} 1\text{ дм}^3 \xrightarrow{1000} 1\text{ м}^3$$

$1\text{ дм}^3 = 1\text{ л}$

ЛАТИНСКИЙ АЛФАВИТ

Буква	Название буквы
A a	а
B b	бэ
C c	цэ
D d	дэ
E e	е
F f	эф
G g	же
H h	аш
I i	и
J j	йот (жи)
K k	ка
L l	эль
M m	эм
N n	эн
O o	о
P p	пэ
Q q	ку
R r	эр
S s	эс
T t	тэ
U u	у
V v	вэ
W w	дубль-вэ
X x	икс
Y y	игрек
Z z	зэт

ДЕЙСТВИЯ НАД НАТУРАЛЬНЫМИ ЧИСЛАМИ

Действие	Компоненты действия	Результат действия	Буквенная запись
Сложение	слагаемое и слагаемое	сумма	$a + b = c$
Вычитание	уменьшаемое и вычитаемое	разность	$a - b = c$
Умножение	множитель и множитель	произведение	$a \cdot b = c$
Деление	делимое и делитель	частное	$a : b = c$

РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ

$a + x = c$ или $x + b = c$	Нахождение неизвестного слагаемого: $x = c - a$ $x = c - b$
$a - x = c$	Нахождение неизвестного вычитаемого: $x = a - c$
$x - b = c$	Нахождение неизвестного уменьшаемого: $x = c + b$
$a \cdot x = c$ или $x \cdot b = c$	Нахождение неизвестного множителя: $x = c : a$ $x = c : b$
$a : x = c$	Нахождение неизвестного делителя: $x = a : c$
$x : b = c$	Нахождение неизвестного делимого: $x = c \cdot b$

СВОЙСТВА АРИФМЕТИЧЕСКИХ ДЕЙСТВИЙ

Сложение	Вычитание	Умножение	Деление
$a + 0 = 0 + a = a$	$a - 0 = a$	$a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$	$0 : a = 0$
	$a - a = 0$	$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$	$a : a = 1$
			$a : 1 = a$
			на 0 делить нельзя!

ЗАКОНЫ СЛОЖЕНИЯ И УМНОЖЕНИЯ

Переместительный закон сложения $a + b = b + a$	**Переместительный закон умножения** $a \cdot b = b \cdot a$
Сочетательный закон сложения $(a + b) + c = a + (b + c)$	**Сочетательный закон умножения** $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$
Распределительный закон умножения относительно сложения $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$	

СТЕПЕНЬ НАТУРАЛЬНОГО ЧИСЛА С НАТУРАЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ множителей}}.$$

$a \cdot a = a^2$ $\qquad$ $a + a = 2a$

$a \cdot a \cdot a = a^3$ $\qquad$ $a + a + a = 3a$

ТАБЛИЦА КВАДРАТОВ И КУБОВ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ ОТ 1 ДО 9

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a^2	1	4	9	16	25	36	49	64	81
a^3	1	8	27	64	125	216	343	512	729

ТАБЛИЦА КВАДРАТОВ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ ОТ 10 ДО 99

Десятки	Единицы									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801